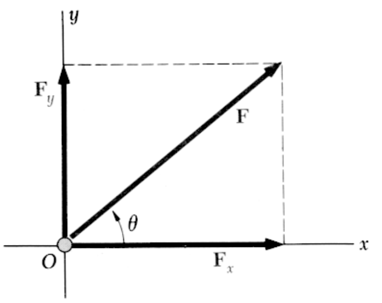
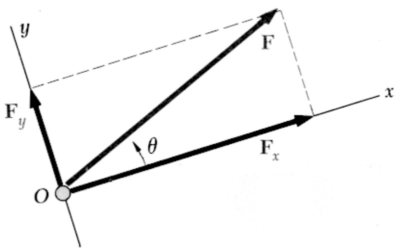
2.6 แรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉากของแรงหนึ่งแรง (Rectangular Components of a Force)

ในบางครั้งจำเป็นต้องแยกแรง 1 แรงออกเป็นแรงองค์ประกอบ 2 แรงซึ่งตั้งฉากกัน ดูรูปที่ 2.7 แรง **F** ถูกแยกออกเป็นแรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_x$ ในแกน x และแรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_y$ ในแกน y โดยใช้กฎรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทำให้ได้แรงองค์ประกอบทั้งสองตั้งฉากกัน $\mathbf{F}_x$ และ $\mathbf{F}_y$ เรียกว่า**แรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉาก** โดยปกติจะกำหนดให้แกน x อยู่ในแนวราบ และกำหนดให้แกน y อยู่ในแนวดิ่ง แต่อาจจะกำหนดให้แกน x ซึ่งตั้งฉากกับแกน y อยู่ในแนวใด ๆ ก็ได้ ดูรูปที่ 2.8 ในการหาแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉากของแรงหนึ่งแรง ให้ลากเส้นจากหัวลูกศรของแรงนั้นขนานกับแกน y ไปตัดกันกับแกน x จะได้แรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_x$ และลากเส้นจากหัวลูกศรของแรงนั้นขนานกับแกน x ไปตัดกันกับแกน y จะได้แรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_y$

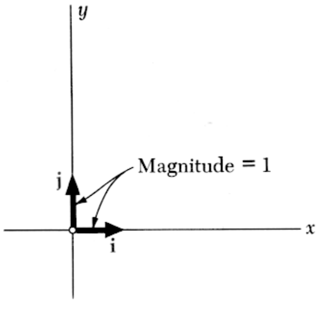


รูปที่ 2.7 (Beer, 1988: 24)

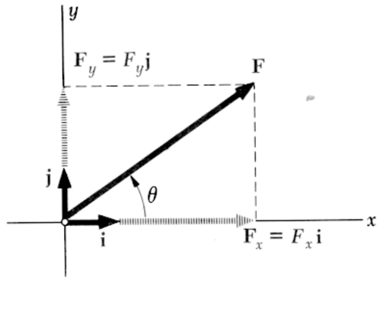


รูปที่ 2.8 (Beer, 1988: 24)

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) คือ เวกเตอร์ซึ่งมีขนาด 1 หน่วย กำหนดให้ **i** และ **j** เป็น เวกเตอร์หนึ่งหน่วย ซึ่งมีทิศทางเป็นบวกไปตามทิศทางบวกของแกน x และ y ตามลำดับ ดูรูปที่ 2.9 จะได้แรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_x$ และแรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_y$ ของแรง **F** อยู่ในรูปผลคูณของขนาดของแรงซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์กับเวกเตอร์หนึ่งหน่วย **i** และ **j** ดูรูปที่ 2.10 ดังนี้



รูปที่ 2.9 (Beer, 1988: 24)



รูปที่ 2.10 (Beer, 1988: 24)

$$\mathbf{F}_x = F_x\mathbf{i} \qquad \mathbf{F}_y = F_y\mathbf{j} \tag{2.1}$$

และได้

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} \tag{2.2}$$

เมื่อปริมาณสเกลาร์ F_x และ F_y อาจมีเครื่องหมายเป็นบวกหรือเป็นลบ ขึ้นกับทิศทางของ $\mathbf{F}_x$ และ $\mathbf{F}_y$ ค่าสัมบูรณ์ของ F_x และ F_y มีขนาดเท่ากับแรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_x$ และแรงองค์ประกอบ $\mathbf{F}_y$ ตามลำดับ F_x มีค่าเป็นบวกเมื่อ $\mathbf{F}_x$ มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วย **i** (นั่นคือมีทิศทางเดียวกับทิศทางบวกของแกน x) และจะมีค่าเป็นลบเมื่อ $\mathbf{F}_x$ มีทิศทางตรงข้าม ส่วน F_y จะมีค่าบวกหรือลบในทำนองเดียวกัน

