

คานและเคเบิ้ล



รศ.ประเสริฐ คำรงค์ชัย



บทที่ 6 แรงในคานและเคเบิล

คาน

เป็นโครงสร้างส่วนที่ได้รับผลจากแรงกระทำในแนวตั้งฉาก
พฤติกรรมกรรมการต้านทานแรงกระทำจะเกิดทั้ง แรงดึง แรงอัด
แรงเฉือน และ แรงดัด

เคเบิล

เป็นชิ้นส่วนโครงสร้างที่ได้รับผลจากแรงกระทำเช่นเดียวกับคาน
แต่การต้านทานแรงกระทำจะเกิดในลักษณะแรงดึงเท่านั้น



เนื้อหา

6.1 แรงภายในชิ้นส่วน

6.2 ชนิดของน้ำหนักบรรทุกและจุดรองรับ

6.3 แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

6.4 แผนภาพแสดงค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

6.5 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุก แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด

6.6 เคเบิลซึ่งรับน้ำหนักเป็นจุด

6.7 เคเบิลซึ่งรับน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจาย

6.8 เคเบิลซึ่งเป็นรูปโค้งพาราโบลา

6.9 เคเบิลแบบ Catenary

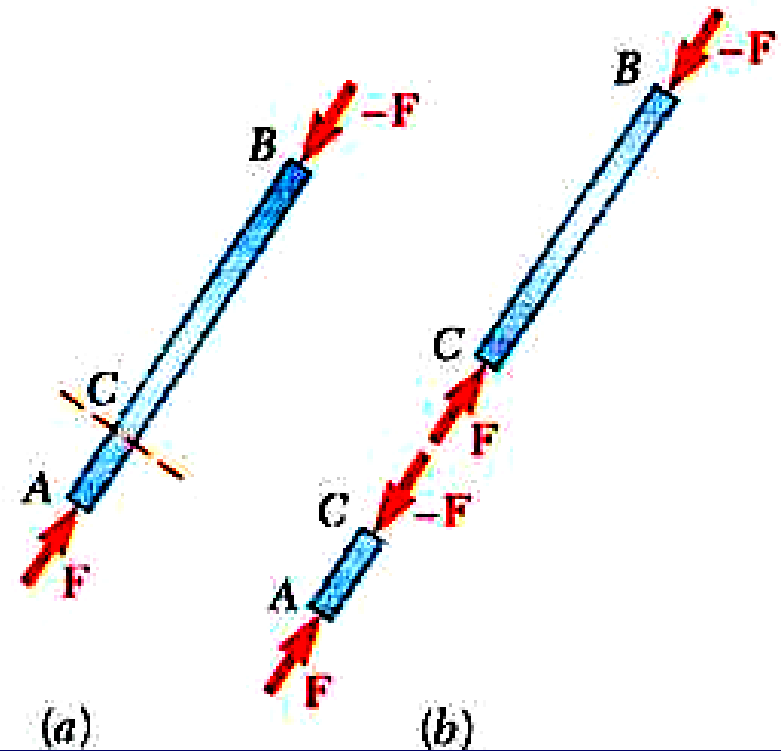
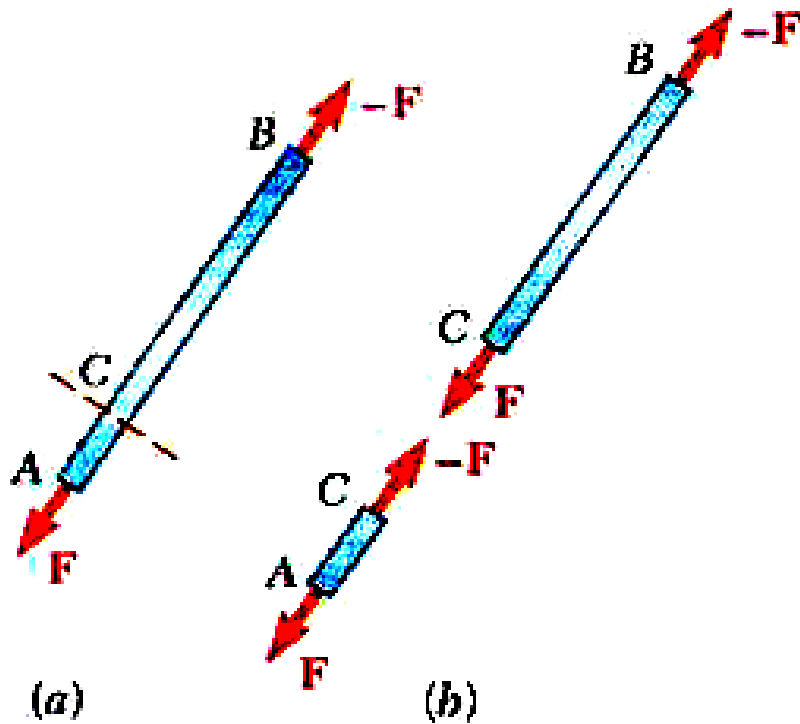
วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาเรื่องนี้แล้ว จะเข้าใจถึงลักษณะการต้านทางแรงกระทำของโครงสร้างลักษณะคาน และสามารถนำไปคำนวณออกแบบได้

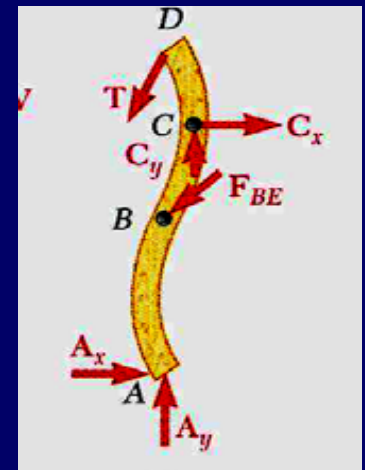
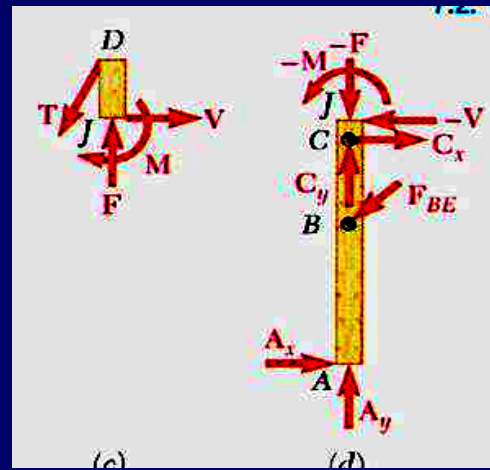
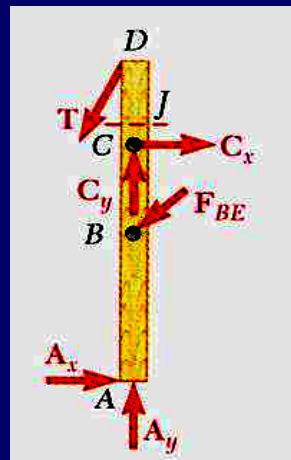
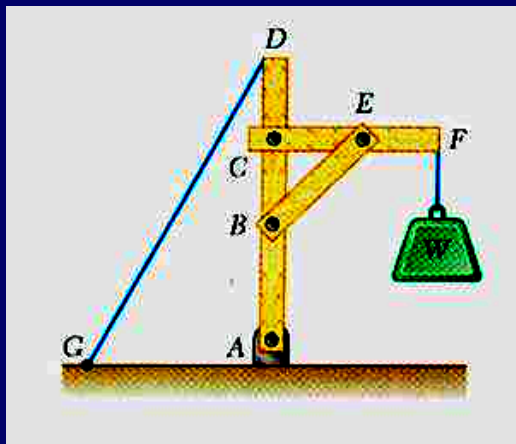


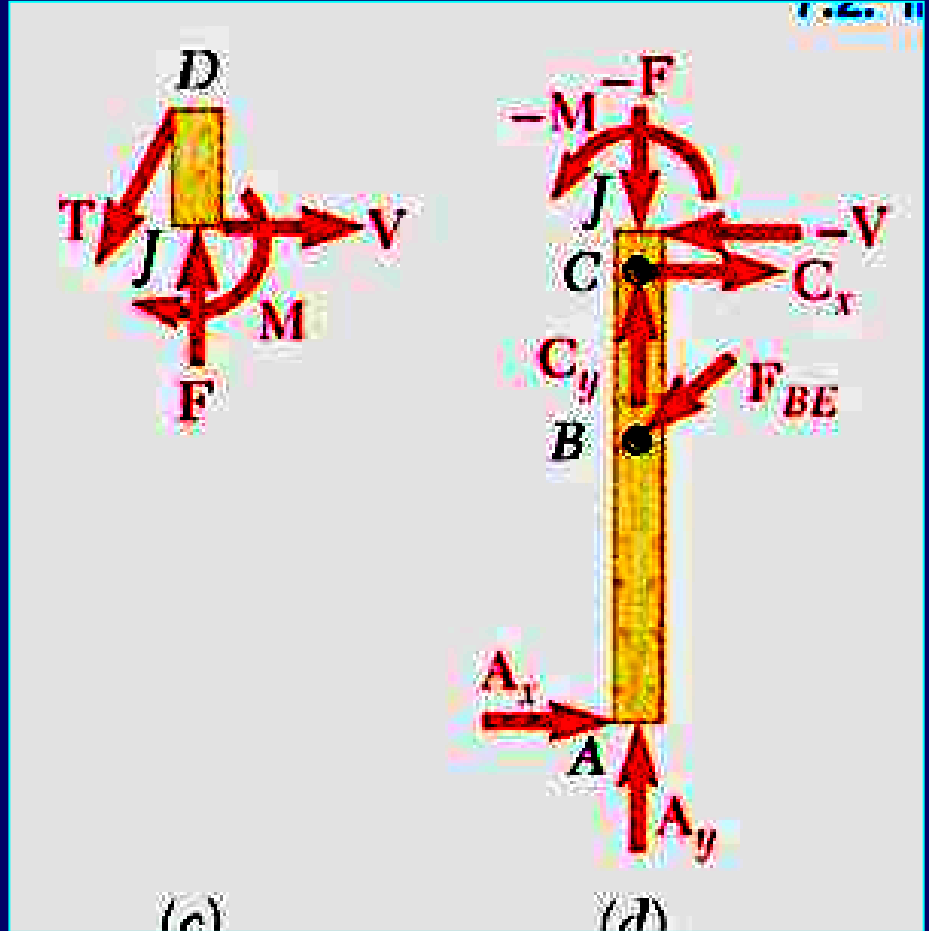
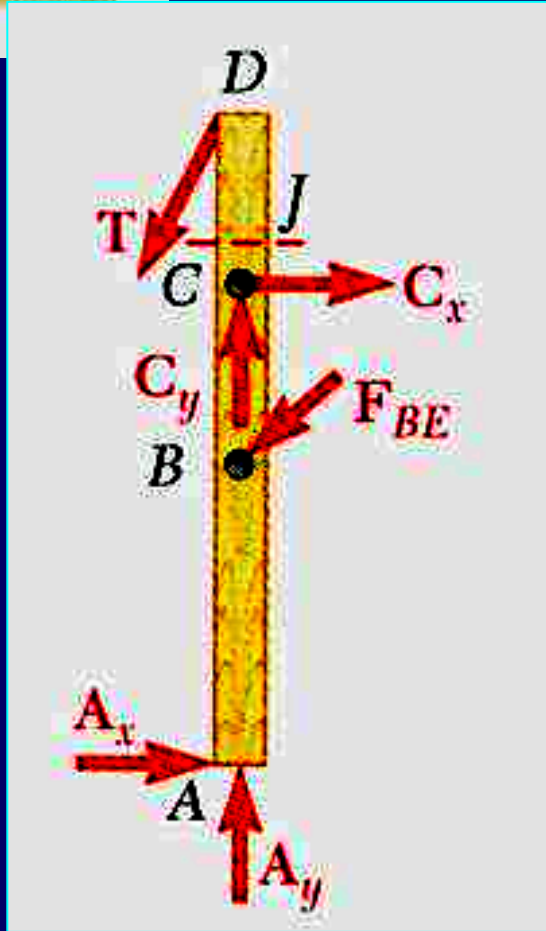
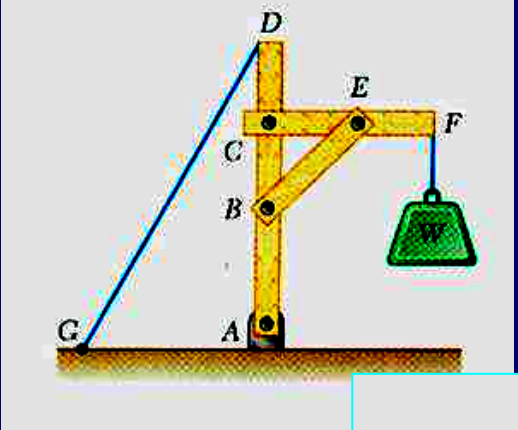
บทที่ 6 แรงในคาน

6.1 แรงภายในส่วนต่างๆของชิ้นส่วน



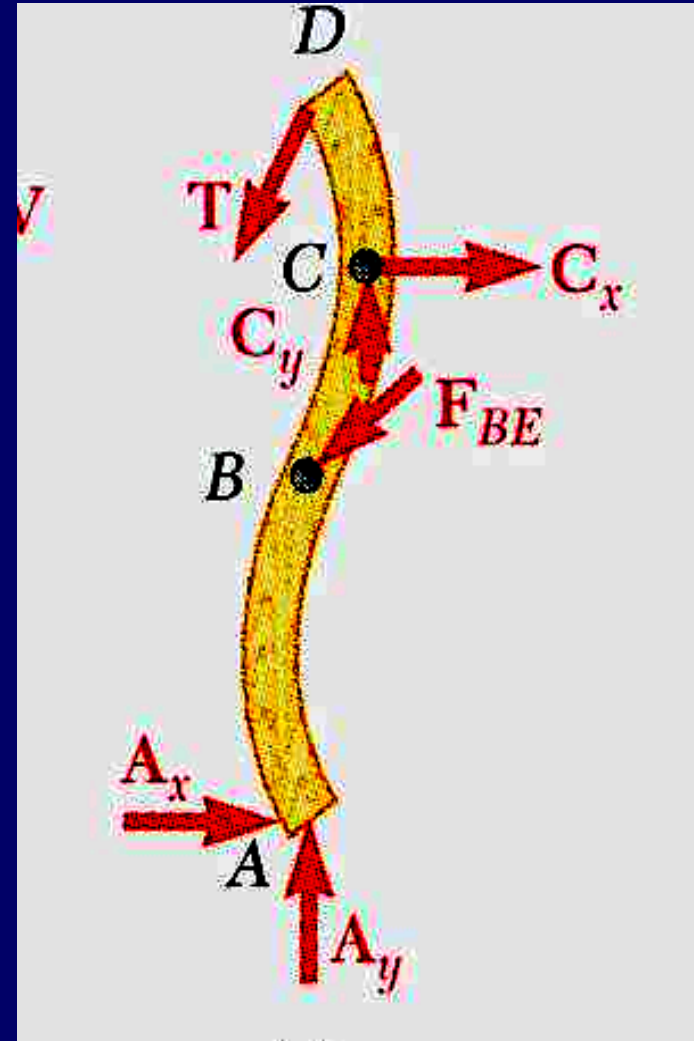
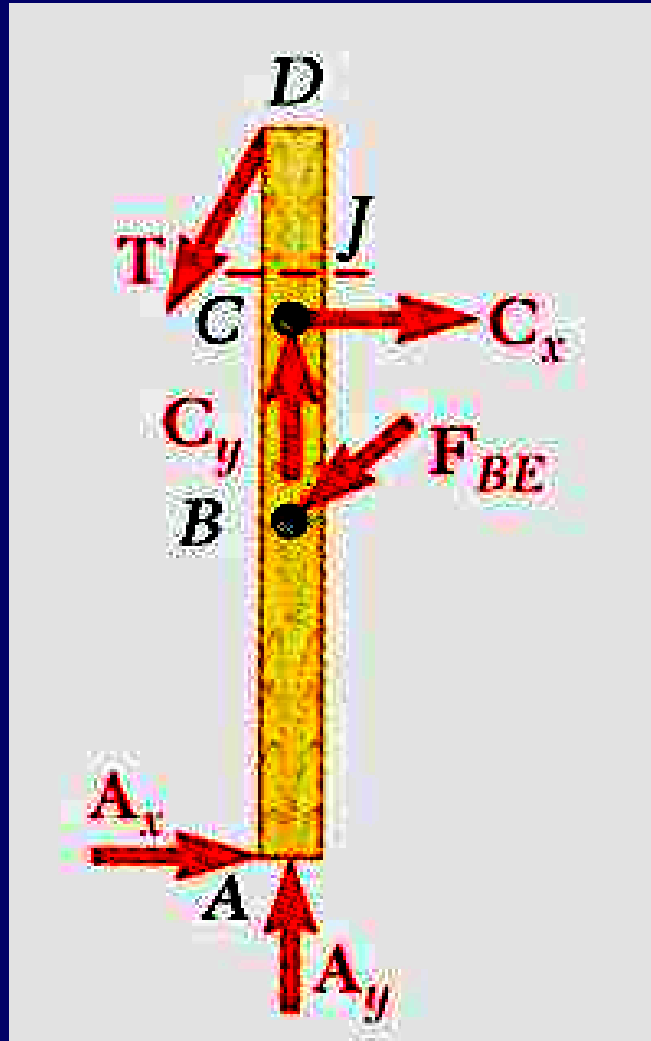
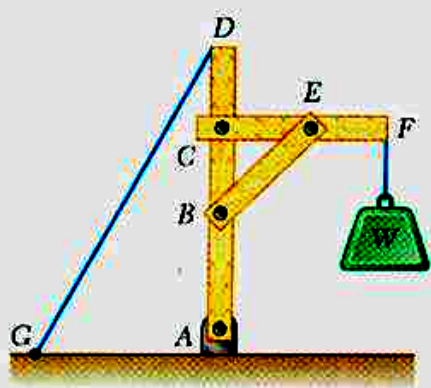
6.1 แรงภายในส่วนต่างๆ ของชิ้นส่วน





