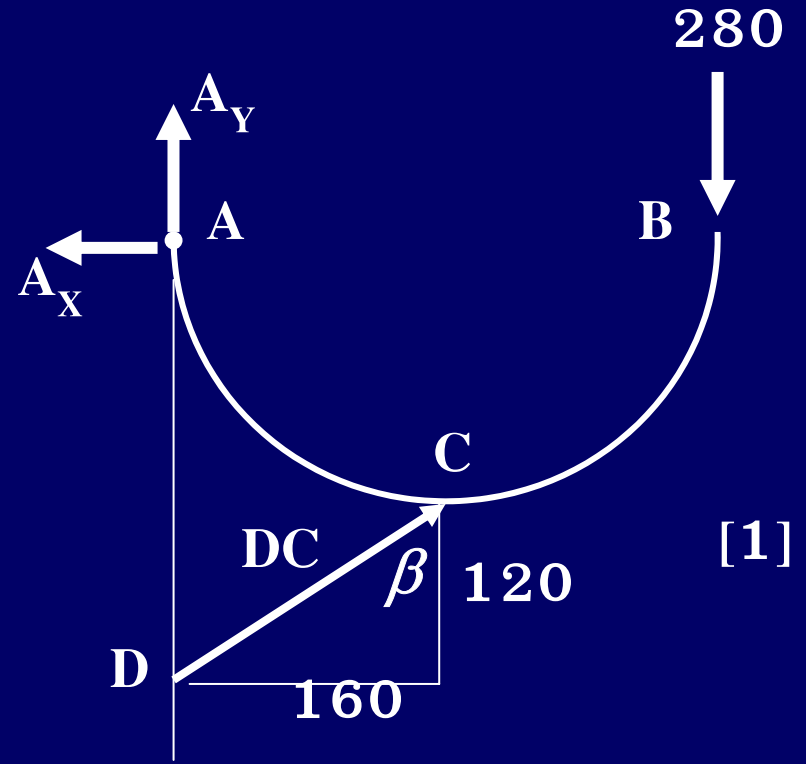


Fig. P7.11 and P7.12

เขียน FBD ทั้งโครง



$$\beta = \tan^{-1} 160/120 = 53.13^{\circ}$$

หาแรงภายในชิ้นส่วนที่จุด J เมื่อ  $\theta = 30^{\circ}$



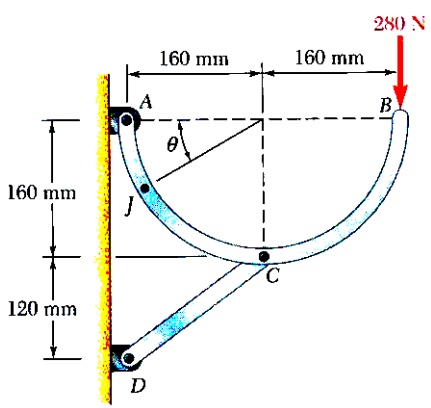


Fig. P7.11 and P7.12

จากรูป [1]