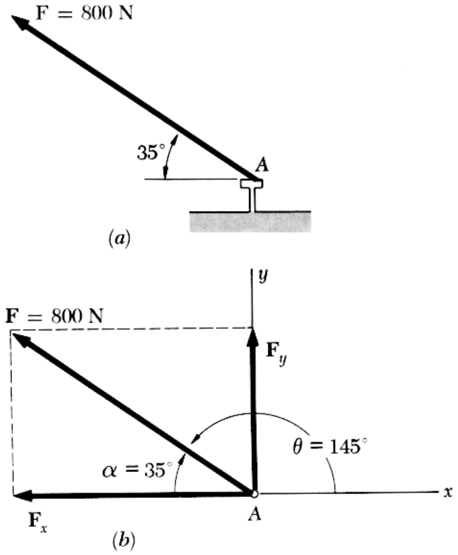
กำหนดให้ F เป็นขนาดของแรง **F** และ θ เป็นมุมระหว่างแรง **F** และแกน x โดยวัดทวนเข็มนาฬิกาจากแกนบวกของ x ดูรูปที่ 2.10 แรงองค์ประกอบเชิงสเกลาร์ของ **F** เขียนได้ดังนี้

$$F_x = F\cos\theta \qquad F_y = F\sin\theta \tag{2.3}$$

สังเกตว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นจริงสำหรับค่ามุม θ ใด ๆ จาก 0° ถึง 360° โดยจะให้เครื่องหมายบวกหรือลบพร้อมทั้งขนาดของแรงองค์ประกอบ F_x และ F_y

ตัวอย่าง 2.3

แรง 800 N กระทำต่อสลักเกลียว A ดังรูป ให้หาแรงองค์ประกอบในแนวราบและแนวดิ่งของแรงนี้



(Beer, 1988: 25)

เพื่อที่จะได้เครื่องหมายที่ถูกต้องสำหรับแรงองค์ประกอบ F_x และ F_y มุม θ ต้องใช้เป็น $\theta = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ สำหรับแทนค่าลงในสมการ 2.3 แต่จะเป็นการสะดวกกว่า ที่จะหาเครื่องหมายของ F_x และ F_y ด้วยการสังเกต แล้วใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม $\alpha = 35^\circ$ จะได้

$$F_x = -F\cos\alpha = -(800\text{ N})\cos 35^\circ = -655\text{ N}$$
$$F_y = F\sin\alpha = +(800\text{ N})\sin 35^\circ = +459\text{ N}$$

ดังนั้น เวกเตอร์องค์ประกอบของ **F** คือ

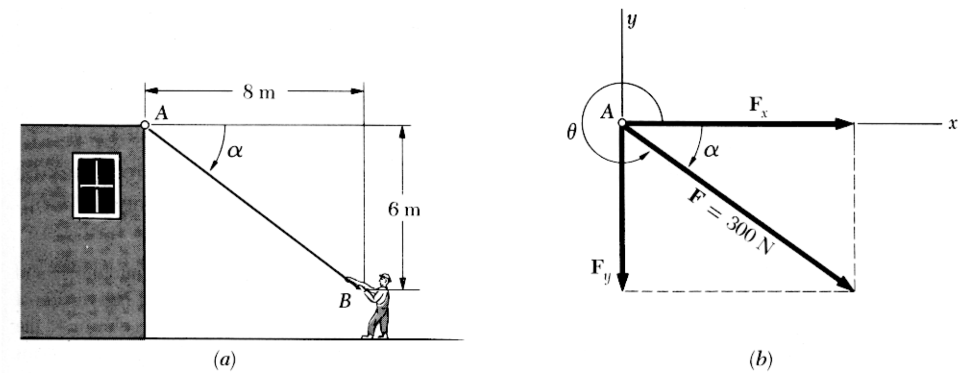
$$\mathbf{F}_x = -(655\text{ N})\mathbf{i} \qquad \mathbf{F}_y = +(459\text{ N})\mathbf{j}$$

อาจเขียนแรง **F** ในรูปดังนี้

$\mathbf{F} = -(655\text{ N})\mathbf{i} + (459\text{ N})\mathbf{j}$ **ตอบ**

ตัวอย่าง 2.4

ชายคนหนึ่งดึงเชือกซึ่งผูกติดกับอาคารหลังหนึ่ง ด้วยแรง 300 N ดังรูป ให้หาแรงองค์ประกอบในแนวราบและดิ่งของแรงดังกล่าวซึ่งพุ่งออกมาจุด A ตามแนวเชือก



(Beer, 1988: 25)

จากรูป จะเห็นว่า

$$F_x = +(300\text{ N})\cos\alpha \qquad F_y = -(300\text{ N})\sin\alpha$$

จากความสัมพันธ์ของด้านรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3 : 4 : 5 ได้ความยาวด้าน AB = 10 m
ดังนั้น

$$\cos\alpha = \frac{8\text{ m}}{AB} = \frac{8\text{ m}}{10\text{ m}} = \frac{4}{5} \qquad \sin\alpha = \frac{6\text{ m}}{AB} = \frac{6\text{ m}}{10\text{ m}} = \frac{3}{5}$$

