บทที่ 1

หลักเบื้องต้นของสถิตศาสตร์

1.1 กลศาสตร์

กลศาสตร์ เป็นสาขาวิชาหนึ่งของวิทยาศาสตร์กายภาพ ซึ่งบรรยายและคาดคะเนเกี่ยวกับสภาวะอยู่นิ่ง หรือ เคลื่อนที่ของวัตถุ ภายใต้การกระทำของแรง แบ่งออกได้เป็น 3 ส่วน คือ

1. กลศาสตร์ของ**วัตถุคงรูปหรือวัตถุแข็งเกร็ง** (Mechanics of rigid bodies)
2. กลศาสตร์ของ**วัตถุที่เปลี่ยนรูปได้** (Mechanics of deformable bodies)
3. กลศาสตร์ของ**ของไหล** (Mechanics of fluids)

กลศาสตร์ของวัตถุคงรูป แบ่งออกไปเป็น 2 ส่วน คือ

1. **สถิตศาสตร์** (Statics)
2. **พลศาสตร์** (Dynamics)

สถิตศาสตร์ เป็นสาขาหนึ่งของกลศาสตร์ เกี่ยวข้องกับ วัตถุคงรูป ซึ่งอยู่ในสภาวะอยู่นิ่งภายใต้การกระทำของแรง

1.2 แนวคิดและหลักการพื้นฐาน

ปริภูมิ หรือ ที่ว่าง (Space)
เป็นอาณาบริเวณที่มีเหตุการณ์เกิดขึ้น มีลักษณะเป็น 3 มิติ

เวลา (Time)
เป็นการวัดช่วงลำดับของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ถือเป็นปริมาณสัมบูรณ์ในกลศาสตร์ของนิวตัน มีหน่วยเป็น **วินาที**

มวลสาร (Matter)
ได้แก่ สสาร(substance) ที่มีอยู่ในที่ว่าง

วัตถุ (Body)

ได้แก่ สสารซึ่งถูกปิดล้อมด้วยพื้นผิวอันหนึ่ง

ความเฉื่อย (Inertia)

เป็นคุณสมบัติของสสารที่พยายามต้านทานการเคลื่อนที่

มวล (Mass)

เป็นปริมาณที่ใช้วัดความเฉื่อย เป็นคุณสมบัติของวัตถุทุกก้อนซึ่งจะดึงดูดกันเสมอระหว่างวัตถุทุกก้อน

อนุภาค (Particle)

เป็นวัตถุที่มีขนาดเล็กมาก ถือว่าเป็น **จุด** ในทางคณิตศาสตร์ ในบางกรณีขนาดของวัตถุไม่มีผลต่อการบอกตำแหน่งหรือการเคลื่อนที่ อาจถือว่าวัตถุนั้นเป็นจุดได้

วัตถุคงรูปหรือวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body)

เป็นวัตถุที่ไม่เสียรูปไปจากเดิมเมื่อมีแรงมากระทำ ในความเป็นจริงวัตถุจะมีการเปลี่ยนรูปเมื่อมีแรงกระทำ แต่ถ้าการเปลี่ยนรูปนั้นน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของวัตถุหรือการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุ ถือว่าวัตถุนั่นเป็นวัตถุคงรูป

แรง (Force)

เป็นการกระทำของวัตถุหนึ่งต่ออีกวัตถุหนึ่ง ซึ่งพยายามทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวทิศทางของการกระทำนั้น

สเกลาร์ (Scalar)

เป็นปริมาณซึ่งบอกเฉพาะขนาดก็มีความหมายสมบูรณ์ เช่น เวลา ปริมาตร ความหนาแน่น อัตราเร็ว(speed) พลังงาน และมวล

เวกเตอร์ (Vector)

เป็นปริมาณซึ่งต้องบอกทั้งขนาดและทิศทางจึงจะมีความหมายสมบูรณ์ เช่น **การเปลี่ยนตำแหน่ง** (displacement) ความเร็ว(velocity) ความเร่ง แรง โมเมนต์ โมเมนตัม

เวกเตอร์อิสระ (Free vector)

เป็นเวกเตอร์ที่อาจจะเคลื่อนย้ายไปในที่ใด ๆ ในที่ว่างได้ แต่ต้องคงขนาดและทิศทางไว้ เช่น **การเลื่อนขนาน** (translation) ซึ่งเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุในแนวเส้นตรงโดยไม่มีการหมุน ทุกจุดในวัตถุนั้นจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งเท่ากันหมด