$$\sum M_A = 0$$

$$DC(\cos\beta)(160) + DC(\sin\beta)(120) - 280(320) = 0$$

$$DC = 400 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0$$

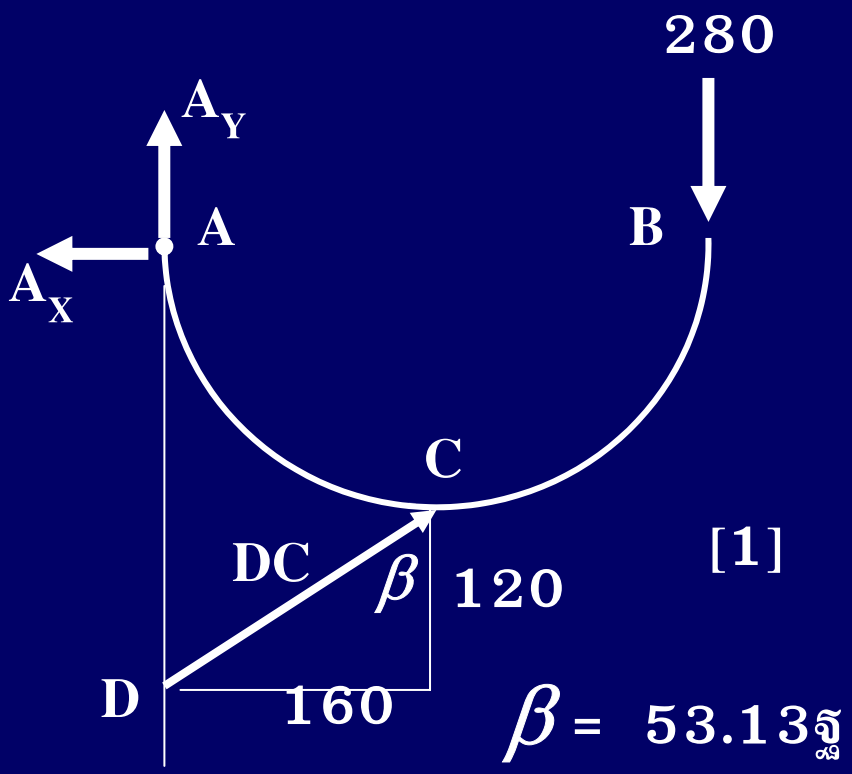
$$DC(\sin\beta) - A_x = 0$$

$$A_x = 320 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

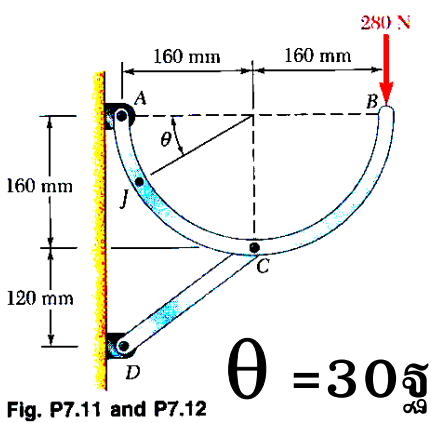
$$DC(\cos\beta) + A_y - 280 = 0$$

$$A_y = 40 \text{ N}$$



$$\beta = 53.13^\circ$$

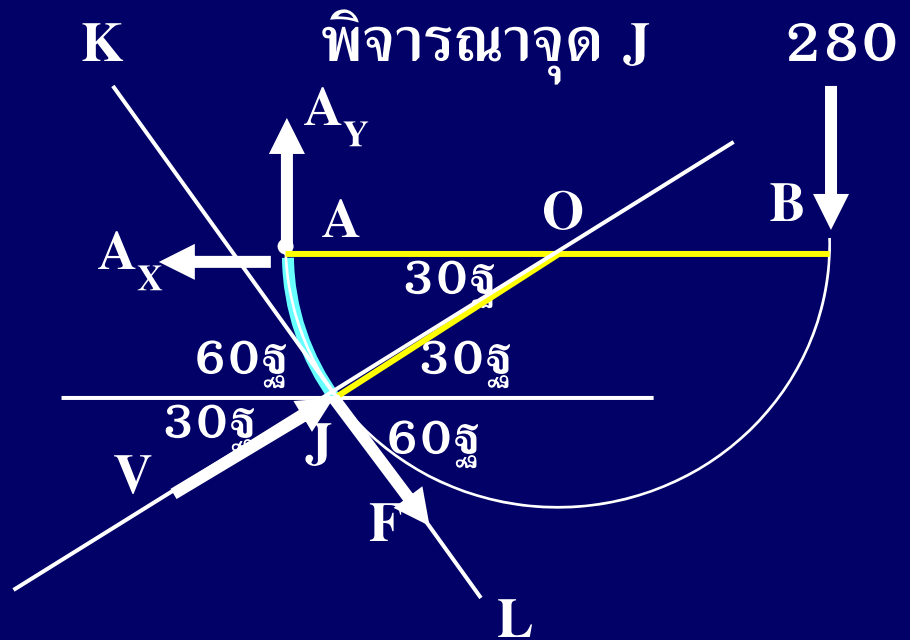
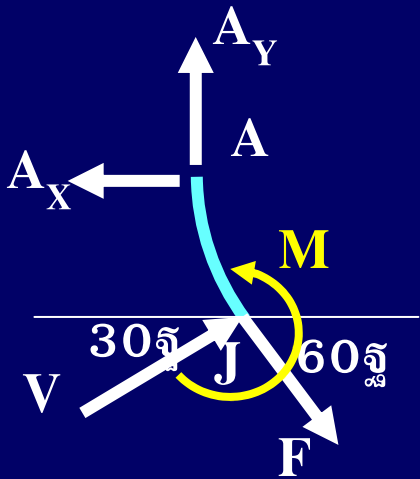




$$A_X = 320 \text{ N}$$

$$A_Y = 40 \text{ N}$$

$$\theta = 30^\circ$$



$$\sum F_X = 0$$

$$V \cos 30 + F \cos 60 - A_X = 0$$

$$F = 640 - 1.732V \quad \text{---- (1)}$$

$$\sum F_Y = 0$$

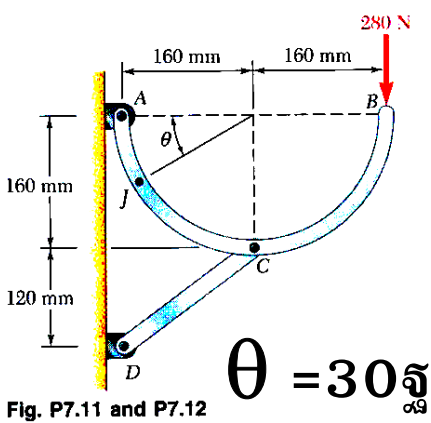
$$-F \sin 60 + V \sin 30 + A_Y = 0$$

$$F = 46.2 + 0.58V \quad \text{----- (2)}$$

จากสมการ (1) และ (2)

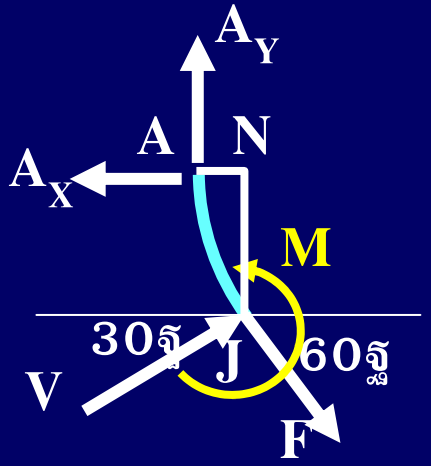
$$V = 257 \text{ N}$$

$$F = 195 \text{ N}$$



$A_X = 320 \text{ N}$   
 $A_Y = 40 \text{ N}$   
 $V = 257 \text{ N}$   
 $F = 195 \text{ N}$   
 $\theta = 30^\circ$