จะได้

$$F_x = +(300\text{ N})\frac{4}{5} = +240\text{ N} \qquad F_y = -(300\text{ N})\frac{3}{5} = -180\text{ N}$$

และเขียนในรูปปริมาณเวกเตอร์ได้

$$\mathbf{F} = (240\text{ N})\mathbf{i} - (180\text{ N})\mathbf{j}$$ **ตอบ**

พิจารณารูปที่ 2.10 อีกครั้ง แนวของแรงลัพธ์ **F** บอกโดยค่ามุม θ ซึ่งเป็นมุมซึ่งแรง **F** ทำกับแนวราบซึ่งมุม θ หาได้จาก

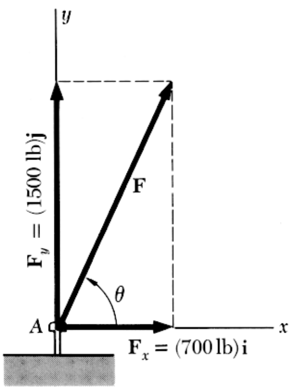
$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} \tag{2.4}$$

ขนาดของแรง **F** หาได้จากทฤษฎีของพีทาโกรัส(Pythagoras' theorem)

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \tag{2.5}$$

ตัวอย่าง 2.5

แรง $\mathbf{F} = (700\text{ lb})\mathbf{i} + (1500\text{ lb})\mathbf{j}$ กระทำต่อสลักเกลียว A ดังรูปให้หาขนาดและทิศทางของแรง **F**



(Beer, 1988: 26)

วิธีทำ

เขียนรูปแสดงแรงองค์ประกอบทั้ง 2 แรงในแนวตั้งฉากกัน พร้อมทั้งมุม θ จากนั้นเขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ความยาวเส้นทแยงมุมแทนขนาดแรง **F** ส่วนทิศทางแรง **F** บอกด้วยค่ามุม θ ซึ่งทำมุมกับแกน x จากสมการ (2.4) จะได้

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{1500 \text{ lb}}{700 \text{ lb}}$$

ได้

$$\theta = 65.0^\circ \quad \textbf{ตอบ}$$

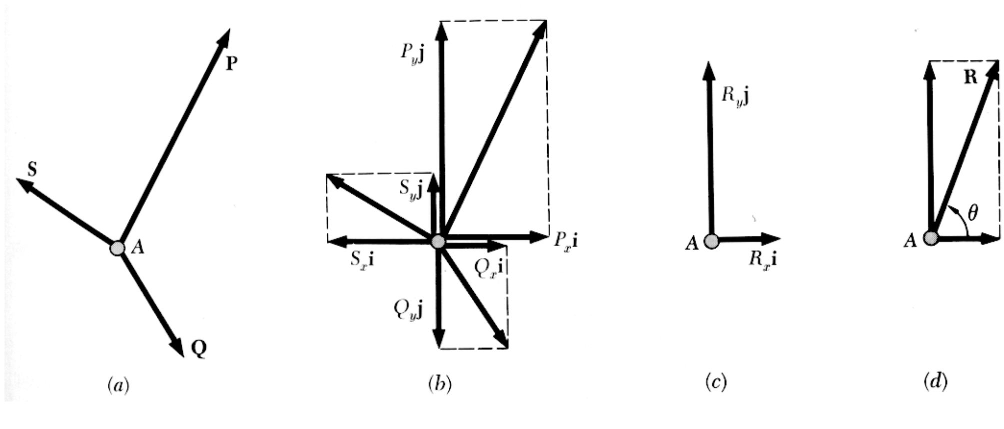
และจาก

$$F = \frac{F_y}{\sin\theta} = \frac{1500 \text{ lb}}{\sin\ 65.0^\circ} = 1665 \text{ lb}$$

$$F = 1665 \text{ lb} \quad \textbf{ตอบ}$$

2.7 **การรวมแรงโดยการแยกแรงให้อยู่ในแกน x และ y ก่อน แล้วจึงรวมแรงในแต่ละแกน**

แรง **P**, **Q** และ **S** กระทำต่ออนุภาค A ดังรูปที่ 2.11(a)



รูปที่ 2.11 (Beer, 1988: 27)

ให้ **R** เป็นแรงลัพธ์ของแรง **P**, **Q** และ **S** นั่นคือ

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{S} \tag{2.6}$$

แยกแรงแต่ละแรงให้อยู่ในรูปแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉากได้

$$R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} = P_x\mathbf{i} + P_y\mathbf{j} + Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + S_x\mathbf{i} + S_y\mathbf{j}$$
$$R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} = \left(P_x + Q_x + S_x\right)\mathbf{i} + \left(P_y + Q_y + S_y\right)\mathbf{j}$$