รศ.ประเสริฐ คำรงค์ชัย





รศ.ประเสริฐ คำรงค์ชัย



ตัวอย่าง 6.1

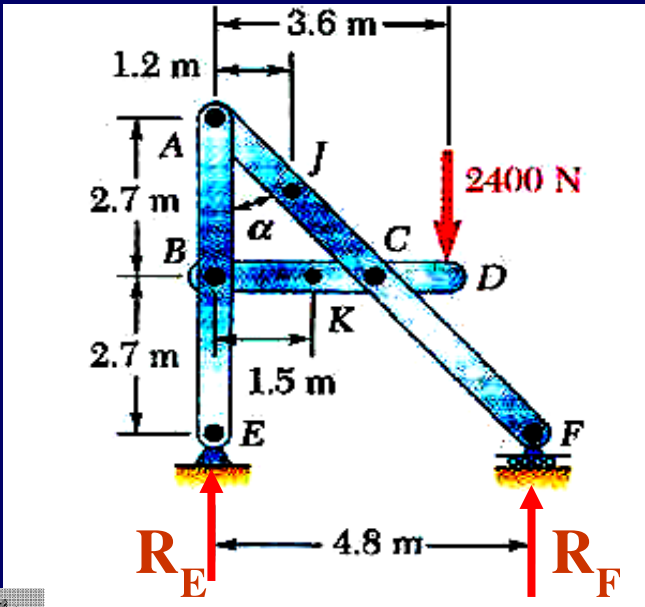
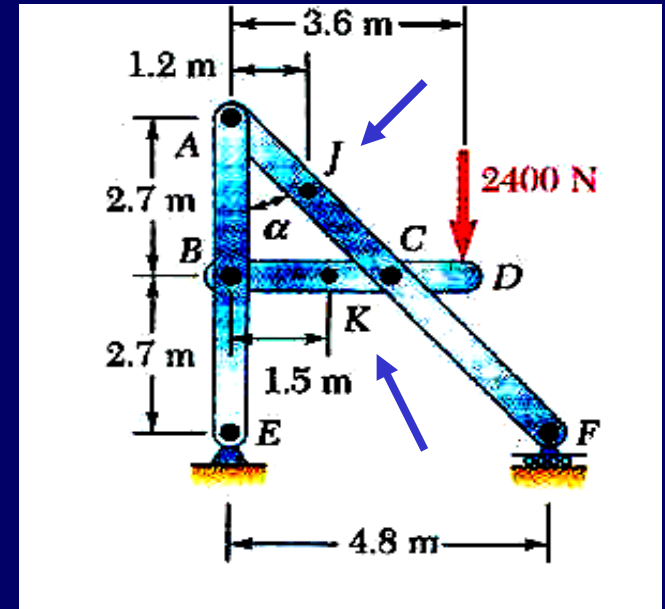
ข้อมูล

โครงสร้างรูป บรรทุกน้ำหนัก 2400 N

ปัญหา

(a) หาแรงภายในของชิ้นส่วน ACF ที่ J

(b) หาแรงภายในของชิ้นส่วน BCD ที่ K



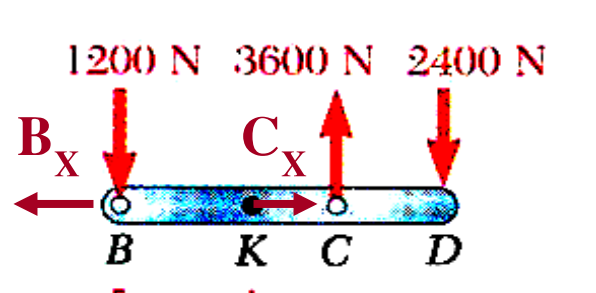
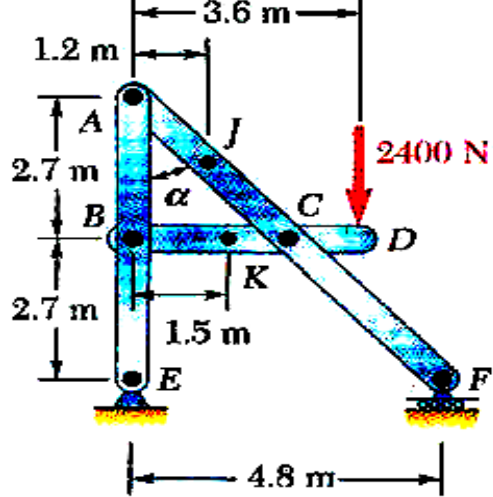
วิธีทำ

เขียน FBD ทั้งโครง

หาแรงปฏิกิริยา

ได้ $R_E = 600 \text{ N}$ $R_F = 1800 \text{ N}$

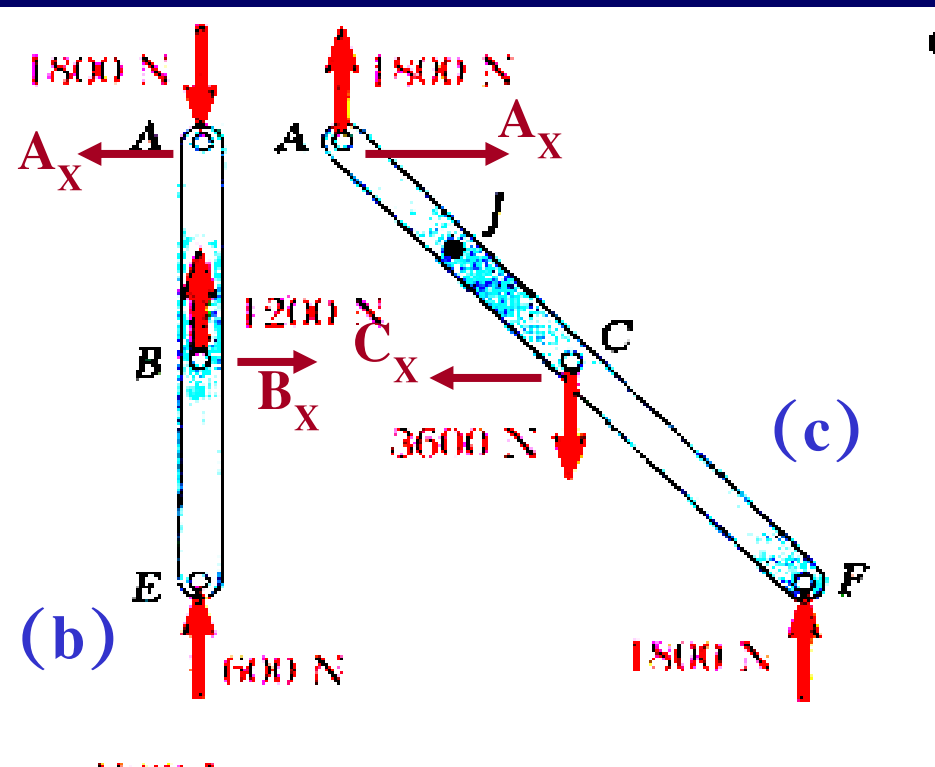
และมุม $\alpha = 41.7^\circ$



เขียน FBD แยกชิ้นส่วน
หาแรงกระทำที่จุดต่อ

จากรูป (a)

(a) $\sum M_C = 0 \quad B_Y = 1200 \text{ N} \downarrow$
 $\sum F_X = 0 \quad B_X = C_X$



จากรูป (b)

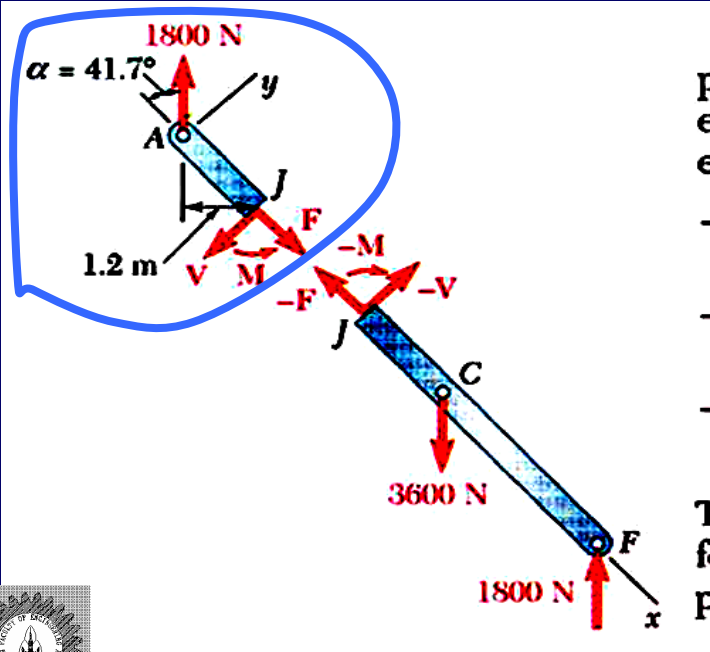
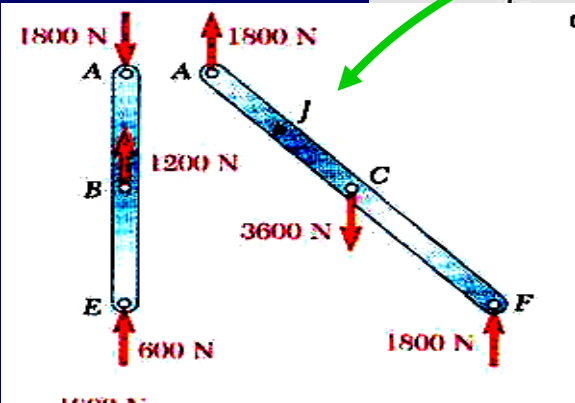
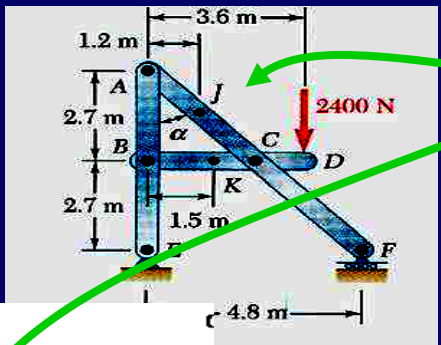
$\sum F_Y = 0 \quad A_Y = 1800 \text{ N} \downarrow$
 $\sum F_X = 0 \quad B_X = A_X$
 $\sum M_A = 0 \quad B_X (2.7) = 0 \quad B_X = 0$

จากรูป (c)

$\sum F_Y = 0 \quad C_Y = 3600 \text{ N} \downarrow$
 $\sum F_X = 0 \quad A_X = C_X$

$A_X = C_X = B_X = 0$

ตัวอย่าง 6.1



หาแรงที่รอยตัด J ในชิ้นส่วน ACF
เขียน FBD ชิ้นส่วน AJ กับ JCF
เลือกพิจารณา FBD ของชิ้นส่วน AJ
ตั้งแกน X-Y ; แกน X อยู่ในแกน AJ

$$\sum M_J = 0 \quad -(1800 \times 1.2) + M_J = 0$$

$$M_J = 2160 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\sum F_X = 0 \quad F_J - (1800 \cos 41.7^\circ) = 0$$

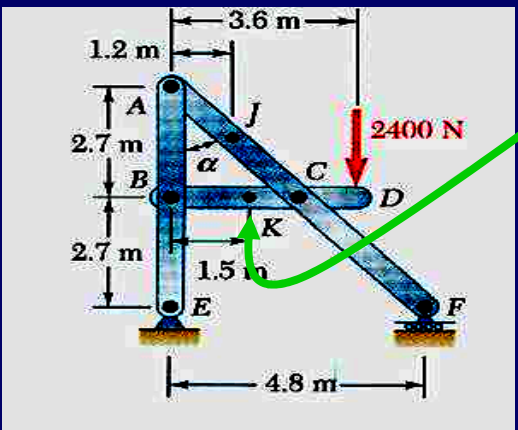
$$F_J = 1344 \text{ N}$$

$$\sum F_Y = 0 \quad -V_J + (1800 \sin 41.7^\circ) = 0$$

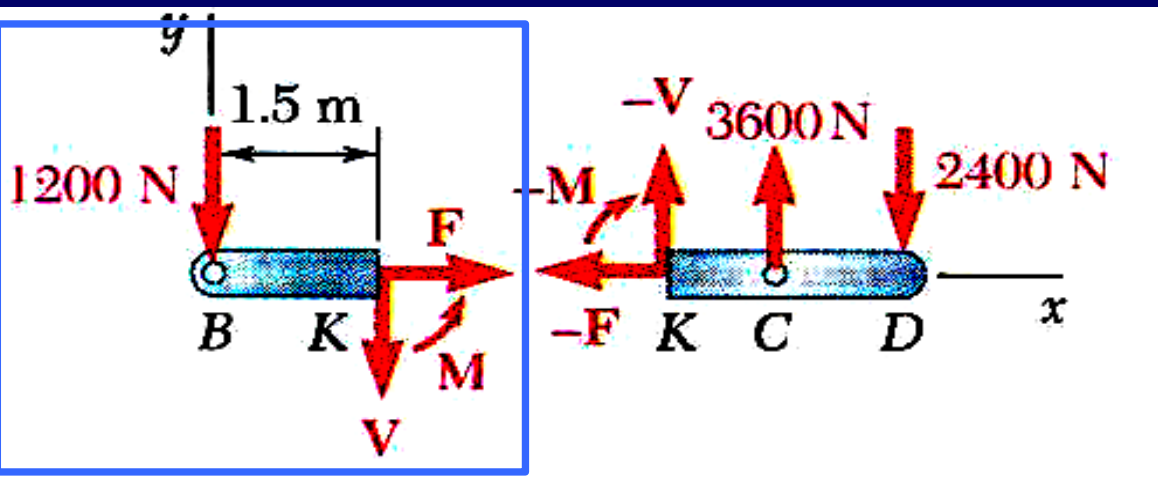
$$V_J = 1197 \text{ N}$$



ตัวอย่าง 6.1



หาแรงที่รอยตัด K ในชิ้นส่วน BCD
 เขียน FBD แยกชิ้นส่วน BK กับ KCD
 เลือกพิจารณา FBD ของชิ้นส่วน BK
 ตั้งแกน X-Y ; แกน X อยู่ในแกน BK



$$\sum M_K = 0$$

$$(1200 \times 1.5) + M_K = 0$$

$$M_K = 1800 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-V_K - 1200 = 0$$

$$V_K = -1200 \text{ N}$$

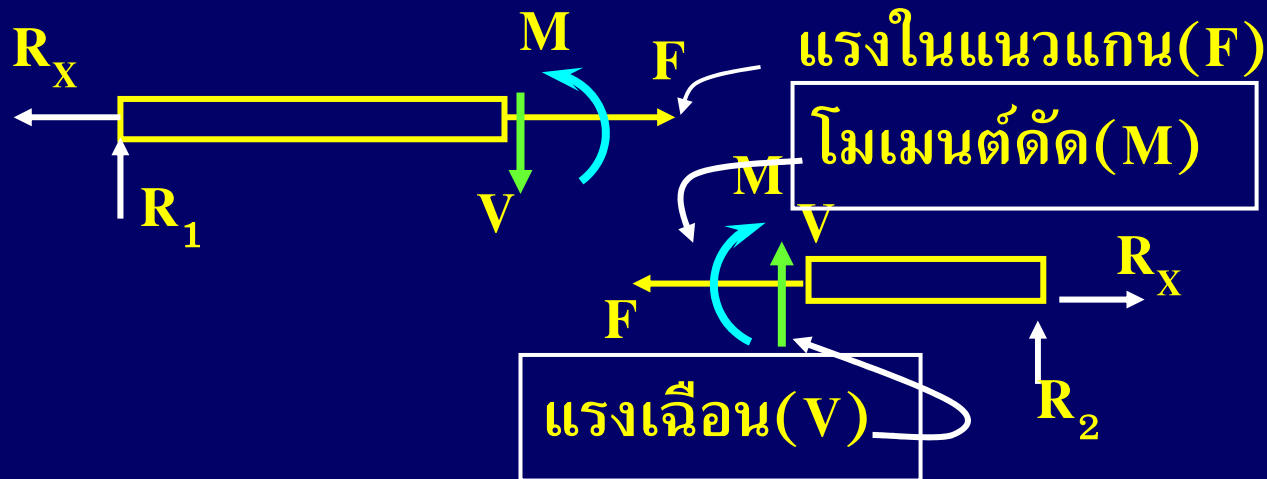
$V_K = 1200 \text{ N} \uparrow$



โครงสร้างลักษณะคาน

6.2 ชนิดของน้ำหนักบรรทุก และจุดรองรับ

เมื่อมีแรงกระทำต่อโครงสร้างคาน จะเกิดแรงภายใน คือ



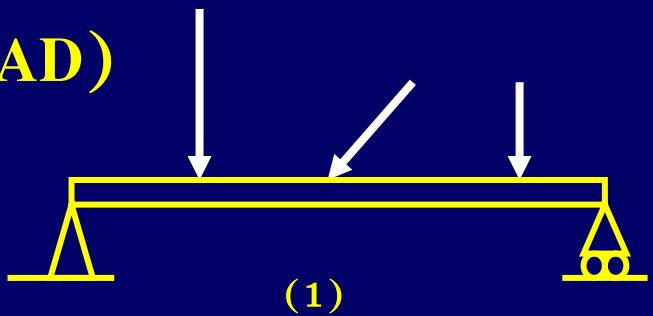
แรงที่นำไปคำนวณออกแบบคานจะใช้ แรงเฉือน(V)และโมเมนต์ดัด(M)

แรงที่ทำให้เกิดแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดภายในคาน
จะเป็นแรงตั้งฉากกับคาน

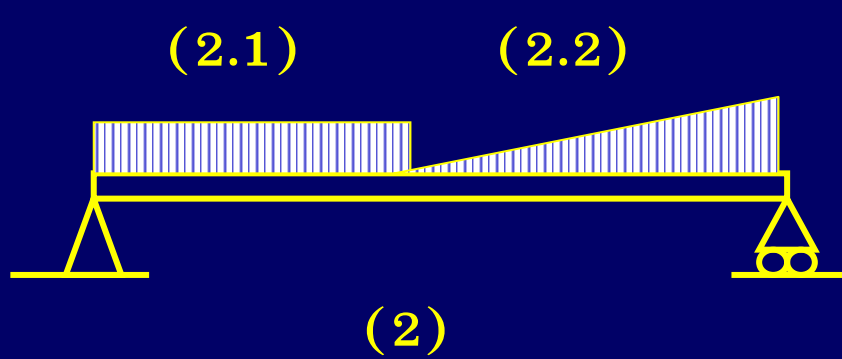


ลักษณะแรงกระทำบนคานามี 2 ลักษณะ คือ

(1) แรงเป็นจุด (POINT LOAD)



(2) แรงแผ่กระจาย (DISTRIBUTE LOAD)