Fig. P7.11 and P7.12

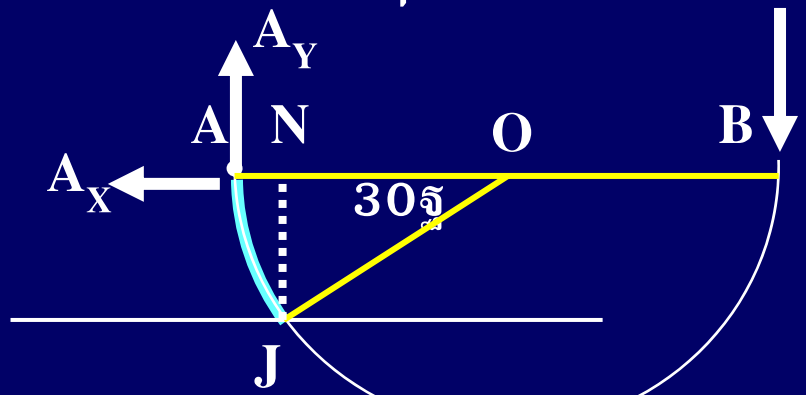


$\sum M_J = 0$

$M + 320(80) - 40(21.4) = 0$

$M = 24.7 \text{ N}\cdot\text{m}$

หาระยะแขนหมุนโมเมนต์ 280



$NO = 160 \cos 30 = 138.6$

$AN = AO - NO = 160 - 138.6 = 21.4$

$NJ = 160 \sin 30 = 80$

สรุป แรงภายในชิ้นส่วน AJ ที่จุด J

$F = 195 \text{ N}$   $\searrow$   $60^\circ$

$V = 257 \text{ N}$   $\nearrow$   $30^\circ$

$M = 24.7 \text{ N}\cdot\text{m}$   $\curvearrowright$



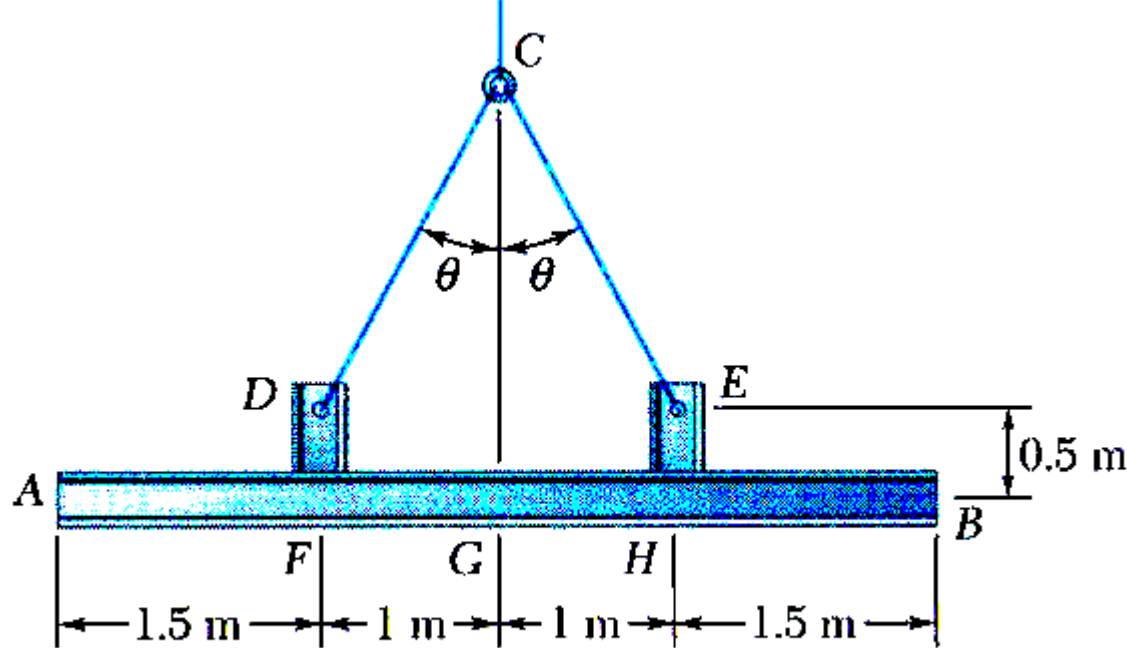
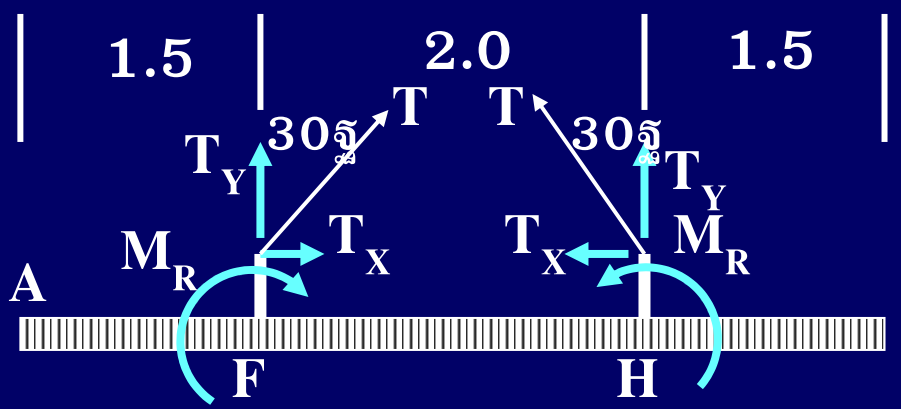


Fig. P7.50

คานหนัก 3 kN  
 มุม  $\theta = 30^\circ$   
 ให้เขียนแผนภาพแรงเฉือน  
 และโมเมนต์ตัด  
 หาขนาดมากที่สุดของ  
 แรงเฉือนและโมเมนต์ตัด