ได้

$$R_x = P_x + Q_x + S_x \qquad R_y = P_y + Q_y + S_y \tag{2.7}$$

หรือ

$$R_x = \sum F_x \qquad R_y = \sum F_y \tag{2.8}$$

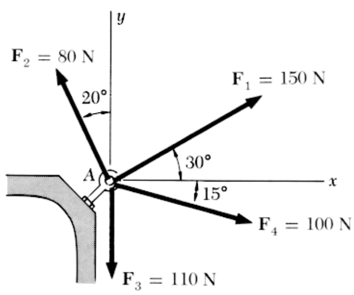
สรุปได้ว่า แรงองค์ประกอบเชิงสเกลาร์ R_x และ R_y ของแรงลัพธ์ **R** ของแรงหลายแรงซึ่งกระทำต่ออนุภาค หาได้จากการรวมแรงองค์ประกอบเชิงสเกลาร์ของแรงทั้งหลายเหล่านั้นเชิงพีชคณิต

ในการหาแรงลัพธ์ **R** มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนแรก แยกแรงทุกแรงให้เป็นแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉาก (อยู่ในแกน x และ y) ดูรูปที่ 2.11(b)
ขั้นตอนที่สอง รวมแรงองค์ประกอบในแต่ละแกน (บวกหรือลบกันตามเครื่องหมาย) จะได้แรงองค์ประกอบ R_x และ R_y ของแรงลัพธ์ **R** ดูรูปที่ 2.11(c)
ขั้นตอนสุดท้าย หาแรงลัพธ์ $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$ โดยใช้กฎรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดูรูปที่ 2.11(d)

ตัวอย่าง 2.6

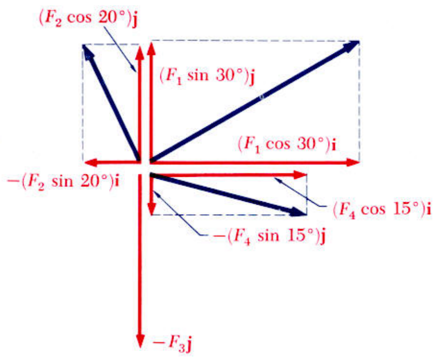
แรง 4 แรงกระทำต่อสลักเกลียว A ดังรูป ให้หาแรงลัพธ์ของแรงทั้ง 4 ที่กระทำต่อสลักเกลียว

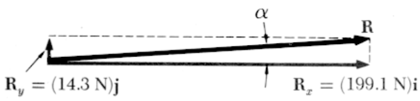


(Beer, 1988: 28)

วิธีทำ

แยกแรงทุกแรงให้เป็นแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉาก (อยู่ในแกน x และ y) โดยใช้วิธีตรีโกณมิติ ปริมาณสเกลาร์ซึ่งแทนขนาดของแรงองค์ประกอบจะเป็นบวก ถ้าแรงองค์ประกอบนั้นมีทิศทางเดียวกับแกน x หรือ y นั่นคือแรงองค์ประกอบในแกน x จะเป็นบวก ถ้ามีทิศทางชี้ไปทางขวา และแรงองค์ประกอบในแกน y จะเป็นบวก ถ้ามีทิศทางชี้ขึ้น





(Beer, 1988: 28)

แรง	**ขนาด, N**	**แรงองค์ประกอบในแกน x, N**	**แรงองค์ประกอบในแกน y, N**
F_1	150	+129.9	+75.0
F_2	80	-27.4	+75.2
F_3	110	0	-110.0
F_4	100	+96.6	-25.9
		$R_x = +199.1$	$R_y = +14.3$

ดังนั้นแรงลัพธ์ **R** ของแรงทั้ง 4 คือ

$$\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{R} = (199.1\ \mathrm{N})\mathbf{i} + (14.3\ \mathrm{N})\mathbf{j}$$ **ตอบ**

ขนาดและทิศทางของ **R** หาได้จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

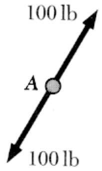
$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{14.3\ \mathrm{N}}{199.1\ \mathrm{N}} \qquad \alpha = 4.1^\circ$$

$$R = \frac{14.3\ \mathrm{N}}{\sin\alpha} = 199.6\ \mathrm{N}$$

$$R = 199.6\ \mathrm{N} \measuredangle 4.1^\circ$$ **ตอบ**

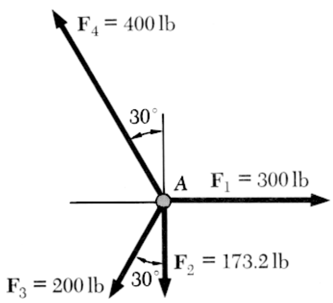
2.8 สมดุลของอนุภาค

อนุภาคจะอยู่ในสภาวะสมดุล เมื่อแรงลัพธ์ของแรงทั้งหมดซึ่งกระทำต่ออนุภาคเท่ากับ **ศูนย์** เมื่ออนุภาคถูกทำด้วยแรง 2 แรง อนุภาคจะอยู่ในสภาวะสมดุลถ้า 2 แรงนั้นมีขนาดเท่ากัน อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันและมีทิศทางตรงข้ามกัน ดูรูปที่ 2.12