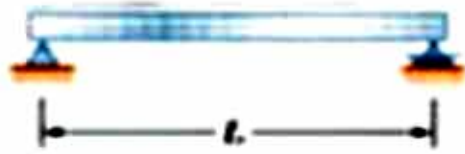
(2.1) แรงแผ่กระจายสม่ำเสมอ

(2.2) แรงแผ่กระจายไม่สม่ำเสมอ



ประเภทคาน ตามลักษณะจุดรองรับและการต่อเชื่อม

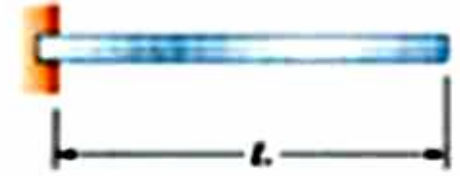
Statically
Indeterminate
Beams



(a) Simply supported beam



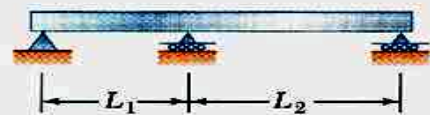
(b) Overhanging beam



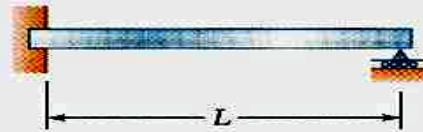
(c) Cantilever beam

คานอย่างง่ายที่คำนวณได้ ด้วยสถิตยศาสตร์

Statically
Indeterminate
Beams



(d) Continuous beam



(e) Beam fixed at one end
and simply supported
at the other end

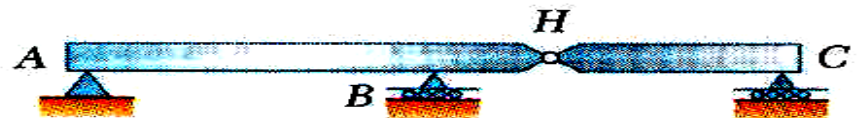


(f) Fixed beam

คานที่ไม่สามารถคำนวณได้
ด้วยสถิตยศาสตร์
เนื่องจากเกิด Unknown มาก



(a)

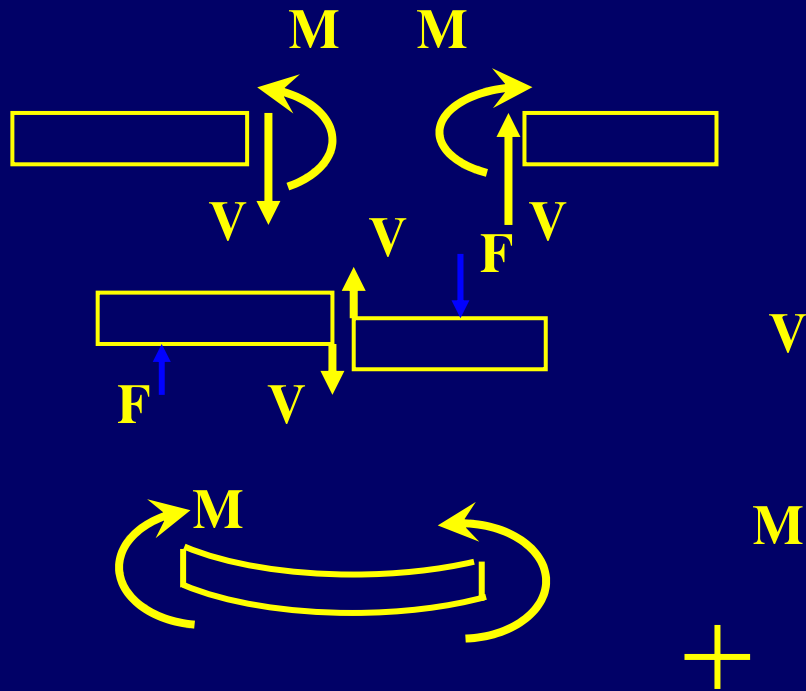


(b)

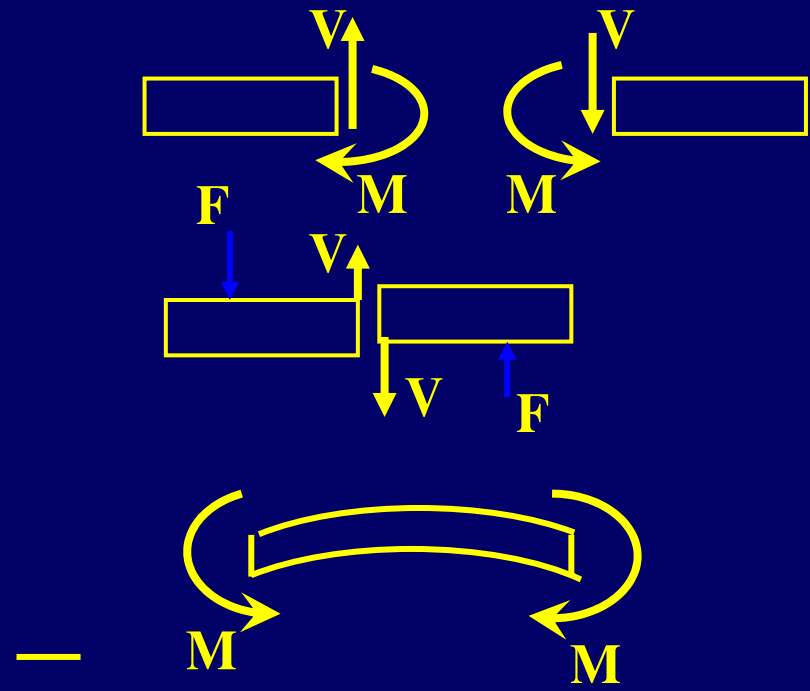


6.3 แรงเฉือนและโมเมนต์ตัดในคาน

การเกิดแรงเฉือน, โมเมนต์ตัดภายในคาน และการกำหนดเครื่องหมาย



ลักษณะการเกิด ที่กำหนด
เครื่องหมายเป็น + (บวก)

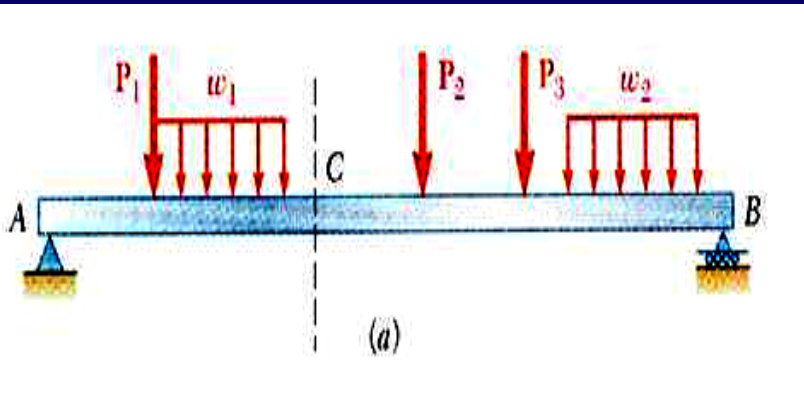


ลักษณะการเกิด ที่กำหนด
เครื่องหมายเป็น - (ลบ)



แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

เป็นพฤติกรรมของแรงต้านทานภายในที่เกิดจากผลของแรงกระทำภายนอก

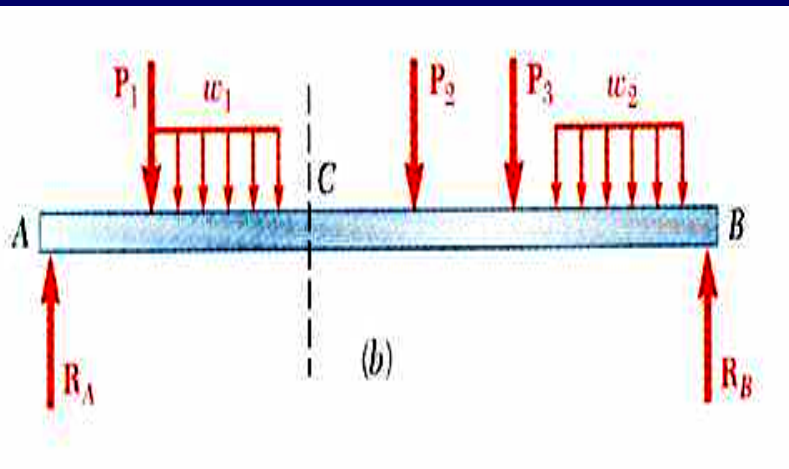


คาน AB บรรทุกน้ำหนักดังรูป
พิจารณา แรงเฉือนและ
โมเมนต์ดัดที่ C

1

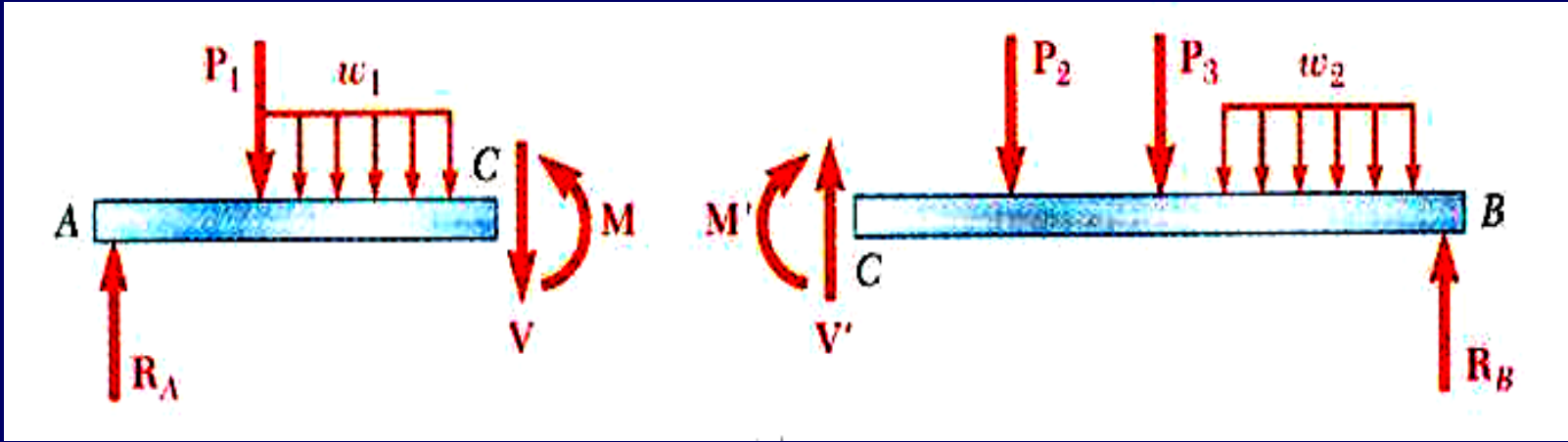
เขียน FBD ทั้งโครง
เพื่อหาแรงปฏิกิริยา
ที่จุดรองรับ R_A , R_B





2

ตัด Section จุดที่ต้องการหา V&M
 เลือกส่วนที่น่าจะคำนวณได้ง่ายกว่า
 มาพิจารณา โดยสมการสมดุล



การหาน้ำหนักรวม W ของน้ำหนักแผ่กระจาย

L



w กก/ม

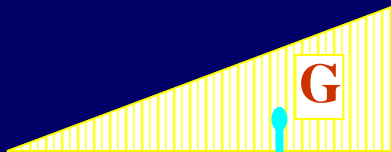
กรณีแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ

$L/2$

W

$W = wL$ กก ตำแหน่งลงที่จุดศูนย์กลาง G

L



w กก/ม

กรณีแผ่กระจายแบบไม่สม่ำเสมอ

$(2/3)L$

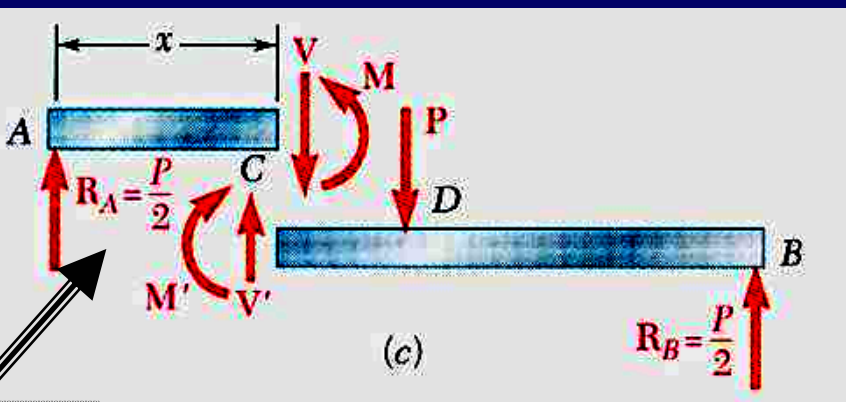
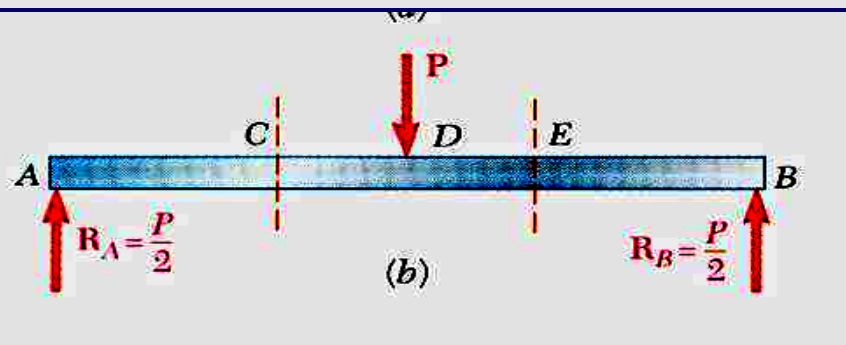
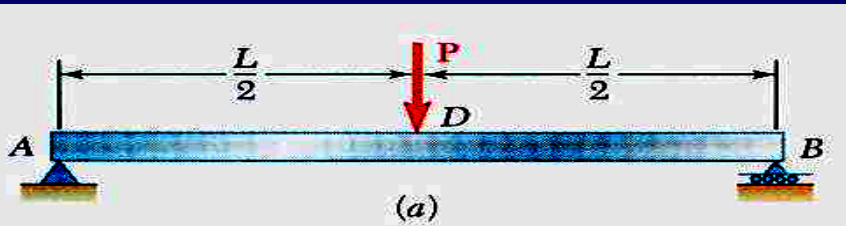
W

$W = (1/2)wL$ กก ตำแหน่งลงจุดศูนย์กลาง G



6.4 แผนภาพแสดงค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

Shear Force and Bending Moment Diagram



จาก FBD ทั้งโครง หาค่าแรงปฏิกิริยา
 $R_A = P/2$ $R_B = P/2$

แยกส่วนที่ C หา V & M

เลือกชิ้นส่วน AC

$$\sum F_Y = 0 \quad V_C = P/2$$

$$\sum M_C = 0$$

$$M_C - R_A(X) = 0 ; \quad M_C = (P/2)X$$

* V_C จะคงที่ M_C จะแปรตาม X *

M_C จะเป็นจริงในช่วง A - D เท่านั้น



แยกส่วนที่ E หา V & M

เลือกชิ้นส่วน AE

$$\sum F_Y = 0;$$

$$R_A - P - V_E = 0; \quad V_E = -P/2$$

$$\sum M_E = 0;$$

$$M_E + P[X - (L/2)] - R_A(X) = 0$$

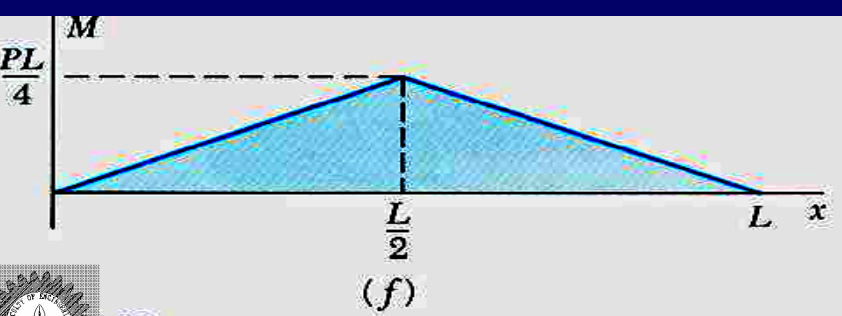
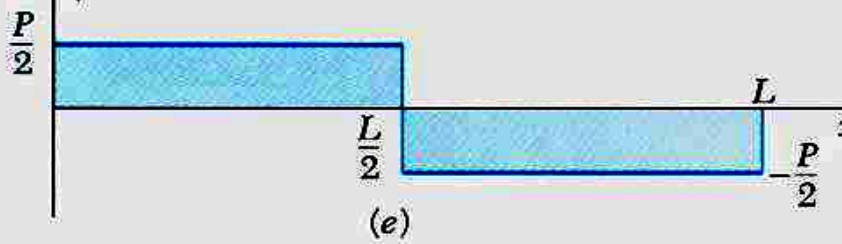
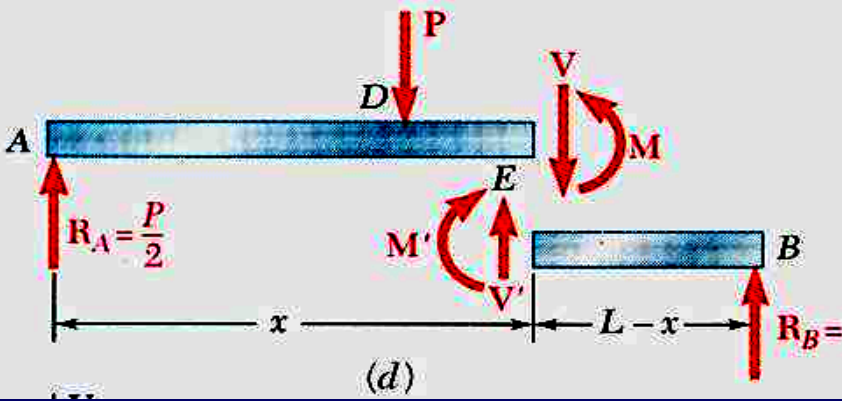
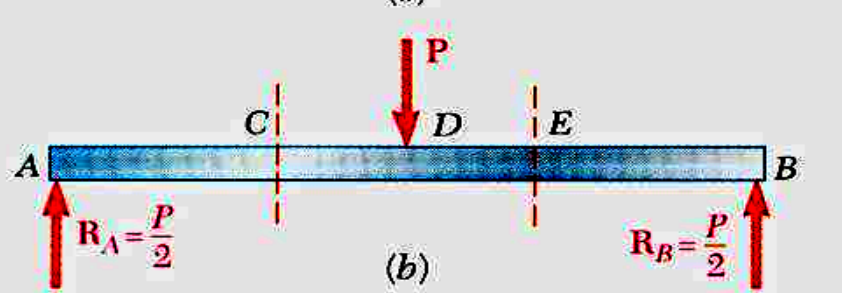
$$M_E = (P/2)(L - X)$$

