

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

180 121 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 2

การสอบปลายภาค

ภาคการศึกษาปลาย

ปีการศึกษา 2553

วันพฤหัสบดีที่ 17 กุมภาพันธ์ 2554

เวลา 13.00-16.00 น.

ผู้ออกข้อสอบ เกียรติฟ้า, ยุวรัตน์, วิระสิทธิ์, สัมฤทธิ์

คำสั่ง

- ข้อสอบมี 4 ข้อ รวมทั้งสิ้น 8 หน้า ให้ทำทุกข้อ
- ไม่อนุญาต ให้นำเอกสารใดๆ และ เครื่องคำนวณทุกชนิด เข้าห้องสอบ
- ให้ เขียนชื่อ, รหัส, section และ หมายเลขที่นั่งสอบ ในกระดาษข้อสอบทุกหน้า
- ให้แสดงวิธีทำให้ชัดเจน และถ้าที่เขียนไม่พอ ให้ทำด้านหลังได้ ห้ามทำข้ามข้อ เช่น ห้ามทำข้อสอบข้อ 1 ในข้ออื่น (ข้อ 2,3,4) มิฉะนั้นจะไม่ได้รับการตรวจในข้อที่ทำผิดคำสั่ง
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบ
- ให้ใช้ ปากกา ในการทำข้อสอบเท่านั้น มิฉะนั้นจะไม่ได้รับการตรวจ

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
รวม	100	

1. (อ.วิระสิทธิ์ อิ่มถวิล)

1) กำหนดลำดับต่อไปนี้ จงแสดงอย่างละเอียดว่าเป็นลำดับลูเข้าหรือลูออก พร้อมบอกค่าลิมิต

1.1

$$a_n = \left(\frac{2n}{n-1}\right)^n$$

(4 คะแนน)

1.2

$$a_n = \frac{n!}{10^{6n}}$$

(4 คะแนน)

2) กำหนดลำดับ $a_n = \frac{3^n}{n!}$ ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1

ลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับทางเดียวหรือไม่ ถ้าใช่เป็นลำดับแบบไม่ลด หรือ ลำดับแบบไม่เพิ่ม

(2 คะแนน)

2.2

ลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับมีขอบเขตหรือไม่ เพราะอะไร จงแสดง

(2 คะแนน)

2.3

ลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลูเข้าหรือลูออก โดยใช้เหตุผลในข้อ 2.1 และ 2.2

(1 คะแนน)

3) กำหนดอนุกรม $\sum_{n=1}^{100} \frac{6}{(n+1)(n+3)}$ จงหา

3.1 ลำดับผลรวมย่อย n พจน์แรกของอนุกรม (S_n) (4 คะแนน)

3.2 ผลรวมของอนุกรม (2 คะแนน)

4) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n-1}} + \frac{(-1)^n}{5^n} \right)$ จงบอกว่าเป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าลู่เข้าจงหาผลรวมของอนุกรม (6 คะแนน)

2. (อ.สัมฤทธิ์ หังสะสูตร)

จงทดสอบว่าอนุกรมต่อไปนี้ลู่เข้าหรือลู่ออก ให้ออกวิธีทดสอบและเหตุผลที่ชัดเจน

2.1

$$\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}$$

(5 คะแนน)

2.2

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 5}$$

(5 คะแนน)

2.3

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)4^{n+1}(n+2)!}{3^n(n+1)!}$$

(5 คะแนน)

2.4

จงทดสอบว่าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 \ln n}{4n - \ln n}$

ลู่เข้าอย่างสัมบูรณ์ ลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข หรือลู่ออก

(10 คะแนน)

3. (อ.ยุวรัตน์ เงินเย็น)

3.1 จากอนุกรมกำลังต่อไปนี้

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n3^n} (x-1)^n$$

จงหาค่ารัศมีของการลู่เข้า (R), ช่วงของการลู่เข้า, ช่วงของการลู่เข้าสัมบูรณ์ และหาค่า x ที่ทำให้อนุกรมลู่เข้าอย่างมีเงื่อนไข

(15 คะแนน)

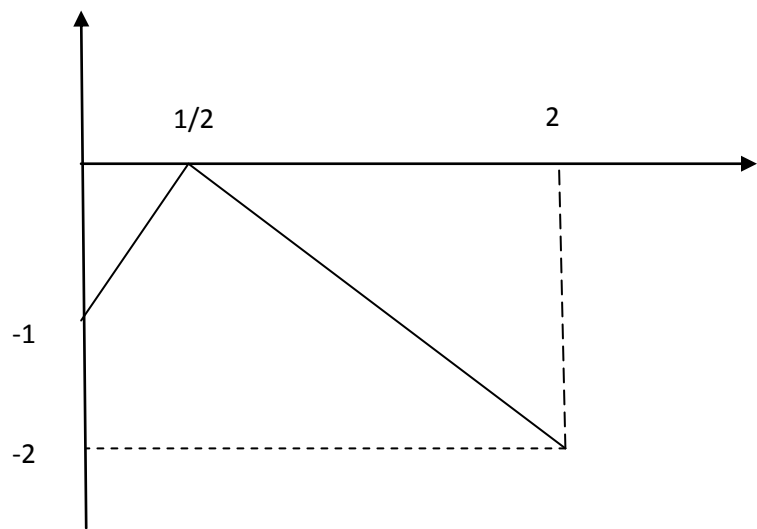
3.2 จงหาอนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ที่จุด a ที่กำหนดให้

$$f(x)=\frac{1}{x+2} \quad ; \quad a=3$$

โดยให้เขียนคำตอบอยู่ในรูปของ $f(x)=\sum a_n$ โดยการแสดงอย่างน้อย 4 เทอมแรก และ พจน์ทั่วไป (10 คะแนน)

4. (อ.เกียรติฟ้า ตั้งใจจิต)

กำหนดฟังก์ชัน $f(x)$, $0 < x < 2$ ตามรูป



- 4.1 จงขยายและเขียนกราฟแสดงฟังก์ชัน $f(x)$ ให้เป็นฟังก์ชันคี่ ในช่วง $-2 < x < 2$ (5 คะแนน)
- 4.2 จงหาอนุกรมฟูเรียร์ไซน์ (Fourier Sine Series) ของฟังก์ชัน $f(x)$ ในข้อ 4.1 (20 คะแนน)