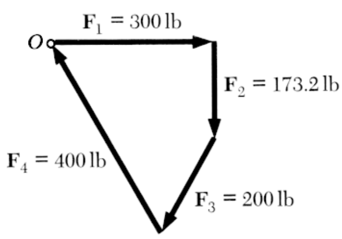


รูปที่ 2.12 (Beer, 1988: 31)

เมื่อมีแรงมากระทำต่ออนุภาคมากกว่า 2 แรงขึ้นไป ดูรูปที่ 2.13 เมื่อรวมแรงทั้งหมดเข้าด้วยกันในลักษณะหัวต่อท้าย ถ้าได้รูปหลายเหลี่ยมเป็น**รูปปิด** ดูรูปที่ 2.14 แสดงว่าแรงลัพธ์เท่ากับ **ศูนย์** ผลคืออนุภาค อยู่ในสภาวะสมดุล



รูปที่ 2.13 (Beer, 1988: 31)



รูปที่ 2.14 (Beer, 1988: 31)

เขียนเป็นสมการ

$$\mathbf{R} = \sum \mathbf{F} = 0 \qquad (2.9)$$

ถ้าแยกแรง **F** แต่ละแรงเป็นแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉากจะได้

$$\sum\left(F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j}\right) = 0 \quad \text{หรือ} \quad \left(\sum F_x\right)\mathbf{i} + \left(\sum F_y\right)\mathbf{j} = 0$$

สรุปได้ว่า อนุภาคจะอยู่ในสภาวะสมดุลเมื่อแรงลัพธ์ในแกน x และ y ต่างก็เท่ากับ **ศูนย์**

$$\sum F_x = 0 \qquad \text{และ} \qquad \sum F_y = 0 \tag{2.10}$$

พิจารณาอนุภาคในรูปที่ 2.13 ตรวจสอบว่าเงื่อนไขสมดุลเป็นที่น่าพอใจหรือไม่

$$\sum F_x = 300\text{ lb} - (200\text{ lb})\sin 30^\circ - (400\text{ lb})\sin 30^\circ$$
$$\sum F_x = 300\text{ lb} - 100\text{ lb} - 200\text{ lb} = 0$$

$$\sum F_y = -173.2\text{ lb} - (200\text{ lb})\cos 30^\circ + (400\text{ lb})\cos 30^\circ$$
$$\sum F_y = -173.2\text{ lb} - 173.2\text{ lb} + 346.4\text{ lb} = 0$$

แสดงว่าอนุภาคอยู่ในสภาวะสมดุล

2.9 กฎข้อที่ 1 ของนิวตันเกี่ยวกับการเคลื่อนที่

ถ้าแรงลัพธ์ซึ่งกระทำต่ออนุภาคเท่ากับศูนย์ อนุภาคจะยังคงอยู่นิ่ง(ถ้าเดิมอยู่นิ่ง) และจะยังคงเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัวในแนวเส้นตรง(ถ้าเดิมเคลื่อนที่)

จากกฎข้อนี้และจากคำนิยามของ **สมดุล** ในหัวข้อ 2.8 สรุปได้ว่าอนุภาคจะอยู่ในสภาวะสมดุล ได้ทั้งในขณะอยู่นิ่งและในขณะกำลังเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยอัตราเร็วคงตัว

2.10 ปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับสมดุลของอนุภาค

แผนภาพวัตถุอิสระ (free-body diagram)

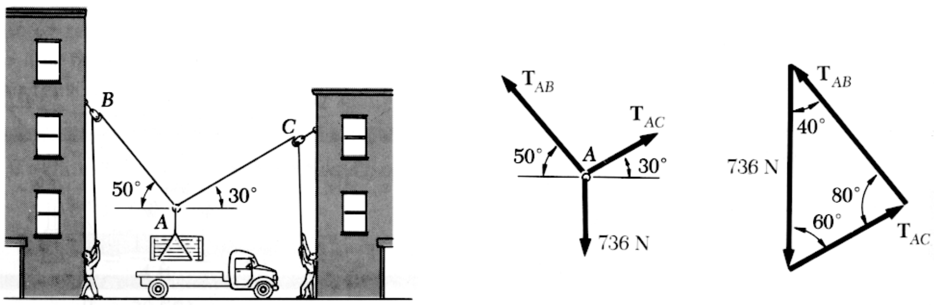
ในทางปฏิบัติ ปัญหาในกลศาสตร์วิศวกรรมจะถูกถอดแบบมาจากสภาพทางกายภาพที่เกิดขึ้นจริง ภาพวาดซึ่งแสดงสภาพทางกายภาพของปัญหาเรียกว่า **แผนภาพปริภูมิ** (space diagram)

ปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับโครงสร้างจริง อาจจะถูกลดลงให้เป็นปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับสมดุลของอนุภาคได้ ซึ่งทำได้โดยการเลือก **อนุภาคหนึ่งซึ่งมีนัยสำคัญ** และเขียนแผนภาพแยกออกมาหนึ่ง

ภาพ โดยแสดงให้เห็นอนุภาคดังกล่าวและแรงทั้งหมดซึ่งกระทำต่ออนุภาคนั้น แผนภาพที่เขียนแยกออกมานี้เรียกว่า **แผนภาพวัตถุอิสระ**

ตัวอย่าง 2.7

จากแผนภาพปริภูมิแสดงให้เห็นหีบใบหนึ่งซึ่งมีมวล 75 kg ถูกยกขึ้นด้วยเคเบิล(cable) ในแนวดิ่ง โดยที่จุด A ต่อด้วยเชือก 2 เส้น ซึ่งร้อยผ่านลูกรอก 2 อัน ซึ่งติดอยู่ข้างอาคารที่ B และ C ดูรูปที่ 2.15a ต้องการหาแรงดึงในเส้นเชือก AB และ AC



(a) แผนภาพปริภูมิ (b) แผนภาพวัตถุอิสระ (c) สามเหลี่ยมแทนแรง

รูปที่ 2.15 (Beer, 1988: 33)

เพื่อที่จะแก้ปัญหานี้ ต้องเขียนแผนภาพวัตถุอิสระแสดงให้เห็นอนุภาคอยู่ในสภาวะสมดุล เนื่องจากต้องการทราบแรงดึงในเส้นเชือก 2 เส้น แผนภาพวัตถุอิสระ ควรจะมีแรงดึง 1 ใน 2 แรงนั้นรวมอยู่ด้วย หรือถ้าเป็นไปได้ให้มีทั้ง 2 แรง จุด A เป็นแผนภาพวัตถุอิสระที่ดีในปัญหานี้ ดังนั้นจึงเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของจุด A ดูรูปที่ 2.15(b) จะเห็นจุด A และแรงซึ่งกระทำต่อจุด A โดยเคเบิลในแนวดิ่ง และเชือก 2 เส้น

แรงซึ่งออกจากเคเบิลมีทิศทางพุ่งดิ่งลงและมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของหีบ

$$W = mg = (75\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2) = 736\ \text{N}$$

เขียนค่าน้ำหนัก **W** ลงไปในแผนภาพวัตถุอิสระ แรงในเชือก 2 เส้น ยังไม่ทราบค่า ให้เท่ากับ $\mathbf{T}_{AB}$ และ $\mathbf{T}_{AC}$ มีทิศทางพุ่งออกจาก A ไปตามแนวเส้นเชือกทั้ง 2

เนื่องจากจุด A อยู่ในสภาวะสมดุล แรงทั้ง 3 ซึ่งกระทำต่อจุด A ต้องรวมกันแล้วมีแรงลัพธ์เท่ากับศูนย์ นั่นคือเมื่อรวมแรงทั้ง 3 ในลักษณะหัวต่อท้ายแล้ว จะได้รูปสามเหลี่ยม ดูรูปที่2.15(c) ซึ่งแสดง **สามเหลี่ยมแทนแรง** (force triangle)

ค่าของ T_{AB} และ T_{AC} อาจหาได้จากวิธีกราฟิก หรือตรีโกณมิติ

ใช้วิธีตรีโกณมิติ จากกฎของไซน์ จะได้

$$\frac{T_{AB}}{\sin 60^\circ} = \frac{T_{AC}}{\sin 40^\circ} = \frac{736\text{ N}}{\sin 80^\circ}$$

$T_{AB} = 647\text{ N}$ $\qquad T_{AC} = 480\text{ N}$ **ตอบ**

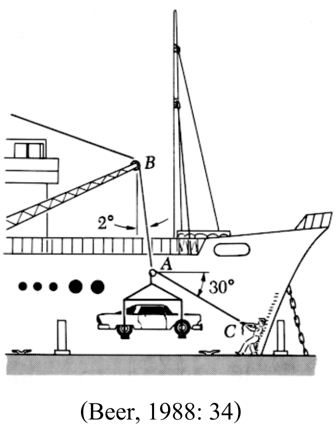
เมื่ออนุภาคอยู่ในสภาวะสมดุลภายใต้การกระทำของ 3 แรง สามารถแก้ปัญหาโจทย์ด้วยการเขียน **รูปสามเหลี่ยม** ได้เสมอ แต่ถ้ามีแรงมากกว่า 3 แรง อาจแก้โดยวิธีกราฟิกโดยการเขียน**รูปหลายเหลี่ยม** (polygon) หรืออาจใช้สมการสมดุล