* V_E จะคงที่ M_E จะแปรตาม X *

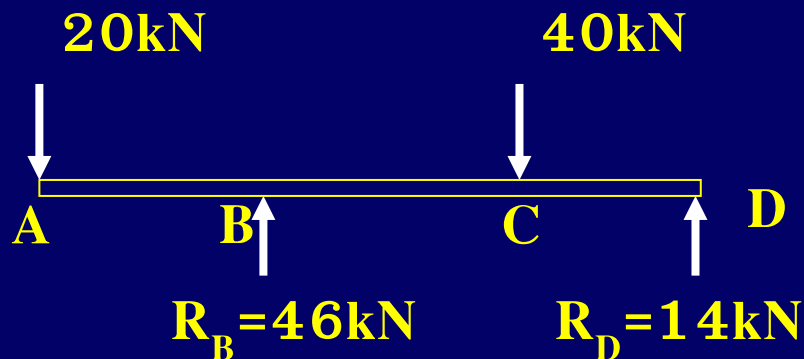
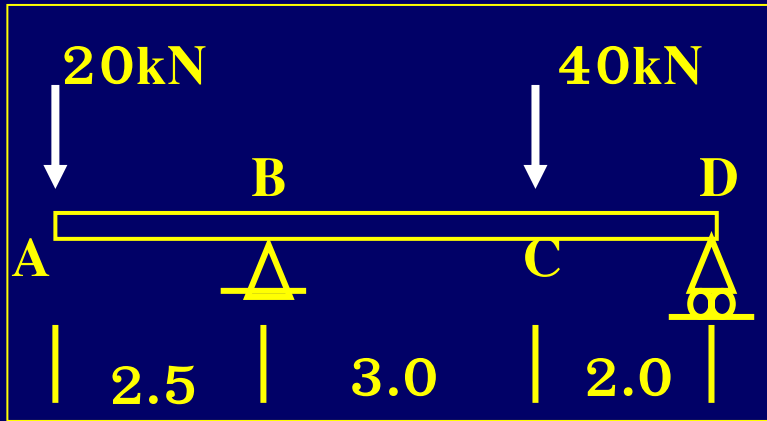
M_E จะเป็นจริงในช่วง D - B เท่านั้น

นำสมการที่หาได้มาเขียนกราฟ V & M

ที่จุด V ตัดแกน(0) M จะสูงสุด



ตัวอย่าง 6.2



ข้อมูล

คาน AD รับน้ำหนักดังรูป

ปัญหา

ให้เขียนแผนภาพ

แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน

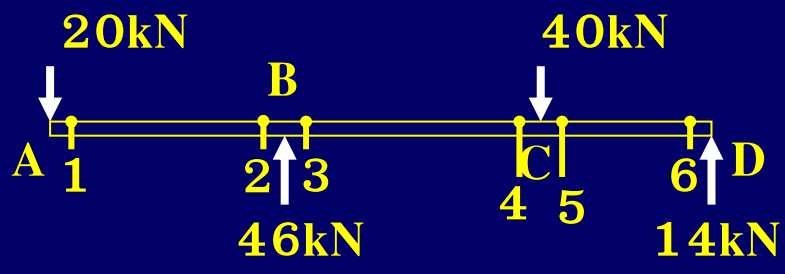
วิธีทำ

เขียน FBD ทั้งโครง

หาแรงปฏิกิริยา

$$R_A = 46 \text{ kN} \quad R_D = 14 \text{ kN}$$

ตัวอย่าง 6.2



พิจารณาจุด 1

ห่างจุด A น้อยมาก --> A



$$\sum F_Y = 0$$

$$-20 - V_1 = 0$$

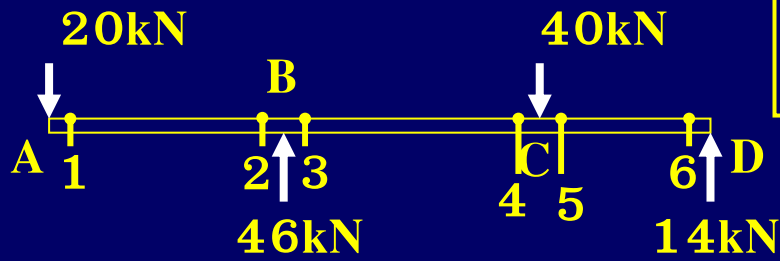
$$V_1 = -20 \text{ kN}$$

$$\sum M_1 = 0$$

$$(20)(0) + M_1 = 0$$

$$M_1 = 0$$





พิจารณาจุด 2 ห่างจุด B น้อยมาก --> B

$$\sum F_Y = 0$$

$$-20 - V_2 = 0; \quad V_2 = -20 \text{ kN}$$

$$\sum M_2 = 0$$

$$(20)(2.5) + M_2 = 0$$

$$M_2 = -50 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

พิจารณาจุด 3 เลยจุด B น้อยมาก --> B

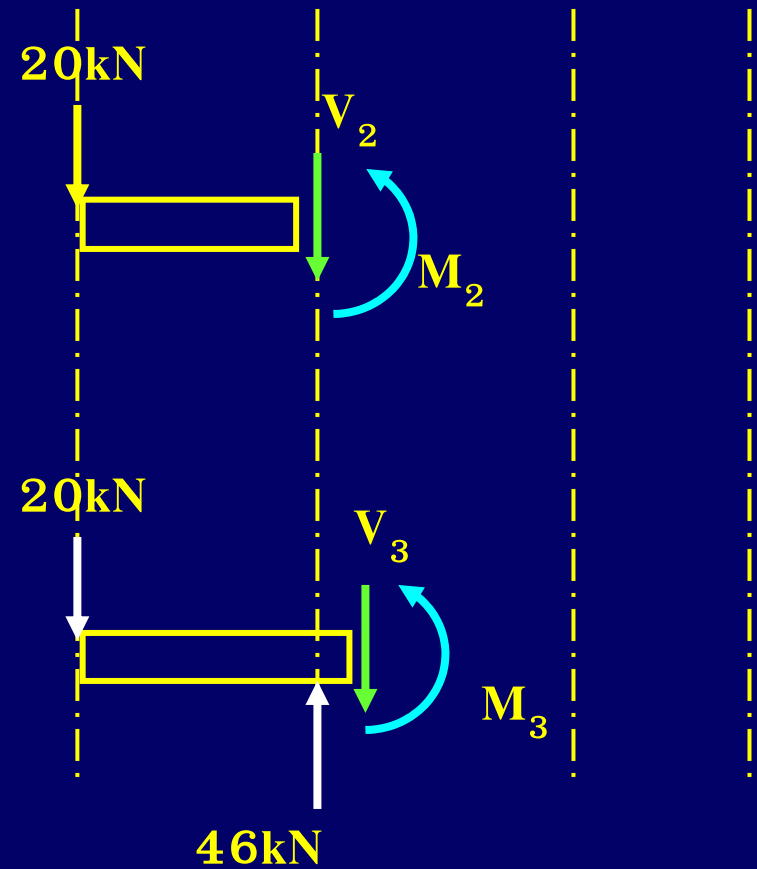
$$\sum F_Y = 0$$

$$-20 + 46 - V_3 = 0; \quad V_3 = 26 \text{ kN}$$

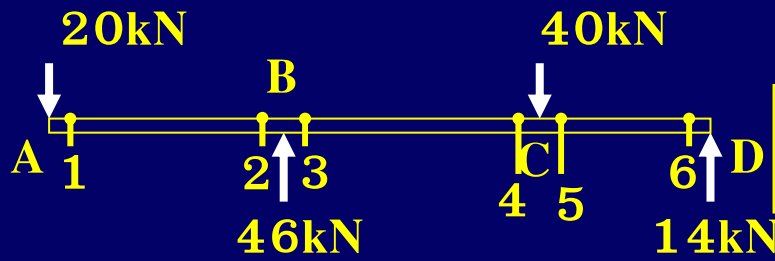
$$\sum M_3 = 0$$

$$(20)(2.5) - (46)(0) + M_3 = 0$$

$$M_3 = -50 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



ในลักษณะเดียวกัน จุด 4,5 ,6 จะได้



พิจารณาจุด 4 ห่างจุด C น้อยมาก --> C

$$\sum F_Y = 0; \quad V_4 = 26 \text{ kN}$$

$$\sum M_4 = 0; \quad M_4 = 28 \text{ kN ม}$$

พิจารณาจุด 5 ห่างจุด C น้อยมาก --> C

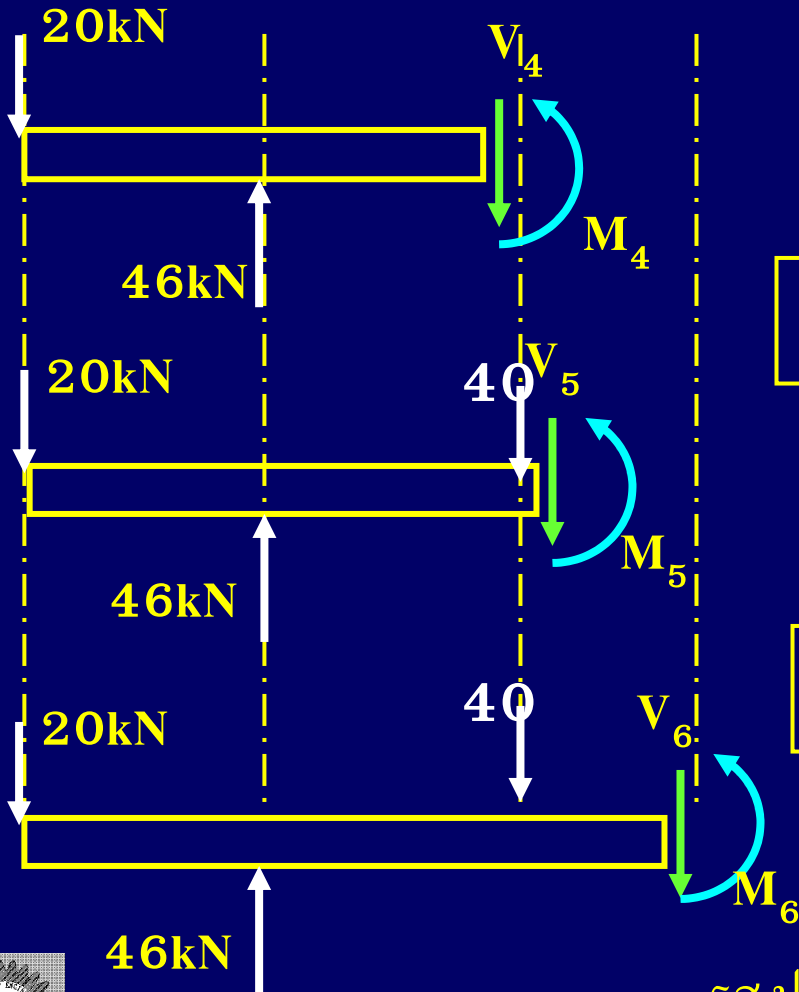
$$\sum F_Y = 0; \quad V_5 = -14 \text{ kN}$$

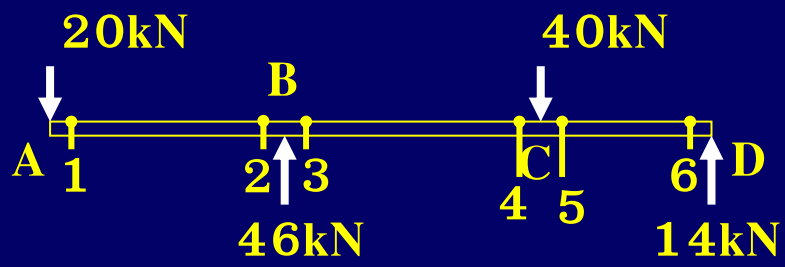
$$\sum M_5 = 0; \quad M_5 = 28 \text{ kN ม}$$

พิจารณาจุด 6 ห่างจุด D น้อยมาก --> D

$$\sum F_Y = 0; \quad V_6 = -14 \text{ kN}$$

$$\sum M_6 = 0; \quad M_6 = 0 \text{ kN ม}$$





นำค่าที่ได้ไปเขียนแผนภาพ V & M

$$V_1 = -20 \text{ kN}$$

$$V_3 = 26 \text{ kN}$$

$$V_5 = -14 \text{ kN}$$

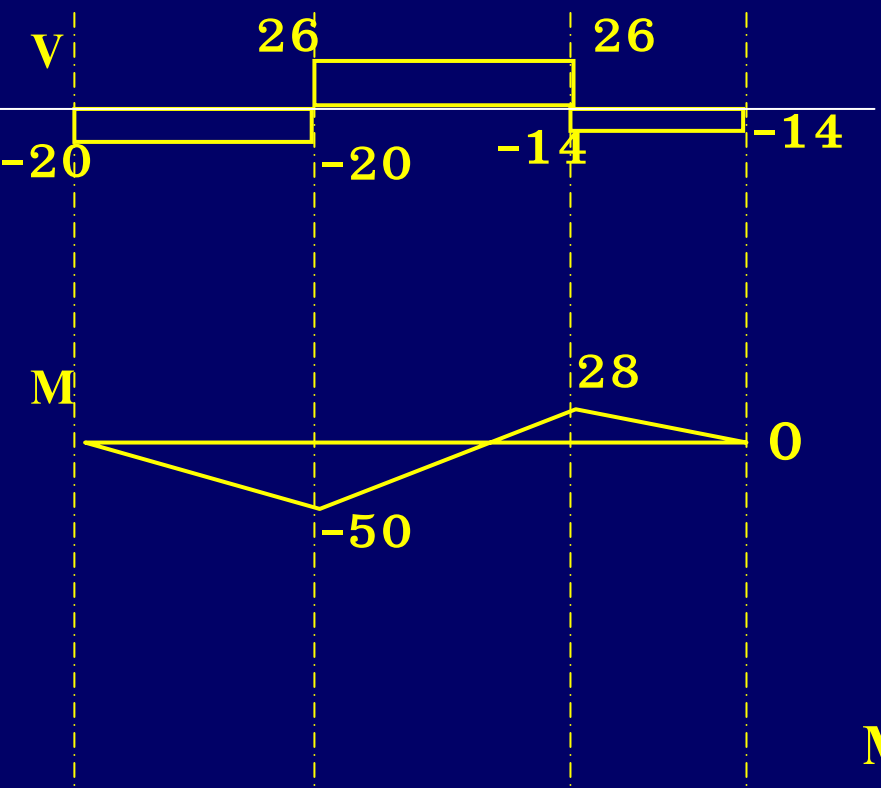
$$V_6 = -14 \text{ kN}$$

$$M_1 = 0$$

$$M_3 = -50 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_5 = 28 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

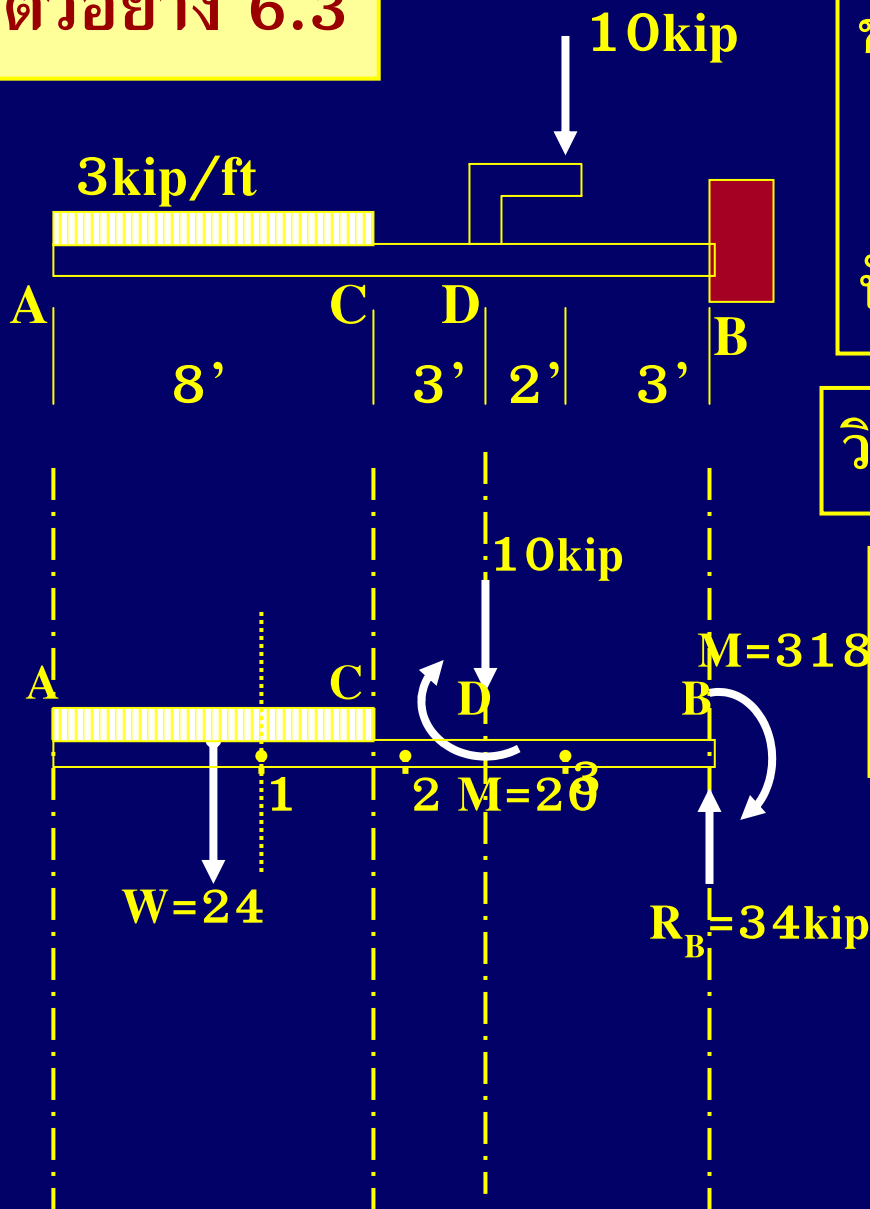
$$M_6 = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



จะเห็นว่า
 ที่จุด V ตัดแกน M จะเป็นยอดแหลม
 M เป็นเส้นตรงเฉียง
 เพราะ M แปรตามระยะ (X กำลัง 1)