เขียน FBD หาแรงที่ F และ H แสดงเฉพาะ แกน Y และโมเมนต์



$$\sum F_Y = 0 \quad 2T_Y = 3 \quad T_Y = 1.5$$

$$T(\cos 30^\circ) = T_Y = 1.5$$

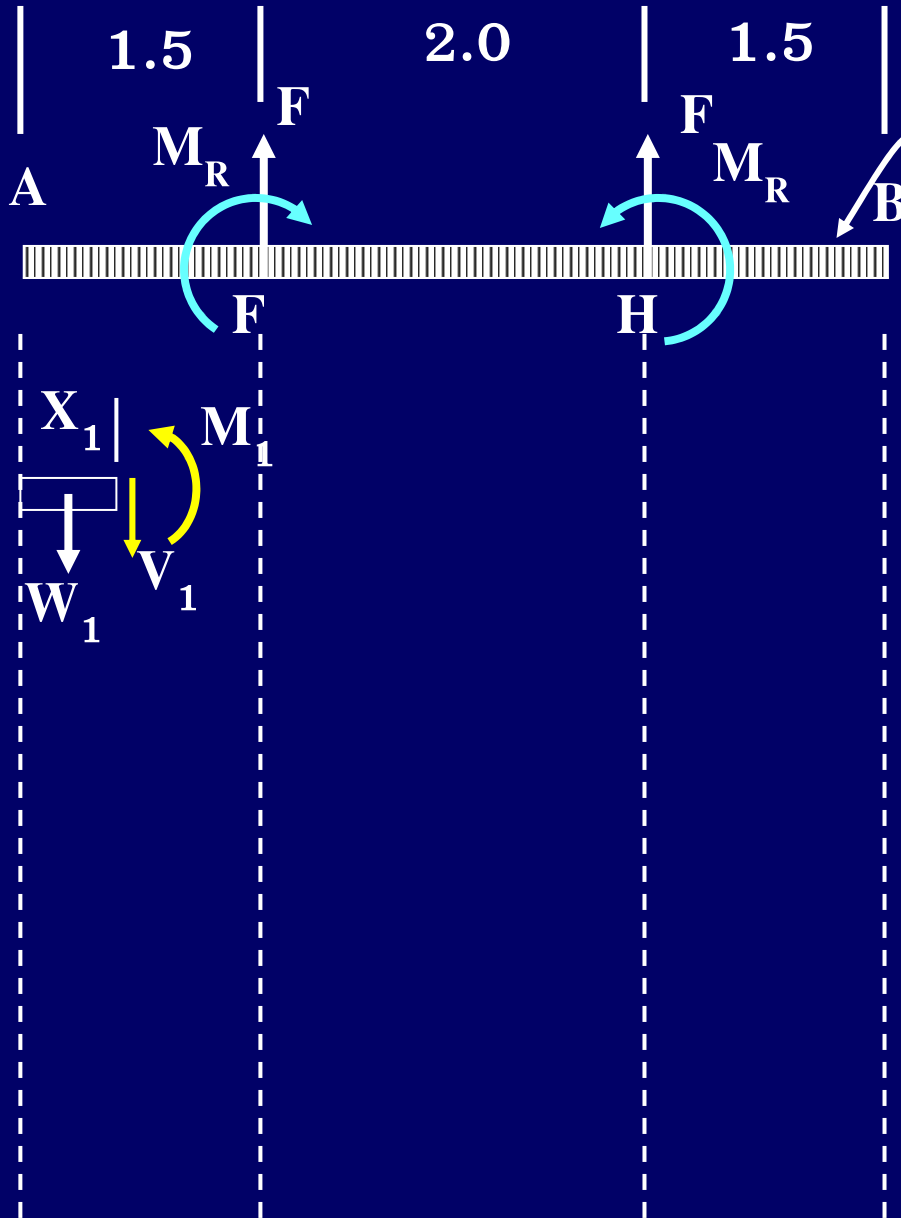
$$T = 1.732 \text{ kN}$$

$$T_X = T \sin 30^\circ = 0.866 \text{ kN}$$

$$M_R = T_X(0.5) = 0.433$$

ที่จุด F, H





$F = 1.5 \text{ kN}$     $M_R = 0.433 \text{ kN} \cdot \text{m}$   
 $w = 3/5 = 0.6 \text{ kN/m}$