เวกเตอร์ไถล (Sliding vector)

เป็นเวกเตอร์ที่อาจจะกระทำที่จุดใดจุดหนึ่งก็ได้ตามแนวกระทำเพียงแนวเดียว เช่น แรงที่กระทำที่จุดใดก็ได้ในแนวแรงเดิม โดยที่ผลภายนอกของแรงซึ่งกระทำต่อวัตถุนั้นไม่เปลี่ยนไป ซึ่งจะเป็นไปตาม**หลักการส่งถ่ายแรง** (principle of transmissibility)

เวกเตอร์ตรึง (Fixed vector)

เป็นเวกเตอร์ที่ต้องกระทำที่จุดใดจุดหนึ่งเท่านั้น (มีจุดหรือตำแหน่งที่กระทำที่แน่นอน) เช่น การกระทำของแรงต่อวัตถุซึ่งเปลี่ยนรูปได้ ต้องกำหนดจุดที่แรงกระทำ เพราะการยืดหดตัวของวัตถุขึ้นกับขนาด ทิศทางและจุดที่แรงกระทำ

กฎรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในการรวมแรง (The Parallelogram Law for the addition of Forces)

กล่าวว่า แรง 2 แรงซึ่งกระทำต่ออนุภาคหนึ่งอาจแทนได้ด้วยแรงเดี่ยว 1 แรงซึ่งเรียกว่า **แรงลัพธ์** (resultant) ซึ่งจะมีขนาดเท่ากับความยาวของเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีความยาวของด้าน 2 ด้านแทนขนาดของแรงทั้ง 2 นั้น

กฎพื้นฐาน 3 ข้อของนิวตัน (Newton's Three Fundamental Laws)

1. อนุภาคจะยังคงอยู่นิ่ง หรือ ยังคงเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็วคงที่ในแนวเส้นตรง ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่ออนุภาคเท่ากับ **ศูนย์**

2. ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่ออนุภาค **ไม่เท่ากับศูนย์** อนุภาคจะมีความเร่งซึ่งเป็นสัดส่วนกับขนาดของแรงลัพธ์และมีทิศทางไปตามทิศทางของแรงลัพธ์นั้นเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad (1.1)$$

เมื่อ $\mathbf{F}$ = แรงลัพธ์ซึ่งกระทำต่ออนุภาค

m = มวลของอนุภาค

$\mathbf{a}$ = ความเร่งของอนุภาค

3. แรงกิริยาและแรงปฏิกิริยา ระหว่างวัตถุ จะมีขนาดเท่ากัน อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน

กฎความโน้มถ่วงของนิวตัน (Newton's Law of Gravitation)

กล่าวว่า อนุภาค 2 อนุภาคซึ่งมีมวล M และ m จะต่างดึงดูดซึ่งกันและกันด้วยแรง **F** และ **-F** ซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน ขนาดของ F หาได้จาก

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{1.2}$$

เมื่อ r = ระยะระหว่างจุดกึ่งกลางของอนุภาคทั้งสอง

G = ค่าคงตัวของความโน้มถ่วง (constant of gravitation)

แรงดึงดูดระหว่างโลกและอนุภาคซึ่งอยู่บนผิวโลก เรียกว่า **น้ำหนัก** ของอนุภาคนั้น มีหน่วยเป็น **นิวตัน** (Newton, N) ใน**ระบบหน่วยระหว่างชาติ** (International System of Units, SI Units)

กำหนดให้

$$g = \frac{GM}{R^2} \tag{1.3}$$

เมื่อ M = มวลของโลก

R = รัศมีของโลก

ในงานวิศวกรรมโดยทั่วไปใช้ค่า g = 9.81 m/s^2 จะได้ ขนาดน้ำหนักวัตถุ W ซึ่งมีมวล m ดังนี้

$$W = mg \text{ หรือ } W = 9.81m \text{ N} \tag{1.4}$$

1.3 ระบบของหน่วย

1.3.1 ระบบหน่วยระหว่างชาติ

หน่วยฐาน (Base units) ได้แก่

ความยาว (length)	L	มีหน่วยเป็น **เมตร** (m)
เวลา (time)	T	มีหน่วยเป็น **วินาที** (s)
มวล (mass)	M	มีหน่วยเป็น **กิโลกรัม** (kg)