ตัวอย่าง 6.3



ข้อมูล คานยื่น AB บรรทุกน้ำหนัก
ดังรูป

ปัญหา เขียนแผนภาพ V & M

วิธีทำ

เขียน FBD ทั้งโครง

ย้ายแรง 10 kip ลงมาไว้ที่ D ได้
แรง 10 kip และ โมเมนต์ 20 kip-ft

หาแรงปฏิกิริยาที่ B ได้

$$R_B = 34 ; M = 318$$

โมเมนต์ที่ B และ D เกิดขึ้นแล้ว
เป็นโมเมนต์กระทำจากภายนอก



ตัดส่วนมาพิจารณาเป็นช่วง ๆ AC, CD, DB

รอยตัดที่ 1 ในช่วง AC

$$\sum F_Y = 0; -3X_1 - V_1 = 0; \quad V_1 = -3X_1$$

$$\sum M_1 = 0; 3X(X_1/2) + M_1 = 0;$$

$$M_1 = -1.5X_1^2$$

X เป็นจริงในช่วง A --> C เท่านั้น

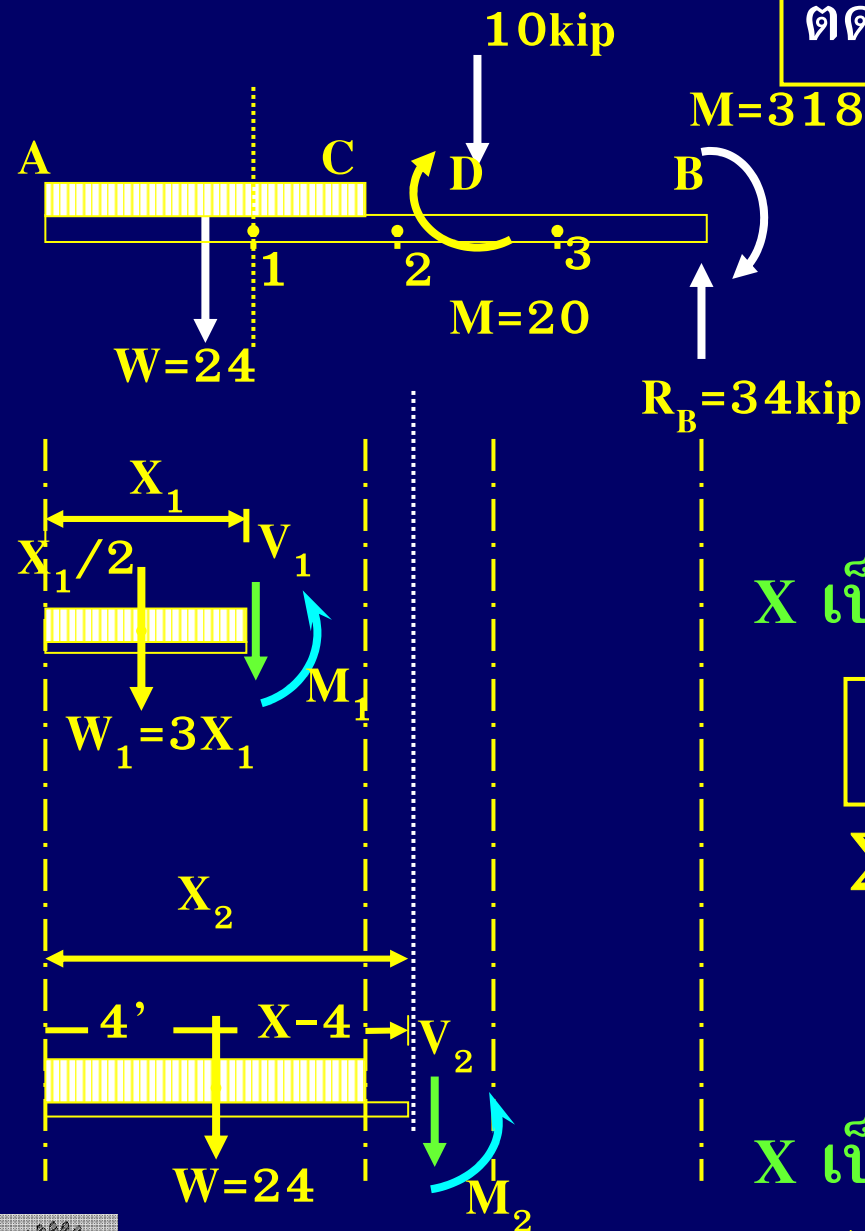
รอยตัดที่ 2 ในช่วง CD

$$\sum F_Y = 0; -24 - V_2 = 0; \quad V_2 = -24$$

$$\sum M_2 = 0; 24(X-4) + M_2 = 0;$$

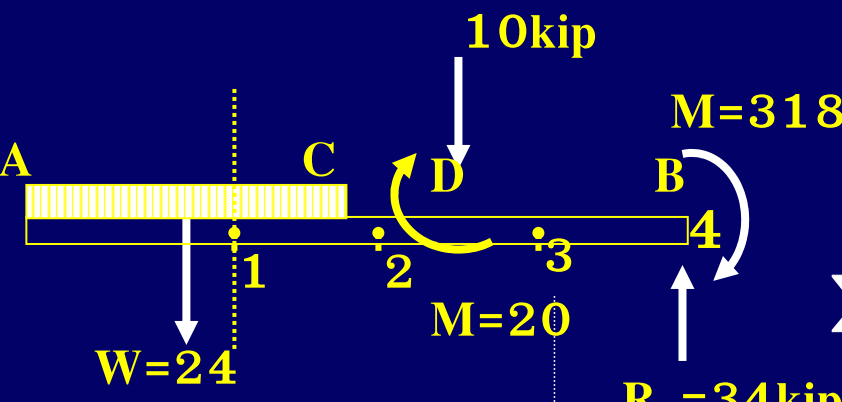
$$M_2 = 96 - 24X_2$$

X เป็นจริงในช่วง C --> D เท่านั้น



รอยตัดที่ 3 ในช่วง DB

โมเมนต์ที่ D ปรากฏแล้ว



$$\sum F_Y = 0 \quad -24 - 10 - V_3 = 0; \quad V_3 = -34$$

$$R_B = 34 \text{ kip} \quad \sum M_3 = 0;$$

MD

$$24(X-4) + 10(X-11) - 20 + M_3 = 0$$

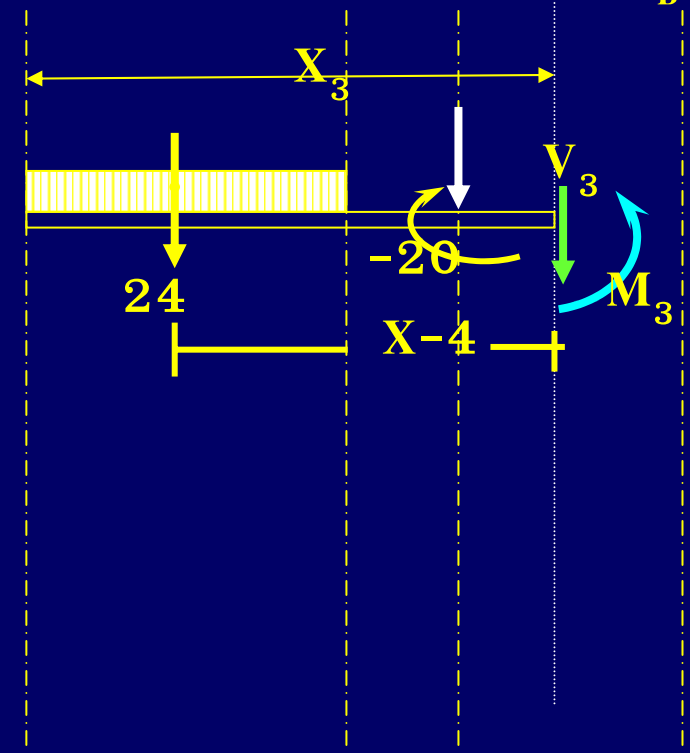
$$M_3 = 226 - 34X_3$$

X เป็นจริงในช่วง D --> B เท่านั้น

เมื่อเข้าใกล้จุด B

$$V = -34$$

$$M = -318$$



สรุป

ช่วง AC ;

$$V_1 = -3X_1 \quad M_1 = -1.5X_1^2$$

X เป็นจริงสำหรับค่า $0 < X < 8$

ช่วง CD ;

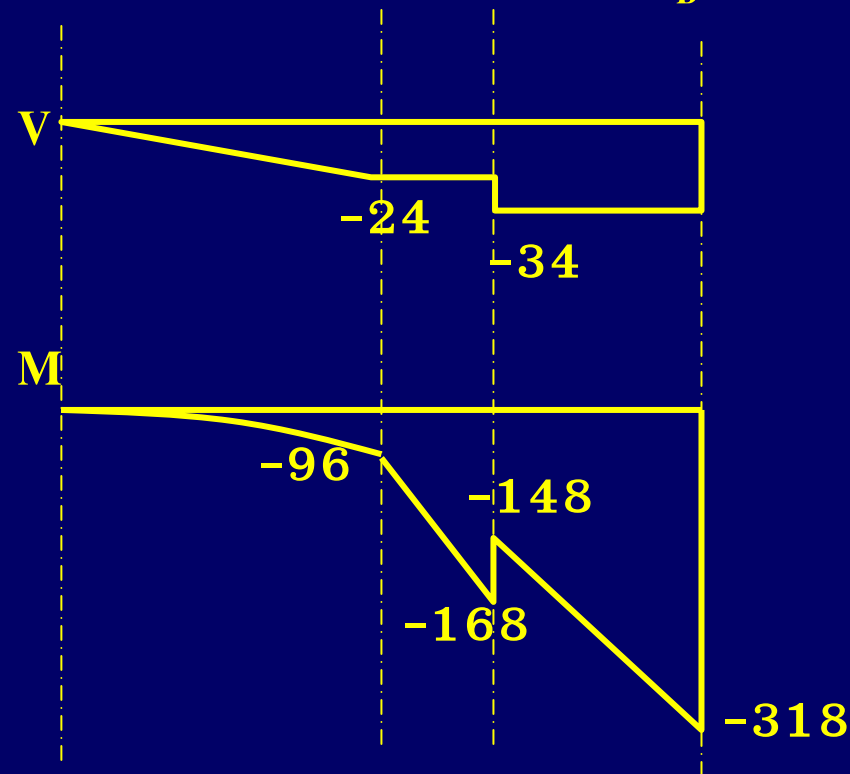
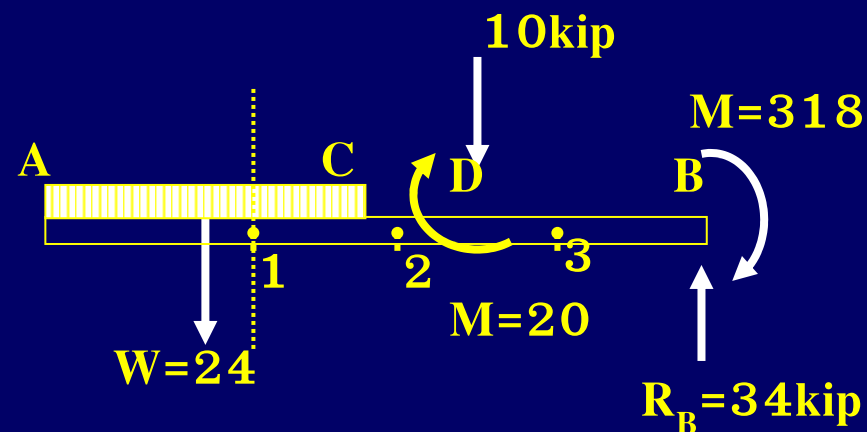
$$V_2 = -24 \quad M_2 = 96 - 24X_2$$

X เป็นจริงสำหรับค่า $8 < X < 11$

ช่วง DB ;

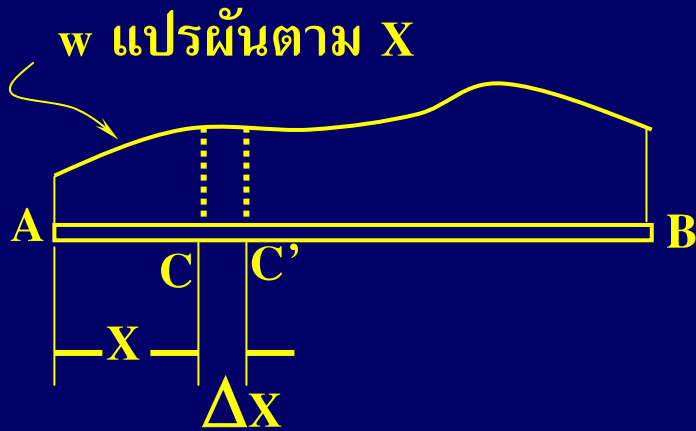
$$V_3 = -34 \quad M_3 = 226 - 34X_3$$

X เป็นจริงสำหรับค่า $11 < X < 16$



6.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง น้ำหนัก w แรงเฉือน V และโมเมนต์ดัด M

ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุก w กับแรงเฉือน V



พิจารณา ตัดชิ้นส่วนเล็ก $C-C'$

นำมาเขียน FBD ใช้สมการสมดุล

$$\sum F_Y = 0$$

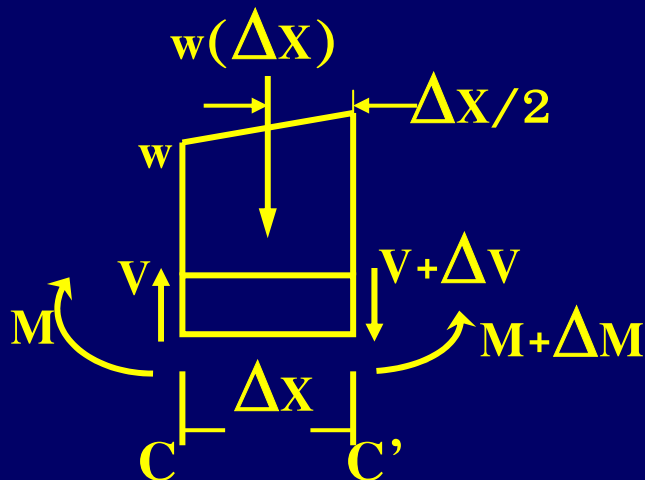
$$V - (V + \Delta V) - w(\Delta X) = 0$$

$$\Delta V = -w(\Delta X)$$

$$\Delta V / \Delta X = -w$$

เมื่อ $\Delta X \rightarrow 0$ ได้

$$dV/dX = -w \quad \text{-----} \quad (6.1)$$

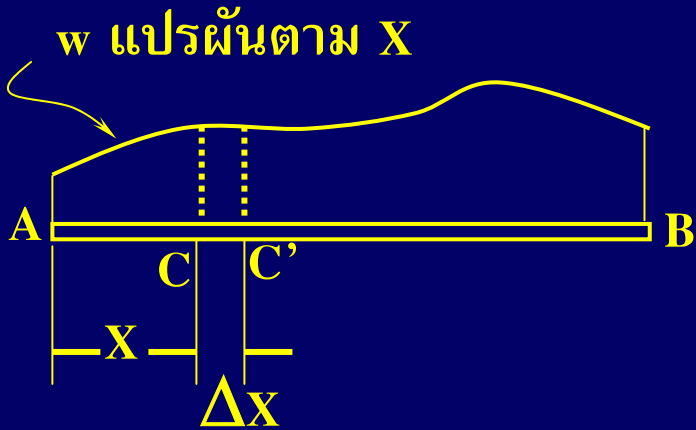


$$dV/dX = -w \quad \text{-----} \quad (6.1)$$

อินทิเกรตสมการ 6.1 จาก C --> B

$$V_B - V_C = - \int_{X_C}^{X_B} w dX = [wX]_C^B \quad \text{---} \quad 6.2$$

$V_B - V_C$ ก็คือ พื้นที่ใต้ Curve นั้นเอง



$w = 0$ V จะเป็นค่าคงที่ (เส้นราบ)

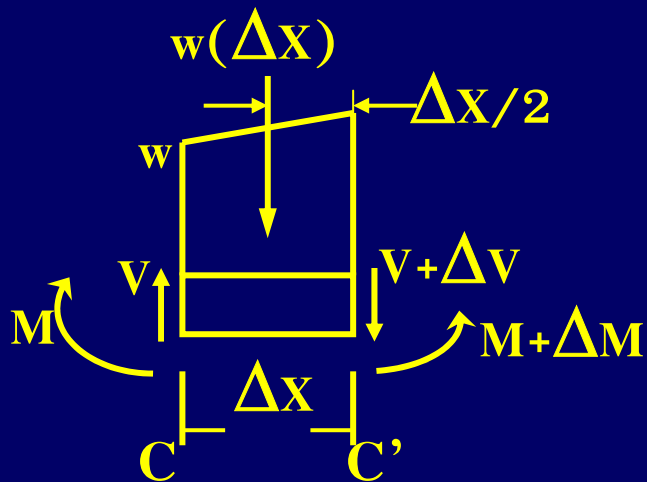
$w = c$ หมายถึงน้ำหนักลงเป็นจุด

V จะเป็นเส้นแนวตั้ง

w คงที่ V จะมีค่า slope เส้นตรงเอียง

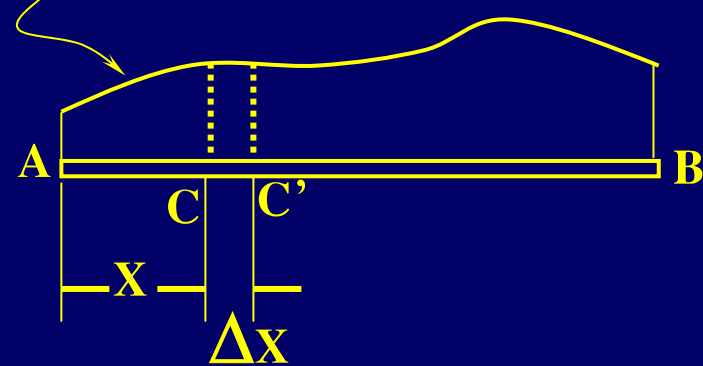
w แปรตาม X

V จะเป็นเส้นโค้งพาราโบลา



ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน V กับโมเมนต์ตัด M

w แปรผันตาม X



พิจารณา ตัดชิ้นส่วนเล็ก C-C'