ช่วง AF

แรงเฉือน V

$$V_1 + wX_1 = 0$$

$$V_1 + 0.6X_1 = 0$$

$$V_1 = -0.6X_1 \text{ ----- (1)}$$

โมเมนต์ M

$$M_1 + 0.6X_1(X_1/2) = 0$$

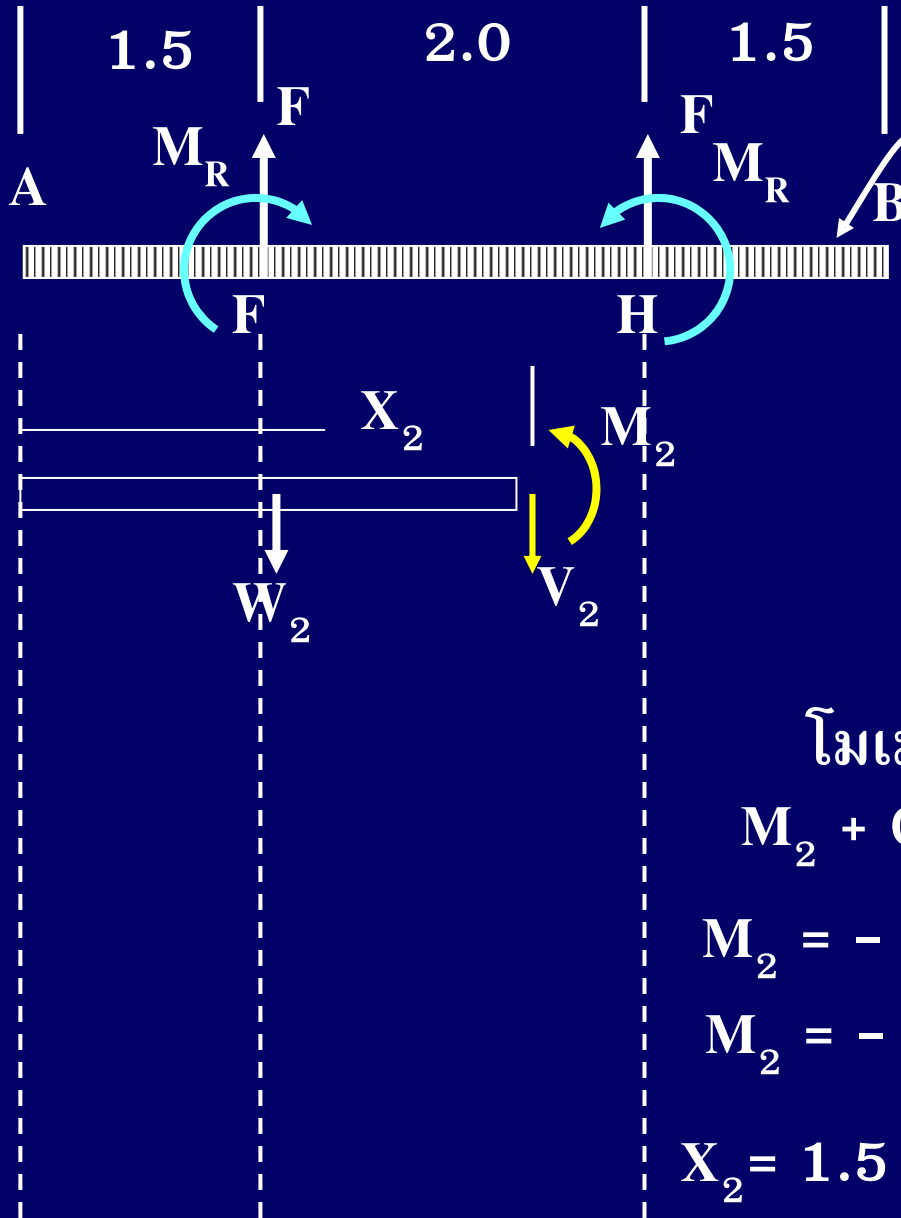
$$M_1 = -0.3X_1^2 \text{ ----- (2)}$$

$X_1 = 0$     $V_1 = 0$  ;  $M_1 = 0$

$X_1 = 1.5$

$V_1 = -0.9$  ;  $M_1 = -0.675$





$$F = 1.5 \text{ kN} \quad M_R = 0.433 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$w = 3/5 = 0.6 \text{ kN/m}$$

ช่วง FG  $X_2$  จะเป็นจริงจาก F-H  
แรงเฉือน V

$$V_2 + wX_2 - F = 0$$

$$V_2 + 0.6X_2 - 1.5 = 0$$

$$V_2 = 1.5 - 0.6X_2 \text{ --- (3)}$$

โมเมนต์ M

$$M_2 + 0.6X_2(X_2/2) - (F)(X_2 - 1.5) - M_R = 0$$

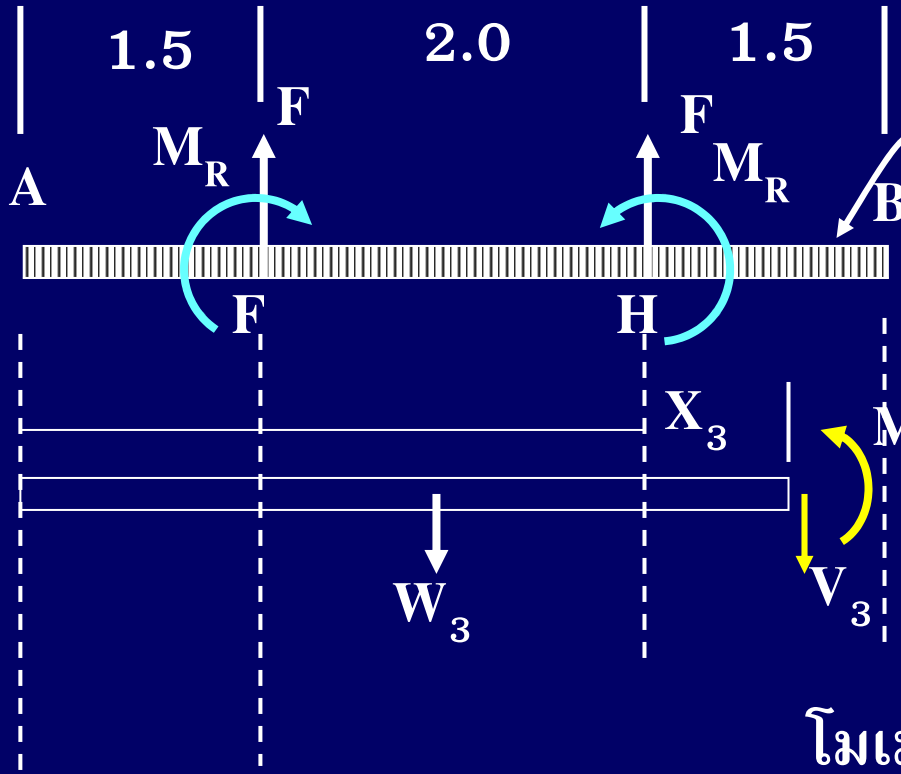
$$M_2 = - (0.3X_2^2) + (1.5X_2) - (2.25) + 0.433$$

$$M_2 = - (0.3X_2^2) + (1.5X_2) - 1.575 \text{ -- (4)}$$

$$X_2 = 1.5 \quad V_2 = 0.6 \quad ; \quad M_2 = 0$$

$$X_2 = 3.5 \quad V_2 = -0.6 \quad ; \quad M_2 = 0$$





$$F = 1.5 \text{ kN} \quad M_R = 0.433 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$w = 3/5 = 0.6 \text{ kN/m}$$