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \tag{2.10}$$

สมการทั้ง 2 สามารถใช้แก้ปัญหาได้เมื่อ**ตัวไม่รู้ค่า** (unknown) มีไม่เกิน 2 ตัว

ตัวอย่าง 2.8

รถยนต์หนัก 3500 lb ถูกโยงไว้ด้วยเคเบิล AB เชือก AC ผูกเข้ากับเคเบิลที่ A และดึงให้รถอยู่ในตำแหน่งดังรูป มุมระหว่างเคเบิลและแนวดิ่งเท่ากับ 2° ในขณะที่มุมระหว่างเชือกกับแนวราบเท่ากับ 30° ให้หาแรงดึงในเชือก AC

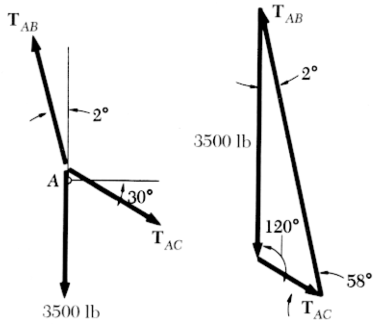


(Beer, 1988: 34)

วิธีทำ

เลือกจุด A เป็นวัตถุอิสระ แล้วเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ ให้ $\mathbf{T}_{AB}$ เป็นแรงดึงในเคเบิล และ $\mathbf{T}_{AC}$ เป็นแรงดึงในเชือก

จากเงื่อนไขสมดุล เนื่องจากมีเพียง 3 แรงเท่านั้นที่กระทำต่อวัตถุอิสระ เขียนรูปสามเหลี่ยมแทนแรง เพื่อแสดงว่าวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล(แรงลัพธ์เท่ากับศูนย์) แล้วใช้กฎของไซน์ ดังนี้



(Beer, 1988: 34)

$$\frac{T_{AB}}{\sin 120^\circ} = \frac{T_{AC}}{\sin 2^\circ} = \frac{3500 \text{ lb}}{\sin 58^\circ}$$

$$T_{AB} = \frac{3500 \text{ lb}}{\sin 58^\circ}\sin 120^\circ = 3570 \text{ lb}$$

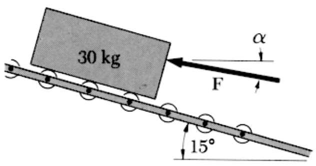
$T_{AB} = 3570 \text{ lb}$ **ตอบ**

$$T_{AC} = \frac{3500 \text{ lb}}{\sin 58^\circ}\sin 2^\circ = 144 \text{ lb}$$

$T_{AC} = 144 \text{ lb}$ **ตอบ**

ตัวอย่าง 2.9

ให้หาขนาดและทิศทางของแรง **F** ที่น้อยที่สุด ซึ่งทำให้กล่องอยู่ในสภาวะสมดุล



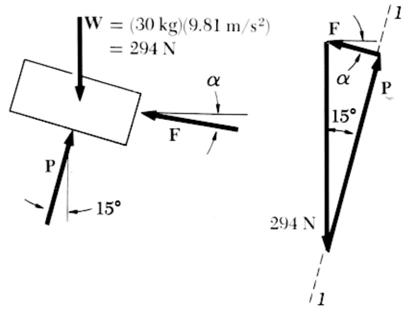
(Beer, 1988: 34)

วิธีทำ

ข้อสังเกต แรงซึ่งเกิดจากลูกล้อกระทำต่อกล่องมีแนวตั้งฉากกับแนวเอียง

เลือกตัวกล่องเป็นวัตถุอิสระ โดยให้เป็นเสมือนอนุภาคหนึ่ง

เขียนแรงกระทำทั้งหมดที่กระทำต่อกล่อง(มีทั้งหมด 3 แรง) จากนั้นเขียนรูปสามเหลี่ยมแทนแรง แนว 1 – 1 เป็นแนวของแรง **P** ซึ่งรู้ทิศทาง เพื่อที่จะให้ได้ขนาดของแรง **F** น้อยที่สุด ต้องเลือกแรง **F** ซึ่งมีแนวตั้งฉากกับแรง **P**



(Beer, 1988: 34)

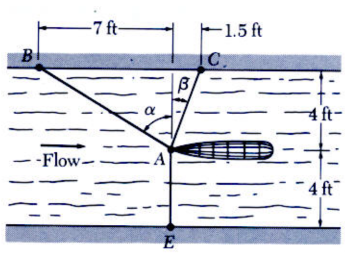
จากตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยม จะได้

$$F = (294\ \text{N})\sin 15^\circ = 76.1\ \text{N} \qquad \alpha = 15^\circ$$

F $= 76.1$ N $\alpha = 15^\circ$ **ตอบ**

ตัวอย่าง 2.10

ในการออกแบบเรือใบขนาดเล็กลำหนึ่ง ต้องหาแรงฉุด(drag force) ซึ่งคาดว่าจะเกิดขึ้นที่อัตราเร็วที่กำหนด จึงได้นำแบบจำลองของลำเรือ(hull) ที่ถูกเสนอ มาปล่อยในคลองทดสอบ และใช้เคเบิล 3 เส้นเพื่อให้หัวเรือ(bow) คงอยู่ที่แนวศูนย์กลางคลอง จากการอ่านเครื่องวัดกำลัง(dymanometer) ชี้ว่า สำหรับอัตราเร็วที่กำหนดให้ค่าหนึ่ง แรงดึงในเคเบิล AB เท่ากับ 40 lb และแรงดึงในเคเบิล AE เท่ากับ 60 lb ให้หาแรงฉุดซึ่งกระทำต่อลำเรือและแรงดึงในเคเบิล AC