นำมาเขียน FBD ใช้สมการสมดุล

$$\Sigma M_{C'} = 0 ;$$

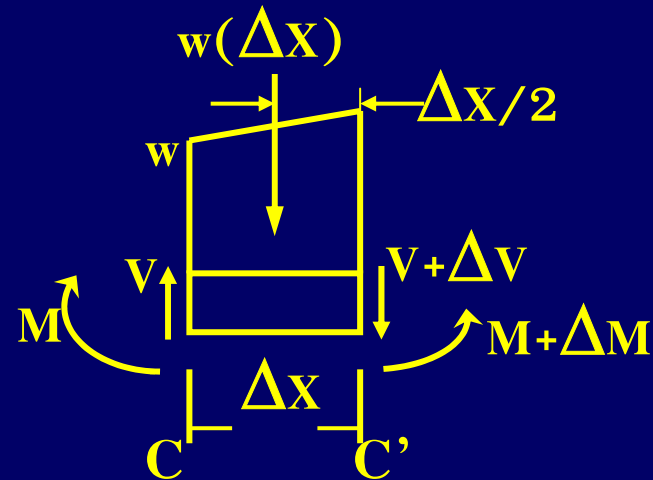
$$(M + \Delta M) - M - V(\Delta X) + (w \Delta X)(\Delta X/2) = 0$$

$$\Delta M = V \Delta X - (1/2)(w)(\Delta X)^2$$

$$\Delta M / \Delta X = V - (1/2)(w)(\Delta X)$$

เมื่อ $\Delta X \rightarrow 0$

$$\text{ได้ } dM/dX = V \text{ ----- (6.3)}$$



ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน V กับโมเมนต์ตัด M

$$dM/dX = V \text{ ----- (6.3)}$$

Integrate สมการ (6.3) ในช่วง C --> B

$$M_B - M_C = \int_{X_C}^{X_B} V dX = [VX]_C^B \text{ --- (6.4)}$$

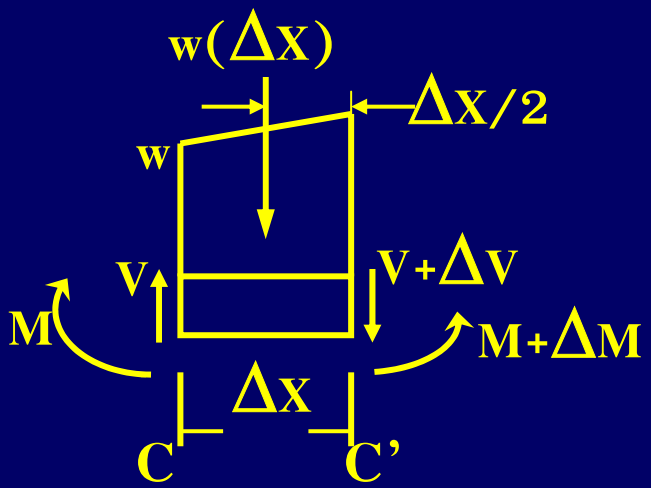
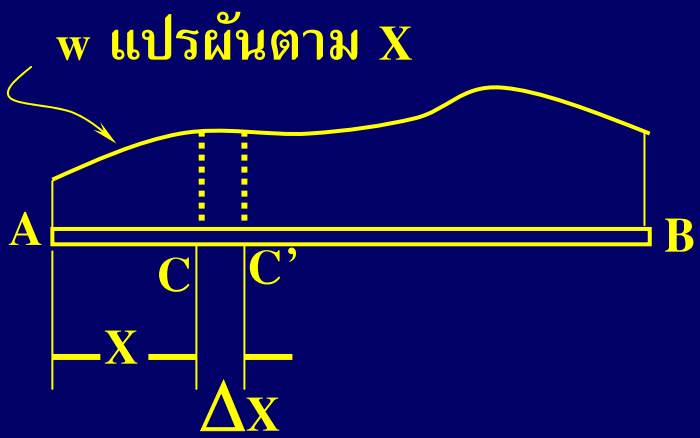
ได้ข้อเท็จจริงว่า

$M_B - M_C =$ พื้นที่ใต้ Shear Curve จาก C ถึง B

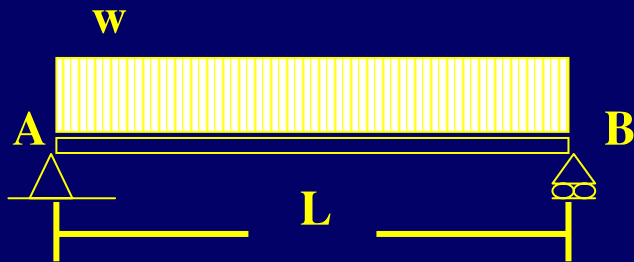
diff M จะได้ V หรือ ๒ V จะได้ M

จุดที่ $V = 0$ จะเกิดโมเมนต์สูงสุด

หรือ จุดที่เส้นแรงเฉือนตัดแกนสะเทิน



กรณีคานอย่างง่าย



คาน AB ยาว L

บรรทุกน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอ

มีจุดรองรับดังรูป

จาก FBD ของคาน
หาแรงปฏิกิริยา ได้

$$R_A = R_B = wL/2$$

พิจารณาจุด A

$$\sum F_Y = 0$$

$$R_A = V_A = wL/2$$

และ $M_A = 0$



พิจารณาที่จุด X ใดๆ ห่าง A ไปทาง B

หาค่า V

จากสมการ $V - V_A = - \int_0^X w dx = - wx$

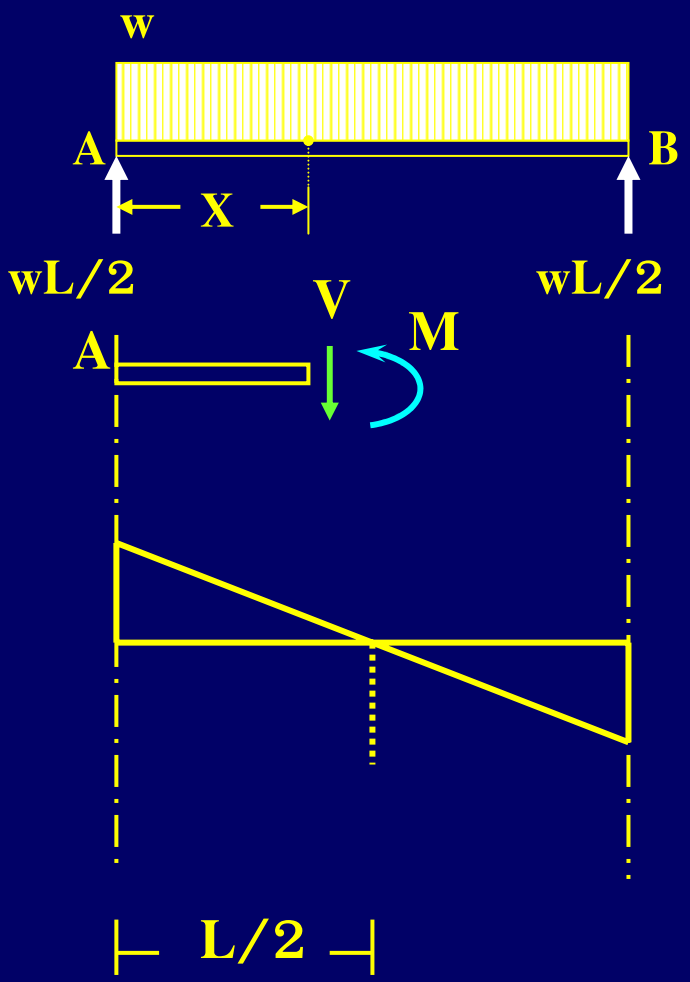
$V = V_A - wx = wL/2 - wx = w(L/2 - X)$

สมการนี้เป็นจริงในช่วง A ถึง B

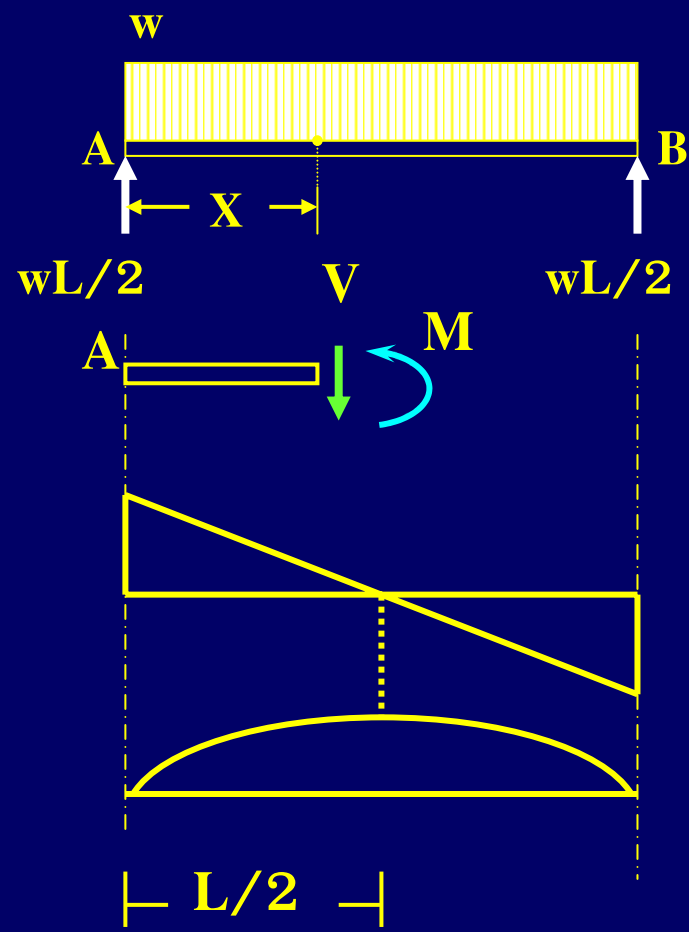
เมื่อ $X = 0$ $V = wL/2$

เมื่อ $X = L/2$ $V = 0$

เมื่อ $X = L$ $V = -wL/2$



หาค่า M



จากสมการ $M - M_A = \int_0^X V dx$
 เมื่อ $V = w(L/2 - X)$
 $M - M_A = \int_0^X w(L/2 - X) dx = (w/2)(LX - X^2)$
 $M_A = 0$ $M = (w/2)(LX - X^2)$

เมื่อ $X = 0$ (ที่ A) $M = 0$
 เมื่อ $X = L/2$ $M = wL^2/8$
 เมื่อ $X = L$ (ที่ B) $M = 0$



ตัวอย่าง 6.4

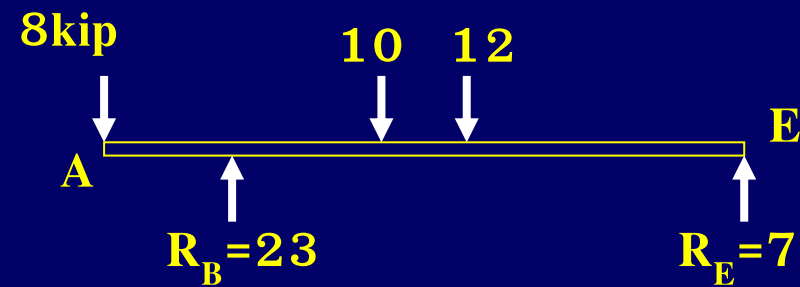
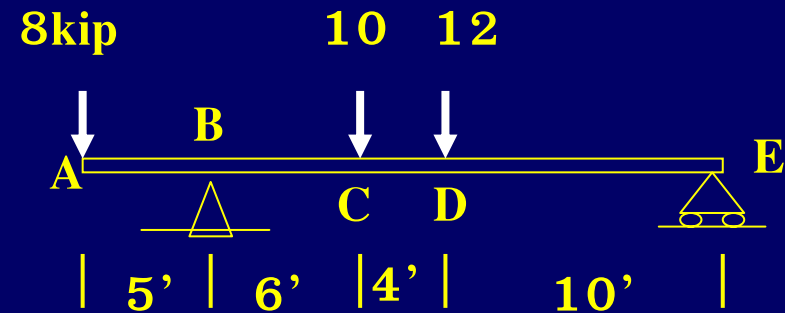
ข้อมูล คาน AE มีจุดรองรับและ
บรรทุกน้ำหนัก ดังรูป

ปัญหา เขียน แผนภาพ V & M

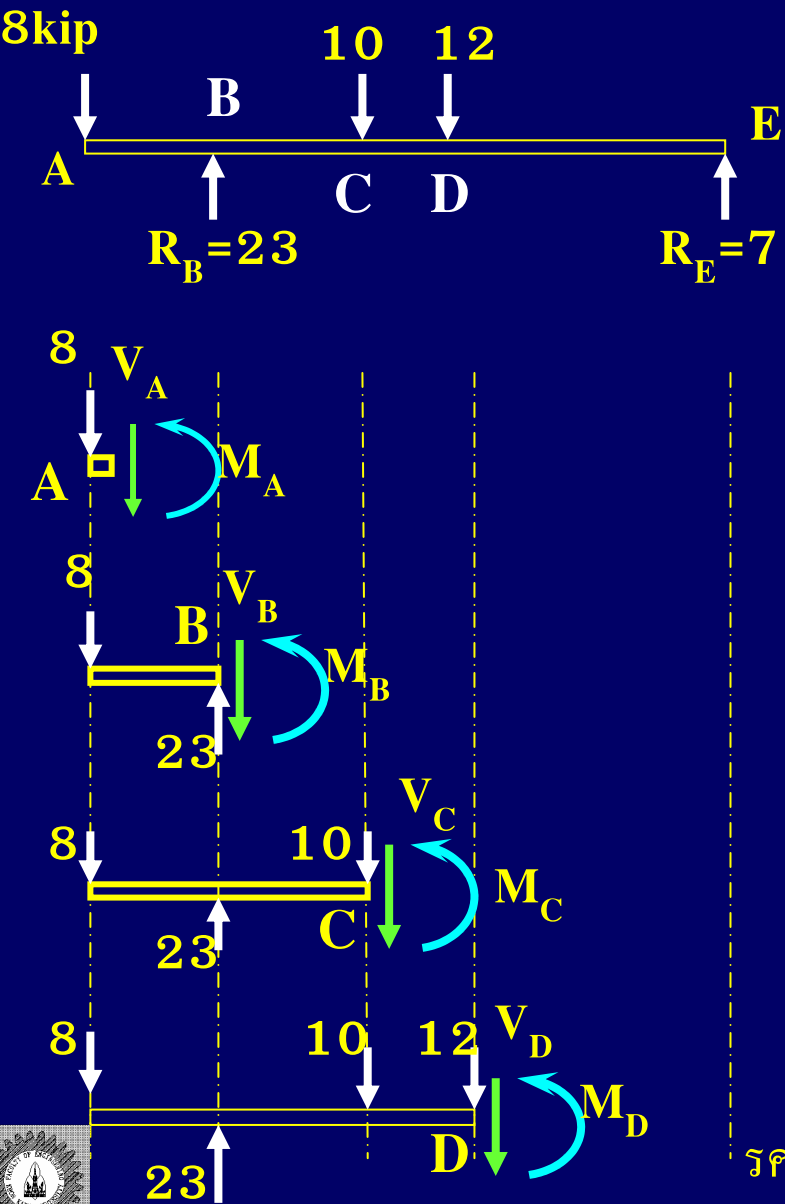
วิธีทำ

จาก FBD ของคาน
หาแรงปฏิกิริยา ได้

$$R_B = 23 \text{ kip}, \quad R_E = 7 \text{ kip}$$



หาแรงเฉือน V

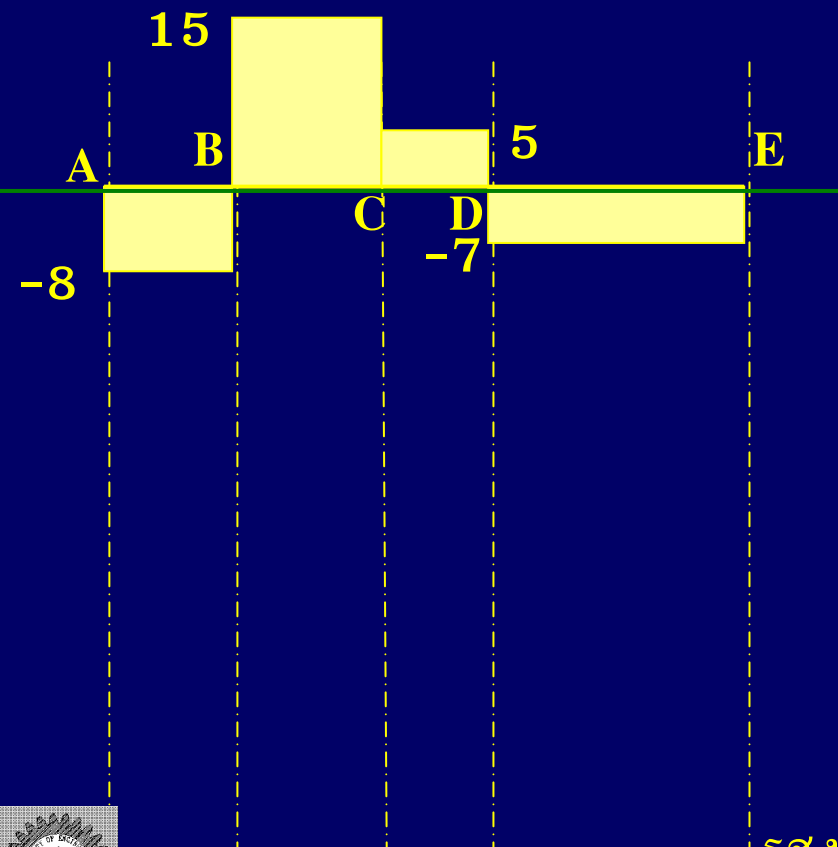
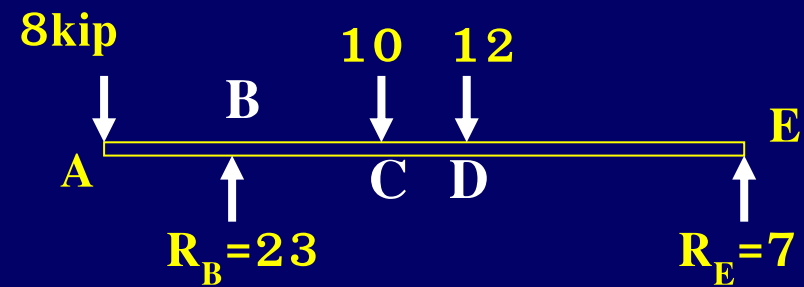


ที่ A
 เนื่องจากน้ำหนักลงเป็นจุด $w \rightarrow t$
 $\sum F_Y = 0; \quad -V_A - 8 = 0; \quad V_A = -8$

ที่ B (พิจารณาตั้งแต่ A ถึง B)
 $\sum F_Y = 0;$
 $-V_B - 8 + 23 = 0; \quad V_B = 15$

ที่ C และ D พิจารณาในลักษณะเดียวกัน
 $V_C = 5$ และ $V_D = -7$





สรุป V เป็นเส้นแนวราบ (ค่าคงที่)