ช่วง HB  $X_3$  จะเป็นจริงจาก H-B

แรงเฉือน V

$$V_3 + wX_3 - F - F = 0$$

$$V_3 + 0.6X_3 - 3 = 0$$

$$V_3 = 3 - 0.6X_3 \quad \text{--- (5)}$$

โมเมนต์ M

$$M_3 + 0.6X_3(X_3/2) - (F)(X_3 - 1.5) - (F)(X_3 - 3.5) - M_R + M_R = 0$$

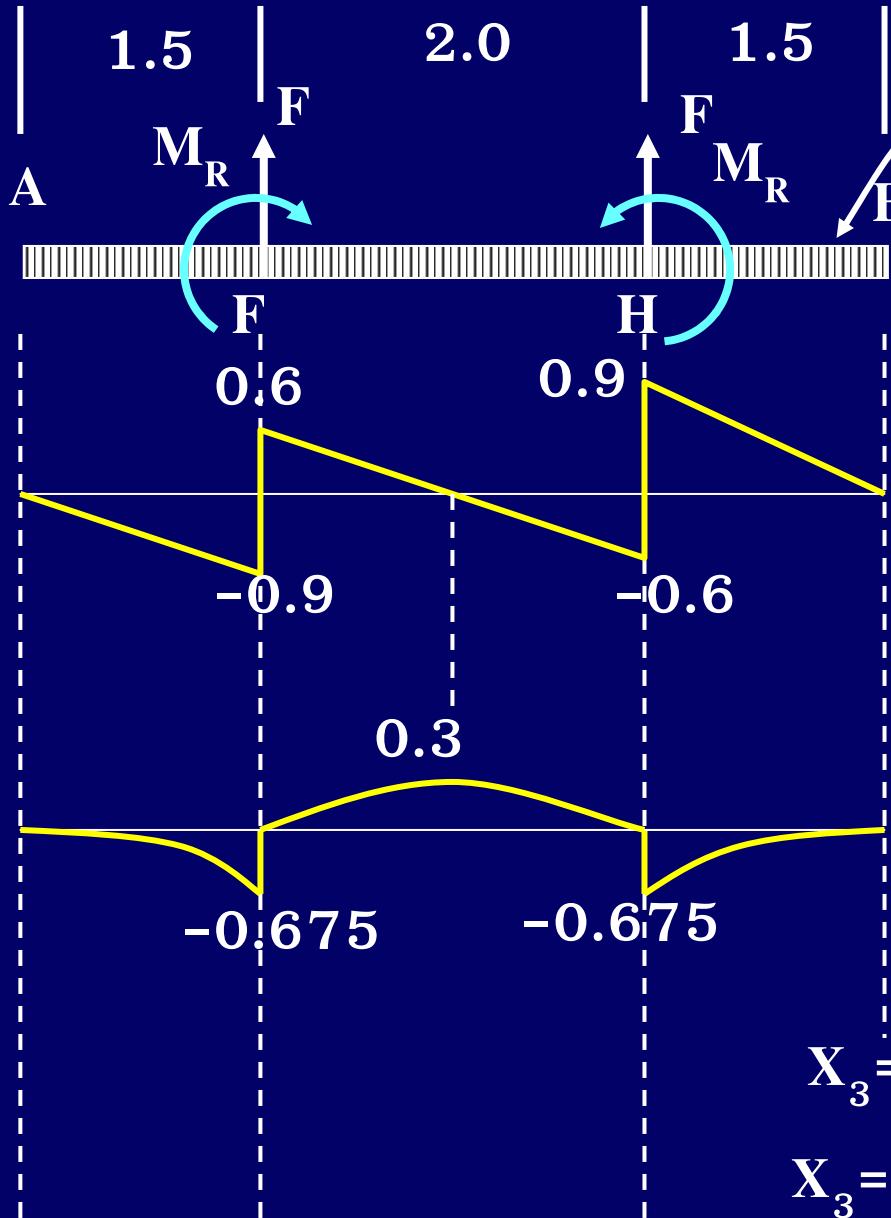
$$M_3 = - (0.3X_3^2) + (3X_3) - (7.5) \quad \text{--- (6)}$$

$$X_3 = 3.5 \quad V_3 = 0.9 \quad ; \quad M_3 = -0.675$$

$$X_3 = 5 \quad V_3 = 0 \quad ; \quad M_3 = 0$$







$F = 1.5 \text{ kN}$     $M_R = 0.433 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $w = 3/5 = 0.6 \text{ kN/m}$

สรุป  
ช่วง AF

$X_1 = 0 \quad V_1 = 0 \quad ; \quad M_1 = 0$   
 $X_1 = 1.5 \quad V_1 = -0.9 \quad ; \quad M_1 = -0.675$

ช่วง FG  $X_2$  จะเป็นจริงจาก F-H

$X_2 = 1.5 \quad V_2 = 0.6 \quad ; \quad M_2 = 0$   
 $X_2 = 3.5 \quad V_2 = -0.6 \quad ; \quad M_2 = 0$

ช่วง HB  $X_3$  จะเป็นจริงจาก H-B

$X_3 = 3.5 \quad V_3 = 0.9 \quad ; \quad M_3 = -0.675$   
 $X_3 = 5 \quad V_3 = 0 \quad ; \quad M_3 = 0$

**V สูงสุด = 0.9 kN**   **M = -0.675 kN·m**  
 รศ.ประเสริฐ คำรงค์ชัย



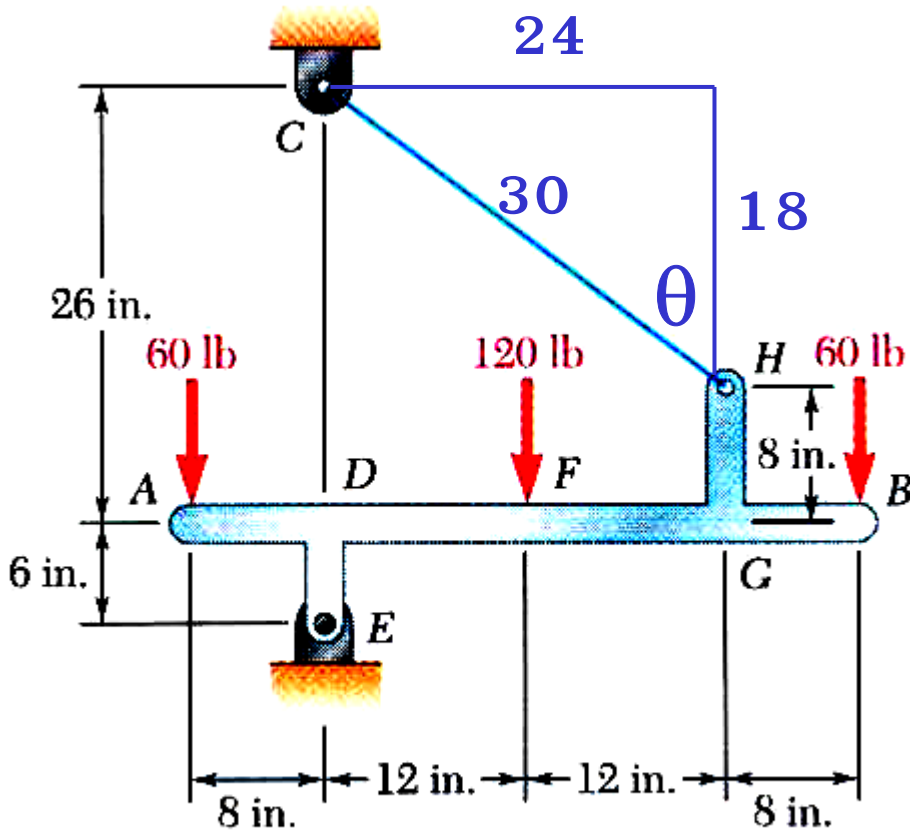
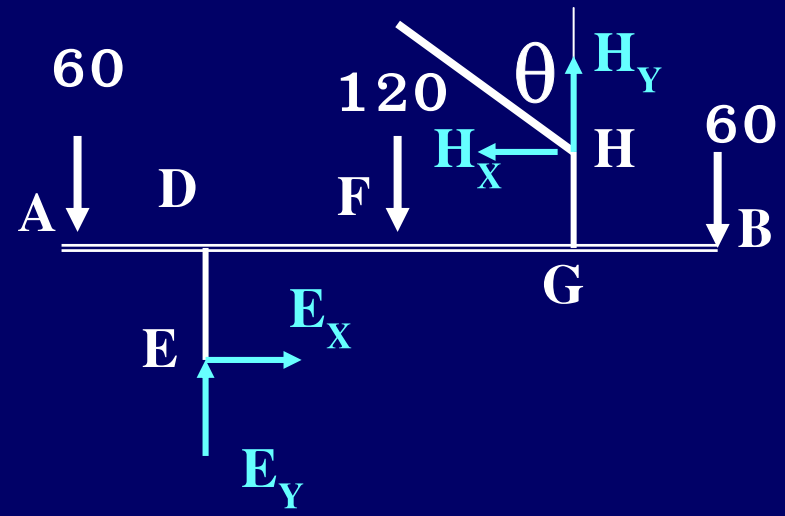