หน่วยอนุพัทธ์ (Derived units) ได้แก่

แรง (force)	F	มีหน่วยเป็น **นิวตัน** (N)

แรง 1 นิวตัน (N) คือ แรงซึ่งทำให้มวล 1 kg มีความเร่ง 1 m/s^2

จากสมการ (1.1) เขียนได้ดังนี้

$$1\ \text{N} = (1\ \text{kg})(1\ \text{m/s}^2) = 1\ \text{kg.m/s}^2 \qquad (1.5)$$

จากสมการ (1.4) น้ำหนักของวัตถุซึ่งมีมวล 1 kg จะได้เป็น

$$W = mg$$
$$W = (1\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)$$
$$W = 9.81\ \text{N}$$

1.3.1 ก. การใช้คำอุปสรรค (prefixes)

ในกรณีซึ่งปริมาณที่สนใจมีค่าน้อย ๆ หรือมีค่ามาก ๆ นิยมใช้คำอุปสรรคมาเติมข้างหน้าของหน่วย คำอุปสรรคในระบบหน่วยระหว่างชาติ แสดงในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 คำอุปสรรคของระบบหน่วยระหว่างชาติ

ตัวคูณ	อุปสรรค	สัญลักษณ์
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

หน่วยที่นิยมใช้ในทางวิศวกรรม ได้แก่

กิโลเมตร (km) **มิลลิเมตร** (mm)

เมกะกรัม (Mg) หรือที่รู้จักกันดีคือ **เมตริกตัน**

กรัม (g) **กิโลนิวตัน** (kN)

จากตาราง 1.1 จะได้

1 km = 1000 m 1 mm = 0.001 m

1 Mg = 1000 kg 1 g = 0.001 kg

1 kN = 1000 N

ตัวอย่างการใช้อุปสรรคเพื่อลดตัวเลขที่ต้องแสดงและลดความสับสนหลงลืมในการเขียนตัวเลข เช่น

แทนที่จะเขียน 427 200 m ก็ควรเขียนเป็น 427.2 km

แทนที่จะเขียน 0.002 16 m ก็ควรเขียนเป็น 2.16 mm

1.3.1 ข. การใช้เครื่องหมายในระบบหน่วยระหว่างชาติ

หน่วยที่เกิดจากการคูณกันระหว่างหน่วย ใช้จุดคั่นเอาไว้ เช่น

หน่วยของโมเมนต์เป็น นิวตัน-เมตร จะเขียนเป็น N.m

หน่วยความดันจะเขียนเป็น N/m^2 หรือ $N.m^{-2}$

1.3.2 ระบบหน่วยของอเมริกัน (U.S. Customary Units)

ความยาว	เป็น	ฟุต (ft)
ความแรง	เป็น	ปอนด์ (lb)
เวลา	เป็น	วินาที (s)
มวล	เป็น	Slug

แรง 1 lb คือแรงซึ่งทำให้มวล 1 slug มีความเร่ง 1 ft/s^2

จากสมการ (1.1) เขียนได้ดังนี้

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad 1\ \text{lb} = (1\ \text{slug})(1\ \text{ft/s}^2)$$

จะได้

$$1\ \text{slug} = \frac{1\ \text{lb}}{1\ \text{ft/s}^2} = 1\ \text{lb.s}^2/\text{ft} \qquad (1.6)$$

ระบบนี้นิยมบอกหน่วยน้ำหนักเป็นปอนด์ (lb) เมื่อกล่าวถึงคุณลักษณะของวัตถุ แทนที่จะบอกเป็นหน่วยของมวลของวัตถุนั้นซึ่งมีหน่วยเป็น slug

หน่วยที่นิยมใช้ในระบบนี้ได้แก่

1 ไมล์ (mi)	= 5280 ฟุต (ft)
1 นิ้ว (in)	= 1/12 ฟุต (ft)
1 กิโลปอนด์ (kip)	= 1000 ปอนด์ (lb)