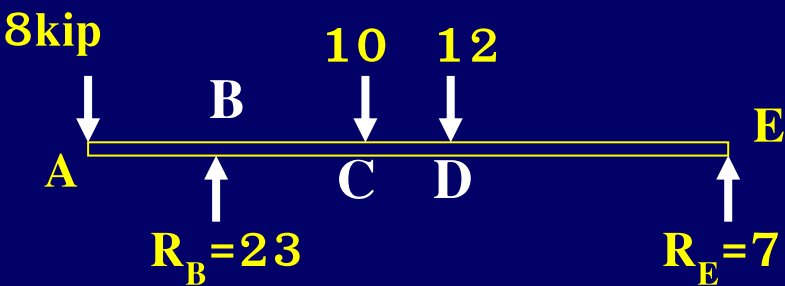
A-B; $V_A = -8$

B-C; $V_B = 15$

C-D; $V_C = 5$

D-E; $V_D = -7$





หาแมเมนต์ตัด M

สามารถหาได้จากพื้นที่ใต้ Shear Curve

จาก $M_B - M_A = \text{พท.ใต้ Shear Curve}$

A-B ; $M_B - M_A = -8(5) = -40$

$M_B = -40$ ---- [เมื่อ $M_A = 0$]

B-C; $M_C - M_B = 15(6) = 90$

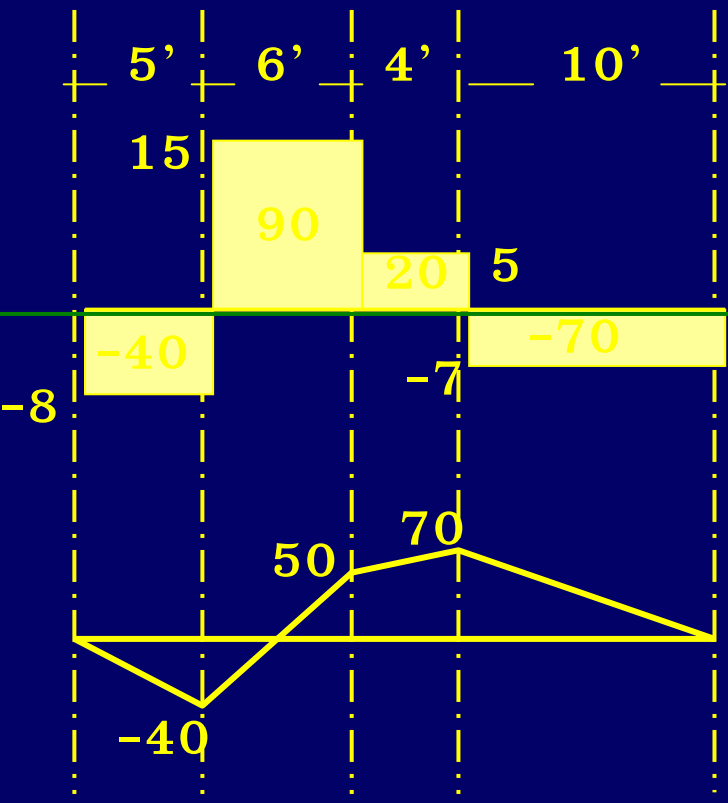
$M_C = 90 - 40 = 50$

C-D; $M_D - M_C = 5(4) = 20$

$M_D = 20 + 50 = 70$

D-E; $M_E - M_D = -7(10) = -70$

$M_E = -70 + 70 = 0$

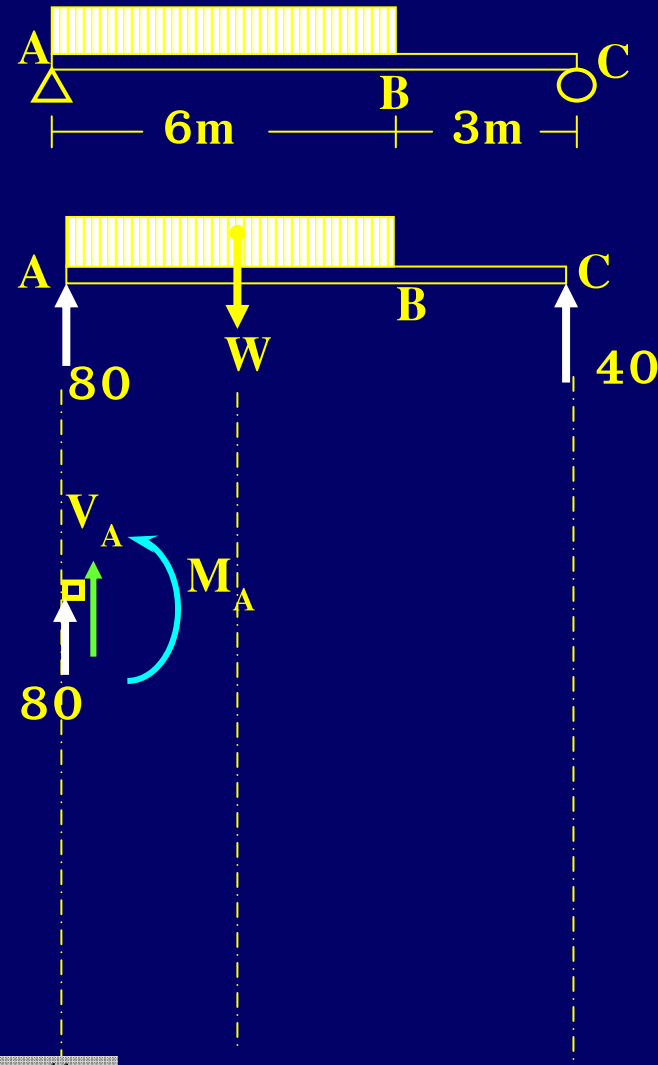


โมเมนต์ตัดสูงสุด คือ -40 และ +70



ตัวอย่าง 6.5

$w=20 \text{ kN/m}$



ข้อมูล คาน ABC รับน้ำหนัก ดังรูป

ปัญหา เขียน V & M Diagram

วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยา ได้

$$R_A=80 \text{ N} ; R_C=40 \text{ N}$$

หาแรงเฉือน V

ที่ A

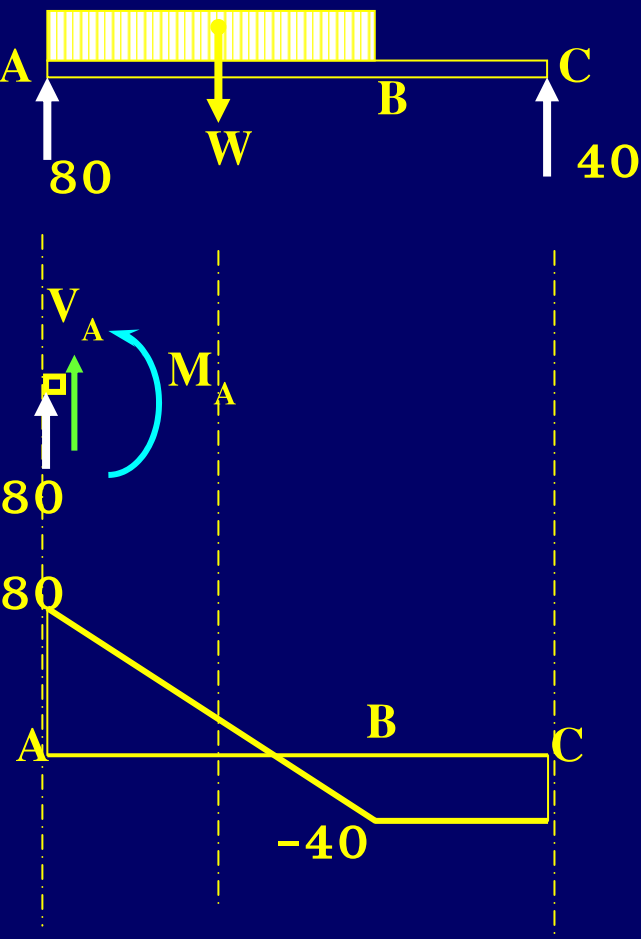
$$\sum F_Y = 0 ;$$

$$-V_A + 80 = 0 ; \quad V_A = 80 \text{ N}$$



ตัวอย่าง 6.5

Load Curve



ช่วง A-B น้ำหนักบรรทุกแผ่สม่ำเสมอ w
 Load Curve เป็นเส้นตรงราบ

$$V_B - V_A = -(\text{พท.ใต้ Load Curve})$$

$$V_B - V_A = -(20)(6) = -120$$

$$V_B = -120 + 80 = -40$$

$dV/dX = -w$ กราฟเส้นตรงมี Slope

ช่วง B-C ไม่มีน้ำหนักบรรทุก $w=0$

$$dV/dX = 0$$

$$V_C - V_B = 0 ; \quad V_C = V_B = -40 \text{ N}$$

สรุป

$$V_A = 80$$

$$V_B = -40$$

$$V_C = -40$$



หา M จากพื้นที่ใต้ Shear Curve

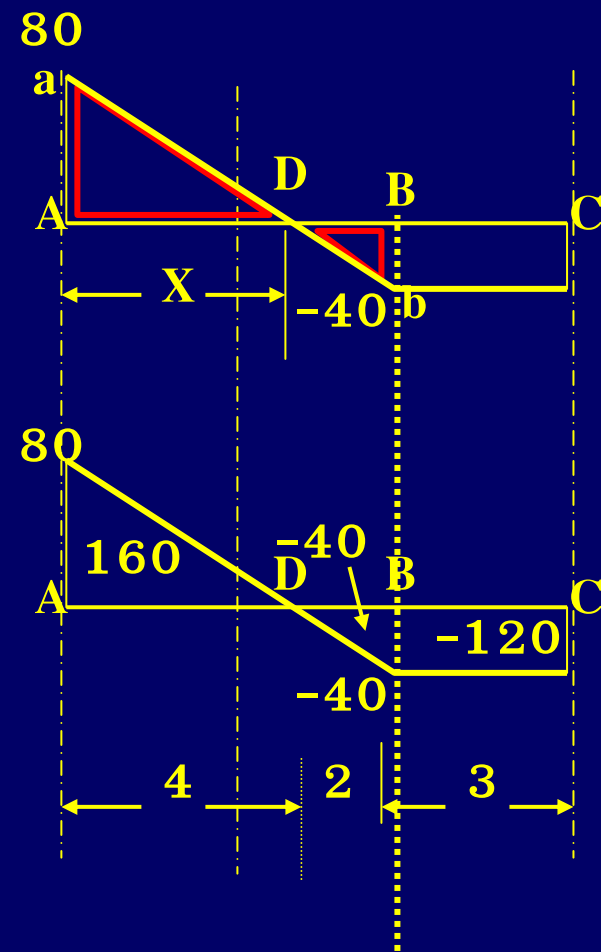
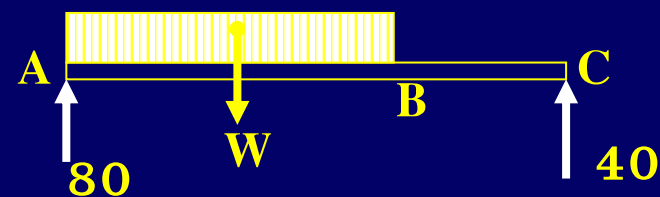
M_A มีค่าเท่ากับ 0

หาระยะที่เส้น Shear ตัดแกนที่ D; $AD=X$
เพื่อหาพื้นที่ใต้ Shear Curve
และจะเป็นจุดที่ โมเมนต์ดัดสูงสุด

จากสามเหลี่ยมคล้าย AaD และ BbD

$$X/80 = (6-X)/40$$

$$X = 4$$

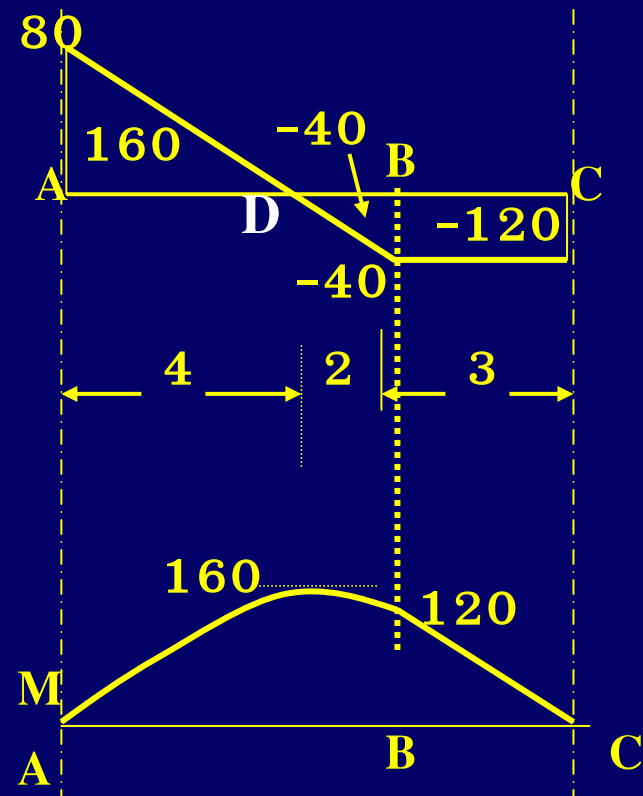
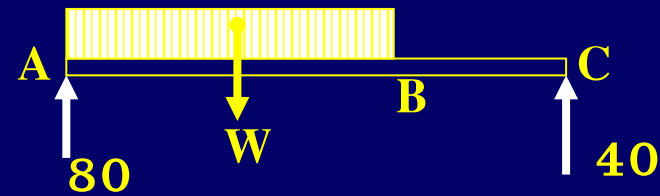