Fig. P7.54

ให้เขียนภาพแรงเฉือนและโมเมนต์ตัด  
และหาค่าสูงสุด

หาแรงปฏิกิริยาที่ E  
และแรงคู้ฉากที่ H  
พร้อมทั้งย้ายไปที่ D และ G  
เขียน FBD ทั้งโครง



$$\sin \theta = 4/5$$

$$\cos \theta = 3/5$$

$$\tan \theta = 4/3$$



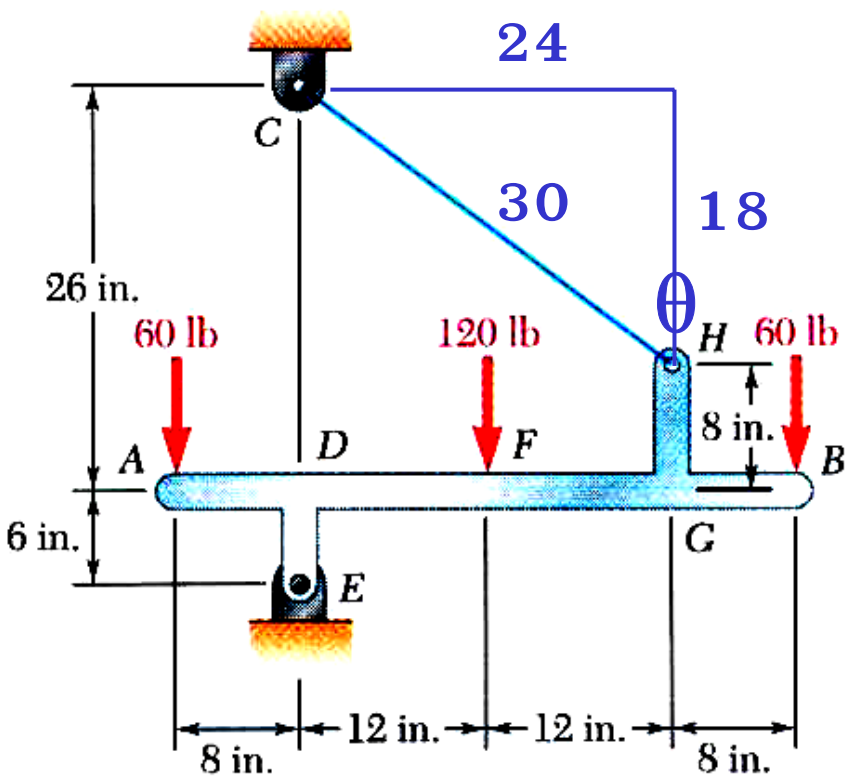
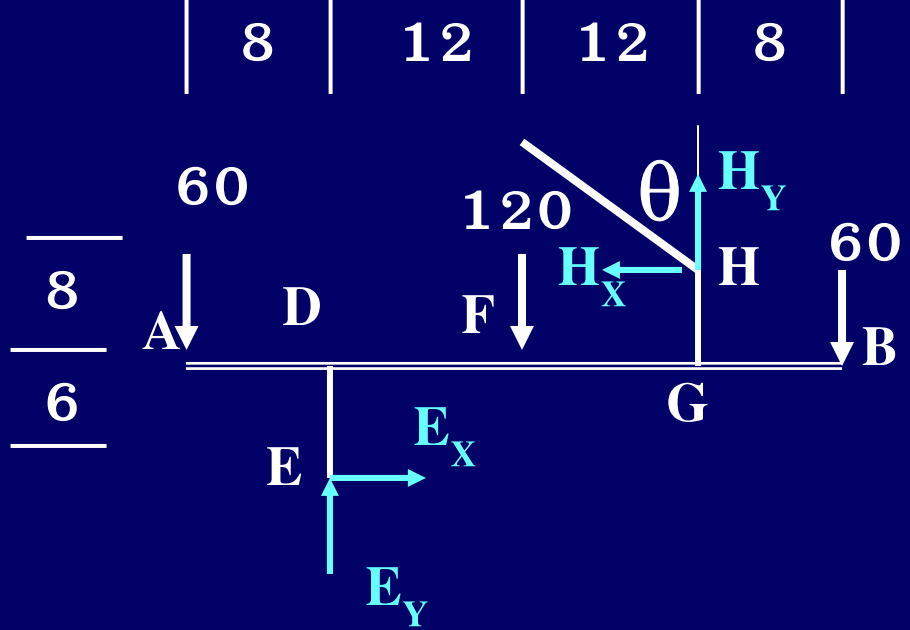