การขยายหน่วยในระบบนี้

ตัวอย่างเช่น ความเร็ว v = 30 mi/h ต้องการเปลี่ยนเป็น ft/s

$$v = 30\ \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

$$v = \left(30\ \frac{\text{mi}}{\text{h}}\right)\left(\frac{5280\ \text{ft}}{1\ \text{mi}}\right)\left(\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\right)$$

$$v = 44\ \frac{\text{ft}}{\text{s}} = 44\ \text{ft/s}$$

1.4 การแปลงหน่วยจากระบบหนึ่งไปอีกระบบหนึ่ง

1.4.1 หน่วยของความยาว

$$1\ \text{ft} = 0.3048\ \text{m} \tag{1.7}$$

จะได้

$$1\ \text{mi} = 5280\ \text{ft} = 5280\left(0.3048\ \text{m}\right) = 1609\ \text{m}$$

หรือ

$$1\ \text{mi} = 1.609\ \text{km} \tag{1.8}$$

ทำนองเดียวกัน

$$1\ \text{in} = \frac{1}{12}\ \text{ft} = \frac{1}{12}\left(0.3048\ \text{m}\right) = 0.0254\ \text{m}$$

หรือ

$$1\ \text{in} = 25.4\ \text{mm} \tag{1.9}$$

1.4.2 หน่วยของแรง

เนื่องจากระบบหน่วยของอเมริกัน หน่วยของแรง(ปอนด์, lb) เท่ากับ น้ำหนักมาตรฐาน 1 ปอนด์ ของมวล 0.4536 kg ที่ระดับน้ำทะเลและที่ละติจูด (latitude) 45º ซึ่งมีค่า $g = 9.807\ \text{m/s}^2$ และจากสมการ (1.4)

$$W = mg$$

จะได้

$$1\ \text{lb} = (0.4536\ \text{kg})(9.807\ \text{m/s}^2) = 4.448\ \text{kg.m/s}^2$$

และจากสมการ (1.5) จะได้

$$1\ \text{lb} = 4.448\ \text{N} \qquad (1.10)$$

1.4.3 หน่วยของมวล

เนื่องจากหน่วยของมวลในระบบหน่วยของอเมริกันเป็นหน่วยอนุพัทธ์ มีหน่วยเป็น slug จากสมการ (1.6), (1.7) และ (1.10) จะได้

$$1\ \text{slug} = 1\ \text{lb.s}^2/\text{ft} = \frac{1\ \text{lb}}{1\ \text{ft/s}^2} = \frac{4.448\ \text{N}}{0.3048\ \text{m/s}^2} = 14.59\ \text{N.s}^2/\text{m}$$

และจากสมการ (1.5) จะได้

$$1\ \text{slug} = 1\ \text{lb.s}^2/\text{ft} = 14.59\ \text{kg} \qquad (1.11)$$

แม้ว่าจะไม่มีความสอดคล้องกันของหน่วย จากนิยามของปอนด์มาตรฐาน จะได้

$$1\ \text{ปอนด์มวล} = 0.4536\ \text{kg} \qquad (1.12)$$

ตัวอย่างการแปลงหน่วยของอเมริกันเป็นหน่วยระหว่างชาติ

โมเมนต์ของแรงหนึ่งมีค่า $M = 47$ lb.in

ใช้สมการ (1.9) และ (1.10) จะได้

$$M = 47 \text{ lb.in} = 47(4.448 \text{ N})(25.4 \text{ mm})$$

$$M = 5310 \text{ N.mm} = 5.31 \text{ N.m}$$

ตัวอย่างการแปลงหน่วยระหว่างชาติเป็นหน่วยของอเมริกัน

โมเมนต์ของแรงหนึ่งมีค่า $M = 40$ N.m

$$M = 40 \text{ N.m} = (40 \text{ N.m})\left(\frac{1 \text{ lb}}{4.448 \text{ N}}\right)\left(\frac{1 \text{ ft}}{0.3048 \text{ m}}\right)$$

$$M = 29.5 \text{ lb.ft}$$

1.5 วิธีการแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหาทางสถิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 3 วิธี ดังนี้

1. **วิธีกราฟิก** เขียนขนาดของแรงแทนด้วยความยาวเส้นตรงตามมาตราส่วนที่เหมาะสม ใช้หลักของการรวมแรง โดยเขียนเป็นรูปสามเหลี่ยม หรือ เขียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ขนาดของแรงที่ต้องการสามารถหาได้โดยประมาณจากการวัดความยาวเส้นตรง แล้วแปลงเป็นหน่วยของแรงตามมาตราส่วนที่กำหนด
2. **วิธีการเชิงตรีโกณมิติ** โดยใช้ความสัมพันธ์ของด้านและมุมของสามเหลี่ยม แทนขนาดและทิศทางของแรง
3. **วิธีการเชิงพีชคณิต** โดยใช้กรรมวิธีทางพีชคณิตซึ่งเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์