พื้นที่ใต้ Shear Curve มีดังนี้

A-D ; พท. = 160

D-B ; พท. = -40

B-C ; พท. = -120



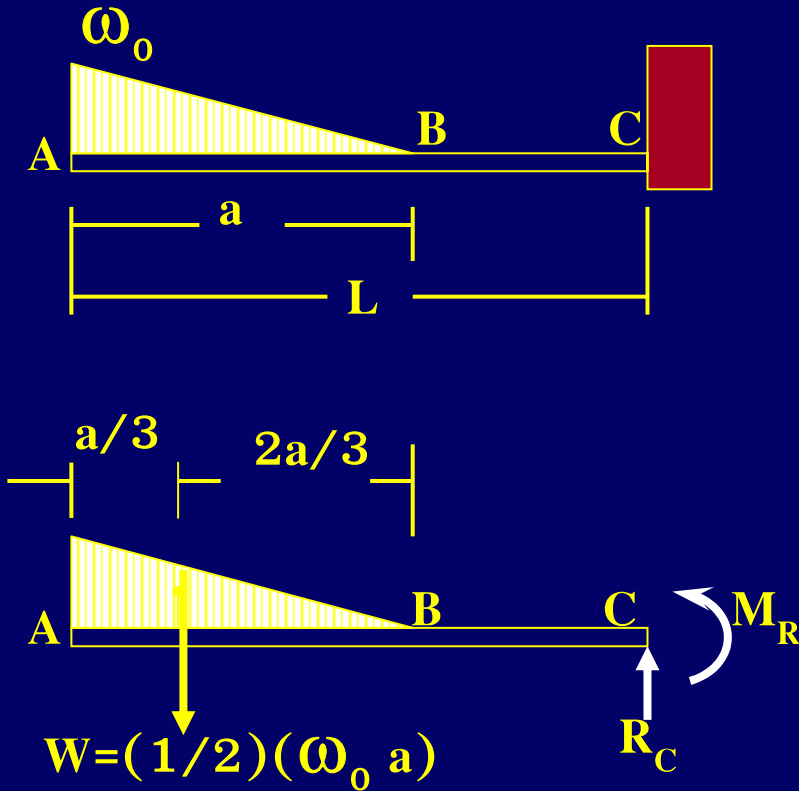
$$M_D - M_A = 160 ; M_D = 160$$

$$M_B - M_D = -40 ; M_B = -40 + 160 = 120$$

$$M_C - M_B = -120 ; M_C = -120 + 120 = 0$$



ตัวอย่าง 6.6



ข้อมูล

น้ำหนักแผ่กระจายไม่สม่ำเสมอ

บรรทุกบนคานซึ่งติดตั้งดังรูป

ปัญหา

เขียนแผนภาพของ V & M

วิธีทำ

เขียน FBD คาน

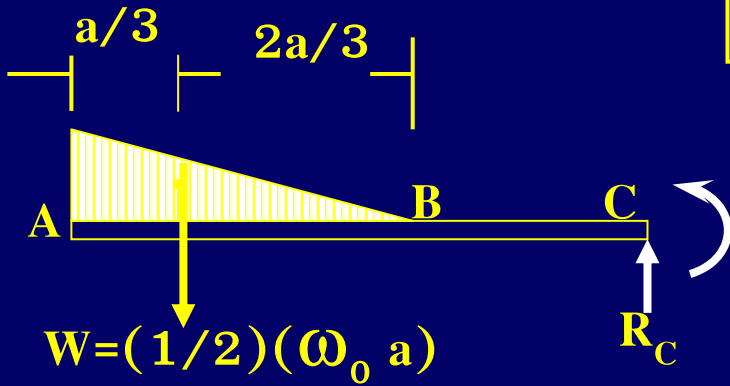
ได้

$$R_C = (1/2)(\omega_0 a)$$

$$M_R = (1/6)(\omega_0 a)(3L - a)$$



หาแรงเฉือน V



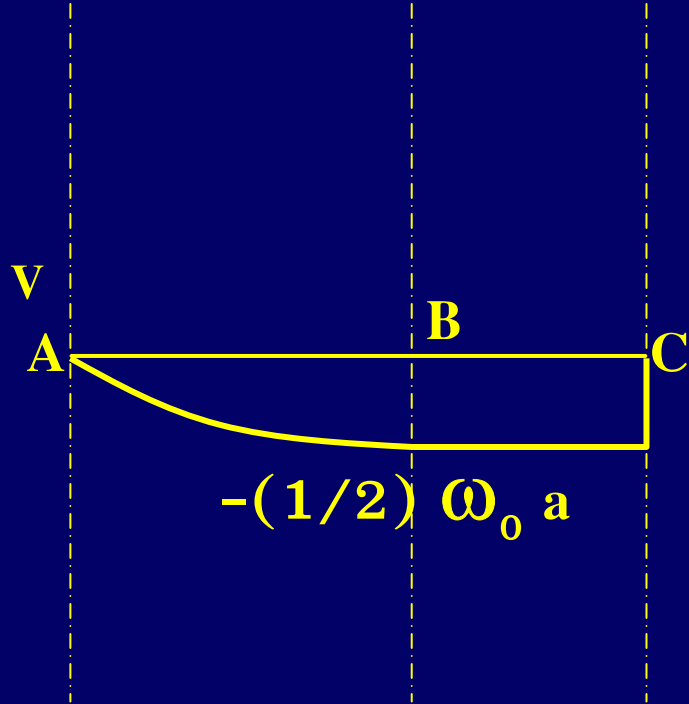
ที่ปลาย A ; $V_A = 0$

ช่วง A-B

$$V_B - V_A = -\text{พท.ใต้ Load Curve}$$

$$V_B - V_A = - (1/2)(w_0 a)$$

$$V_B = - (1/2)(w_0 a)$$

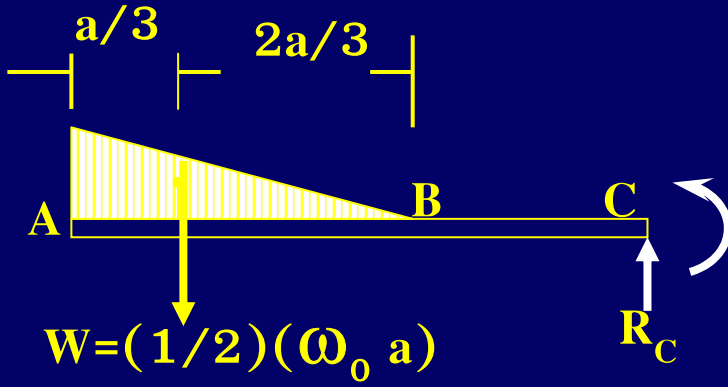


ช่วง B-C ไม่มีน้ำหนักบรรทุก

$$V_C - V_B = 0; \quad V_C = V_B$$

$$V_C = - (1/2)(w_0 a)$$





หาแรงเฉือน V

พิจารณาในรูป Integrate

ω_0 แปรตาม X ; $\omega_0 \rightarrow \omega X$

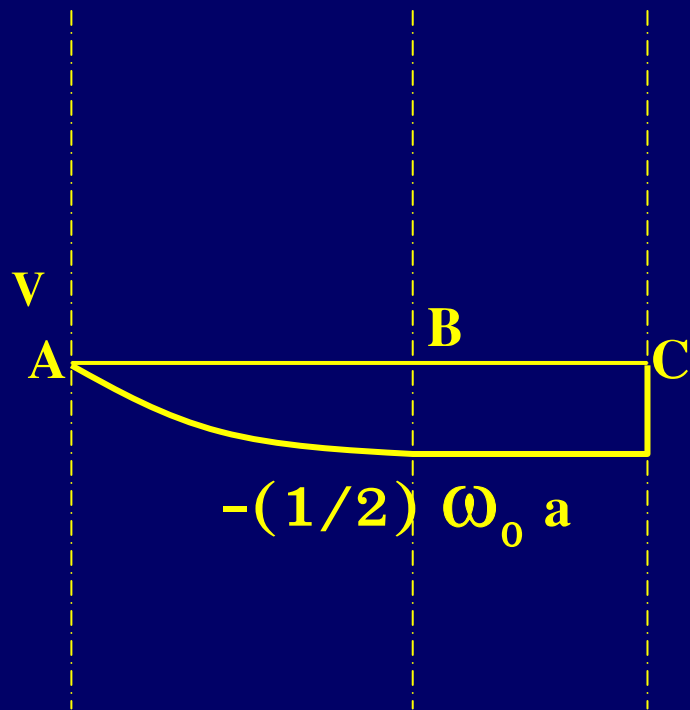
ช่วง A-B;

$$V = \int \omega X \rightarrow (1/2)(\omega X^2) + K$$

V แปรตาม X^2 เป็น พาราโบลา

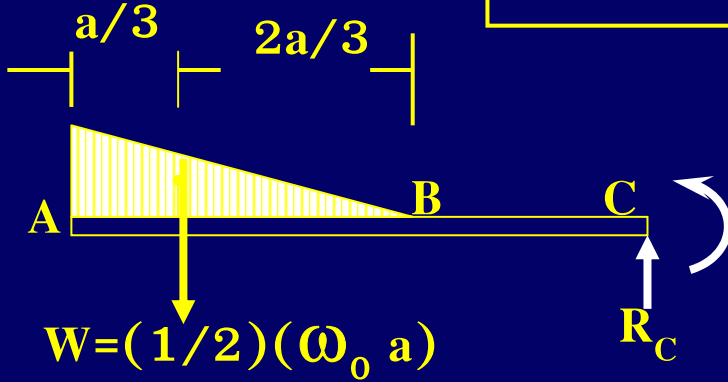
ช่วง B-C;

V เป็นค่าคงที่ เส้นตรงราบ



หาโมเมนต์ตัด M

หาจากพื้นที่ใต้ Shear Curve



ช่วง A-B

$$M_A = 0$$

$$M_B - M_A = \text{พท.ใต้ Shear Curve A-B}$$

$$M_B - 0 = (2/3)a[-(1/2)(\omega_0 a)]$$

$$M_B - 0 = -(1/3)a(\omega_0 a)$$

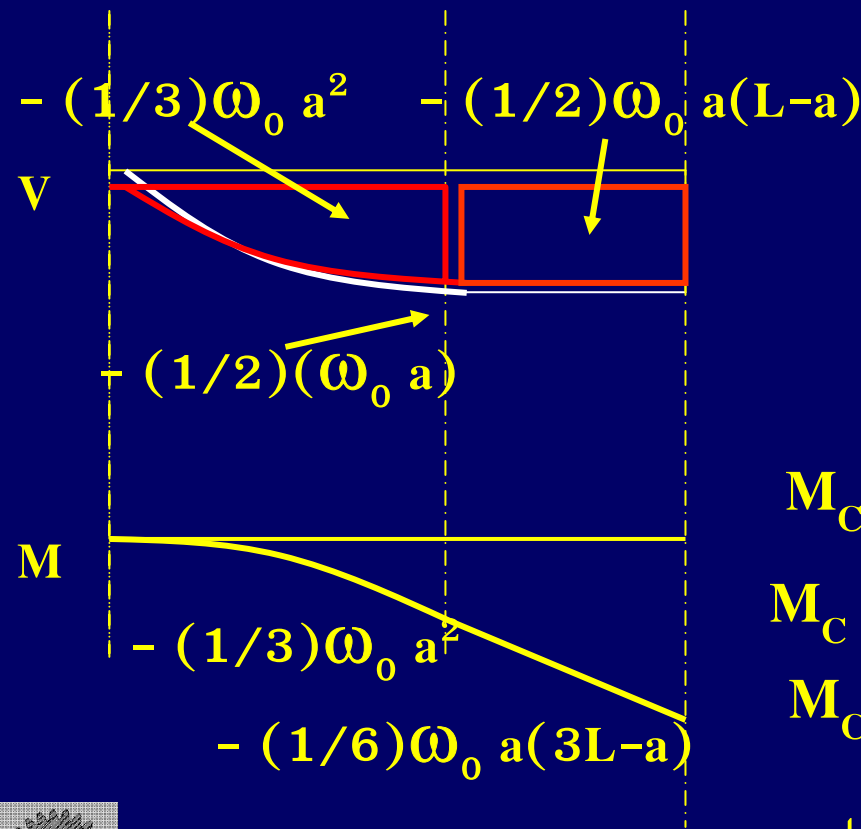
$$M_B = -(1/3)\omega_0 a^2$$

ช่วง B-C

$$M_C - M_B = -(1/2)(\omega_0 a)(L-a)$$

$$M_C = -(1/2)(\omega_0 a)(L-a) + (1/3)\omega_0 a^2$$

$$M_C = -(1/6)(\omega_0 a)(3L-a)$$



พิจารณาในรูป Integrate

ช่วง A-B;

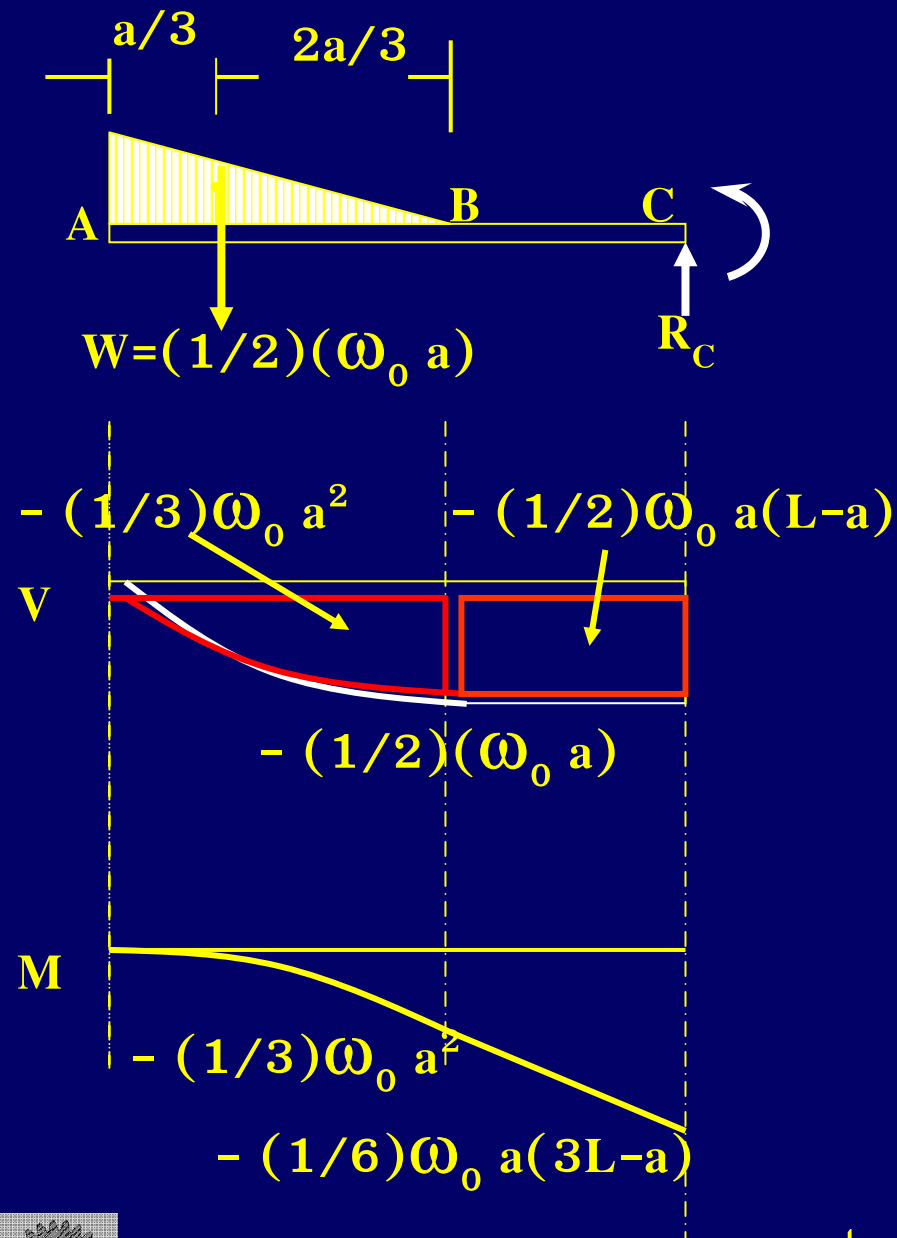
V แปรตาม X^2 เป็น พาราโบลา

M จะแปรตาม X^3

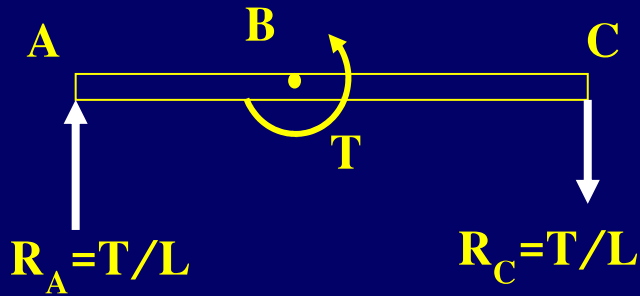
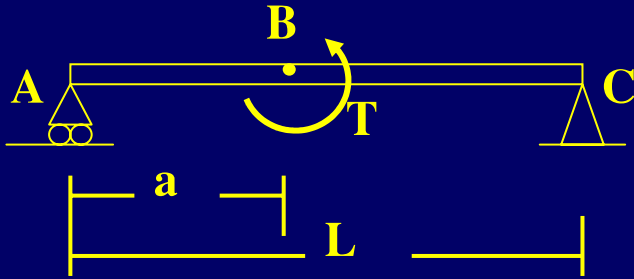
ช่วง B-C;

V เป็นค่าคงที่ เส้นตรงราบ

M จะแปรตาม X



ตัวอย่าง 6.7



ข้อมูล Simple Beam AC

มีแรงคู่ควบ T กระทำที่ B

ปัญหา เขียนแผนภาพ V & M

วิธีทำ

เขียน FBD คาน หาแรงปฏิกิริยา

$$\sum M_A = 0$$

$$T - R_C L = 0 ; \quad R_C = T/L$$

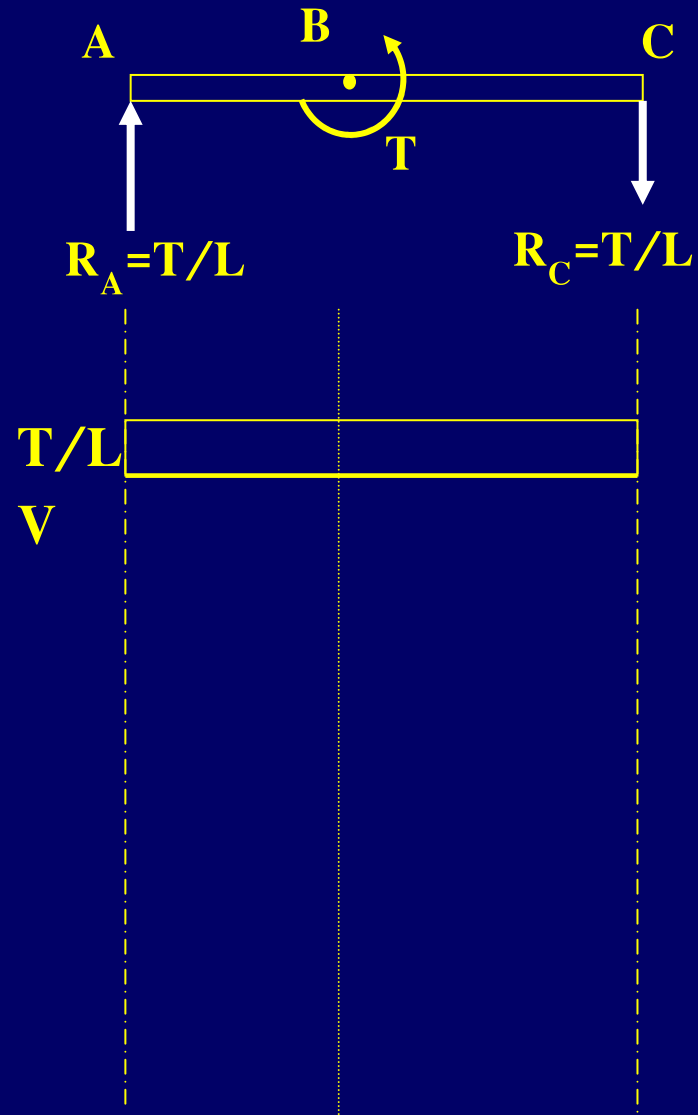
$$\sum F_Y = 0$$

$$R_A - R_C = 0 ; \quad R_A = T/L$$



หาแรงเฉือน V

ช่วง A-C



$$\omega = 0$$

$$V_A = R_A = T/L$$

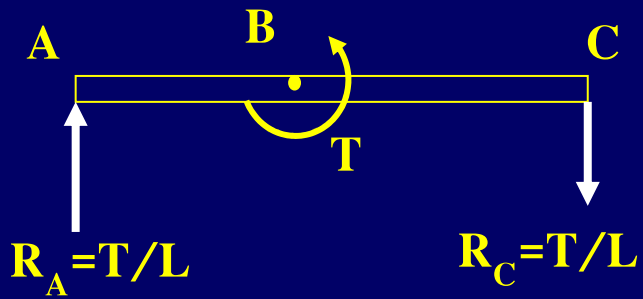
$$V_C - V_A = 0$$

$$V_C = V_A = T/L$$

[T เป็นแรงคู่ควบ $F=0$]



หาโมเมนต์ตัด M



ช่วง A-B * ก่อนถึง B เล็กน้อย *

$$M_B - M_A = a(T/L) \quad ; [M_A = 0]$$

$$M_B = aT/L$$

* เลย B ไปเล็กน้อย ที่ M'_B *

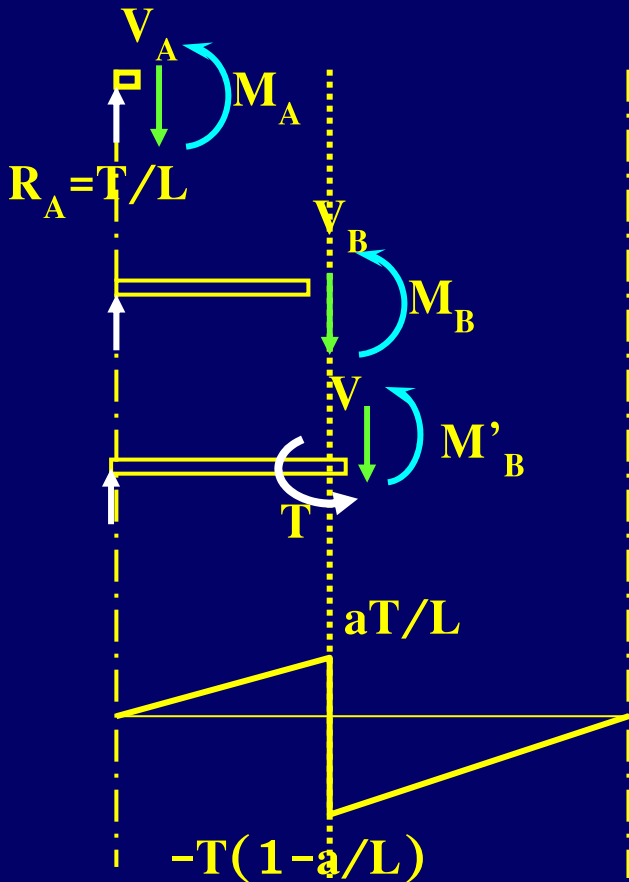
แรงคู่ควบ T จะต้องนำมาคิดด้วย

$$\Sigma M'_B = 0;$$

$$M'_B + T - aT/L = 0$$

$$M'_B = -T(1 - a/L)$$

$$M_C = 0$$



ฉบับที่ 6