(Beer, 1988: 35)

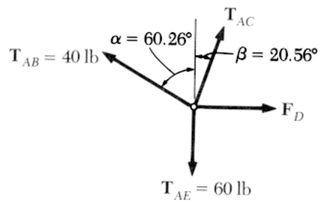
วิธีทำ

หามุม α และ β ซึ่งบอกแนวของเคเบิล AB และ AC จาก

$$\tan\alpha = \frac{7\text{ ft}}{4\text{ ft}} = 1.75 \qquad\qquad \tan\beta = \frac{1.5\text{ ft}}{4\text{ ft}} = 0.375$$

$$\alpha = 60.26^\circ \qquad\qquad \beta = 20.56^\circ$$

เลือกลำเรือเป็นวัตถุอิสระ เขียนภาพวัตถุอิสระดังรูป แรงที่กระทำต่อลำเรือ ได้แก่ แรงจากเคเบิลทั้ง 3 เส้น และแรงฉุด $\mathbf{F}_D$ จากกระแสน้ำ

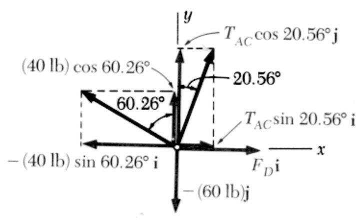


(Beer, 1988: 35)

จากเงื่อนไขสมดุล เมื่อลำเรืออยู่ในสภาวะสมดุล แรงลัพธ์ของแรงทั้งหมดต้องเท่ากับศูนย์

$$\mathbf{R} = \mathbf{T}_{AB} + \mathbf{T}_{AC} + \mathbf{T}_{AE} + \mathbf{F}_D = 0 \qquad (1)$$

เนื่องจากมีแรงที่เกี่ยวข้องมากกว่า 3 แรง ควรแยกแรงแต่ละแรงให้เป็นแรงองค์ประกอบในแกน x และ y



(Beer, 1988: 35)

$$\mathbf{T}_{AB} = -(40\text{ lb})\sin 60.26^\circ\,\mathbf{i} + (40\text{ lb})\cos 60.26^\circ\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{T}_{AB} = -(34.73\text{ lb})\,\mathbf{i} + (19.84\text{ lb})\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{T}_{AC} = T_{AC}\sin 20.56^\circ\,\mathbf{i} + T_{AC}\cos 20.56^\circ\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{T}_{AC} = 0.3512T_{AC}\mathbf{i} + 0.9363T_{AC}\mathbf{j}$$
$$\mathbf{T}_{AE} = -(60 \text{ lb})\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_D = F_D\mathbf{i}$$

แทนค่าลงในสมการ (1) แล้วแยกตัวประกอบเวกเตอร์หนึ่งหน่วย **i** และ **j** จะได้

$$(-34.73 \text{ lb} + 0.3512T_{AC} + F_D)\mathbf{i} + (19.84 \text{ lb} + 0.9363T_{AC} - 60 \text{ lb})\mathbf{j} = 0$$

สมการนี้จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อสัมประสิทธิ์ของ **i** และ **j** เท่ากับศูนย์ เท่านั้น ดังนั้นจะได้

$$\left(\sum F_x = 0:\right) \qquad -34.73 \text{ lb} + 0.3512T_{AC} + F_D = 0 \qquad (2)$$
$$\left(\sum F_y = 0:\right) \qquad 19.84 \text{ lb} + 0.9363T_{AC} - 60 \text{ lb} = 0 \qquad (3)$$

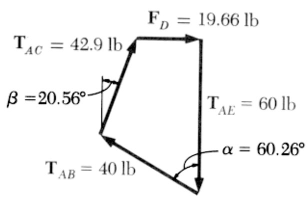
จากสมการ (3) จะได้

$$T_{AC} = +42.9 \text{ lb}$$ **ตอบ**

แล้ว แทนค่าลงในสมการ (2)

$$F_D = +19.66 \text{ lb}$$ **ตอบ**

อาจตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีกราฟิก ด้วยการเขียนรูปแรงในลักษณะหัวต่อท้าย ถ้าคำตอบถูกต้อง ควรได้รูปหลายเหลี่ยมปิด ดังรูป



(Beer, 1988: 35)