การประมาณค่า

การเปลี่ยนความสัมพันธ์ของปัญหาในความเป็นจริงให้อยู่ในรูปคณิตศาสตร์อาจต้องใช้ค่าประมาณหรือละทิ้งในส่วนที่ไม่มีนัยสำคัญ เช่น

มุมหรือระยะทางหรือแรงที่มีขนาดเล็ก ๆ เมื่อเทียบกับมุมหรือระยะทางหรือแรงที่มีขนาดมาก ๆ อาจตัดค่ามุมหรือระยะทางหรือแรงที่มีขนาดเล็ก ๆ นั้นทิ้งไปได้

แรงกระจายบนพื้นที่ซึ่งมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับพื้นที่ทั้งหมด อาจคิดว่าแรงกระจายดังกล่าวกระทำเป็นจุดเดียว

น้ำหนักของลวดในสะพานแขวน เมื่อเทียบกับแรงดึงในเส้นลวดหรือน้ำหนักของสะพานจะมีค่าน้อยมาก อาจจะไม่คำนึงถึง น้ำหนักของเส้นลวดในการคำนวณวิเคราะห์หาแรงต่าง ๆ

แต่ในการคำนวณหาแรงดึงในเส้นลวดสายส่งไฟฟ้าแรงสูง น้ำหนักของเส้นลวดมีผลอย่างมากต่อแรงดึงที่เกิดขึ้นภายในเส้นลวด ดังนั้นจะตัดน้ำหนักของเส้นลวดไม่ได้

ในการตั้งสมมติฐานดังกล่าวขึ้นอยู่กับความต้องการของข้อมูล และความละเอียดแม่นยำในการคำนวณ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

1. วิเคราะห์ปัญหาหรือโจทย์ ว่า
   มีข้อมูลอะไรบ้าง
   ต้องการทราบผลลัพธ์หรือคำตอบ อะไร
2. เขียนรูปภาพหรือตารางที่จำเป็น เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา
3. คำนวณ โดยใช้แนวคิดและหลักการพื้นฐานทางสถิตศาสตร์
4. สรุปผลหรือคำตอบ โดยควรตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุผลหรือไม่

1.6 ความแม่นยำของตัวเลข (Numerical Accuracy)

ความแม่นยำของคำตอบขึ้นกับ 2 ส่วน คือ

1. ความแม่นยำของข้อมูลที่กำหนดให้
2. ความแม่นยำของการคำนวณ

ผลที่ได้ไม่ควรมีความแม่นยำมากว่า 2 ส่วนดังกล่าวข้างต้น เช่น น้ำหนักบรรทุกที่สะพานต้องรองรับทราบว่ามีมวล 40 000 kg โดยมีความคลาดเคลื่อนที่เป็นไปได้เท่ากับ 50 kg

ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ซึ่งใช้วัดระดับของความแม่นยำของข้อมูล คือ

$$\frac{50\ \text{kg}}{40\ 000\ \text{kg}} = 0.00125 = 0.125\%$$

ไม่มีความจำเป็นที่จะคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับของสะพานออกมามีค่าแม่นยำ ถึง 253.42 kN เนื่องจากความแม่นยำของผลการคำนวณไม่ควรเกิน 0.125% นั่นคือ ผลที่ได้อาจมีความคลาดเคลื่อน $(0.125/100)(253.42\ \text{kN}) \approx 0.30\ \text{kN}$ ดังนั้นผลการคำนวณควรแสดงเป็น $253.4 \pm 0.3\ \text{kN}$

ปัญหาในงานวิศวกรรม ข้อมูลที่ทราบส่วนใหญ่มีความแม่นยำไม่เกิน 0.2% ดังนั้นผลการคำนวณควรมีความแม่นยำไม่เกิน 0.2 % ในทางปฏิบัติจะแสดงเลขนัยสำคัญ 4 ตัวในกรณีที่เลข 1 เป็นเลขตัวแรก และแสดงเลขนัยสำคัญ 3 ตัวในกรณีทั่วไป เช่น แรง 15 N ควรเขียนเป็น 15.00 Nและแรง 40 N ควรเขียนเป็น 40.0 N