Fig. P7.54



$$H_x = T \sin \theta = (4/5)T$$

$$H_y = T \cos \theta = (3/5)T$$

$$\sum M_E = 0 \quad H_x(14) + H_y(24) + 60(8) - 120(12) - 60(32) = 0$$

$$T = 112.5 \text{ lb.} \quad H_x = 90 \text{ lb.} \quad H_y = 67.5 \text{ lb.}$$

$$\sum F_x = 0 \quad E_x = 90 \text{ lb.}$$

$$\sum F_y = 0 \quad E_y = 172.5 \text{ lb.}$$

นำไปเขียนเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้อง



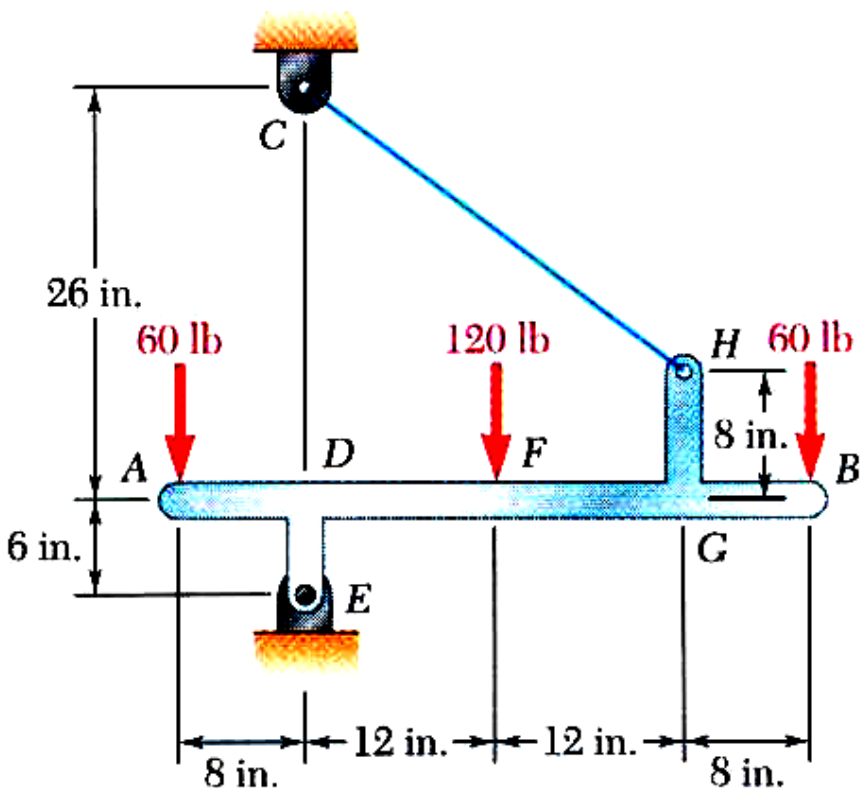
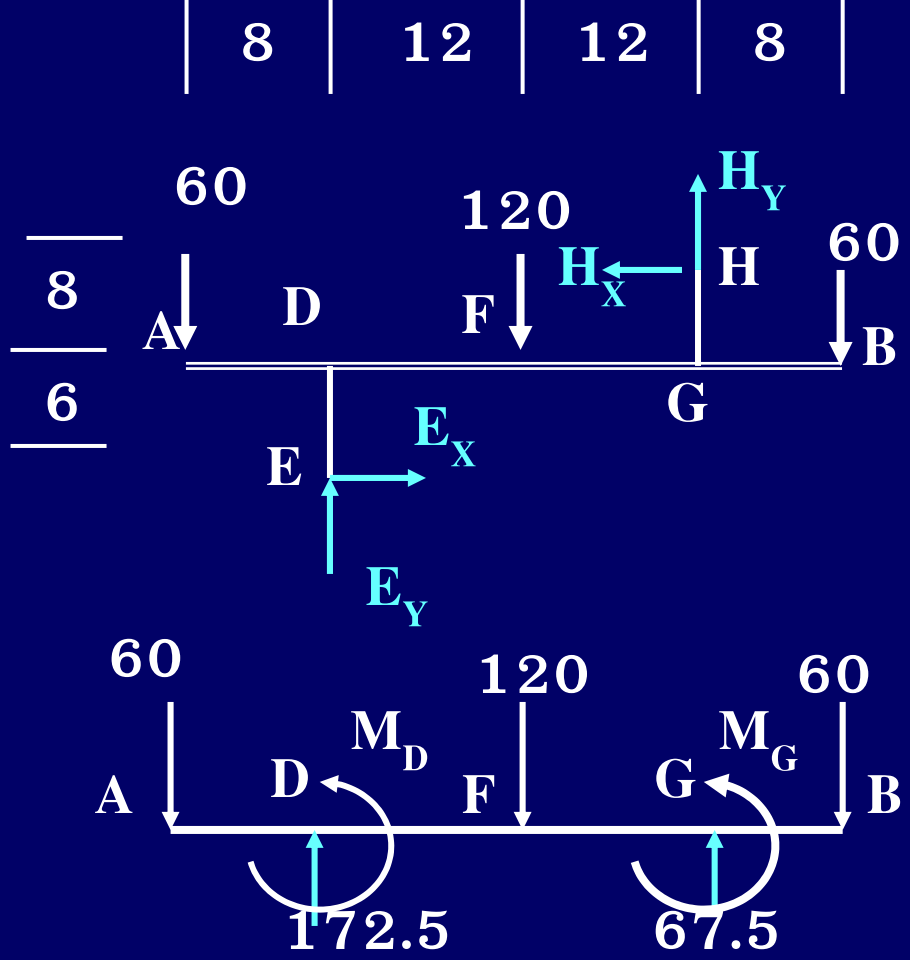


Fig. P7.54

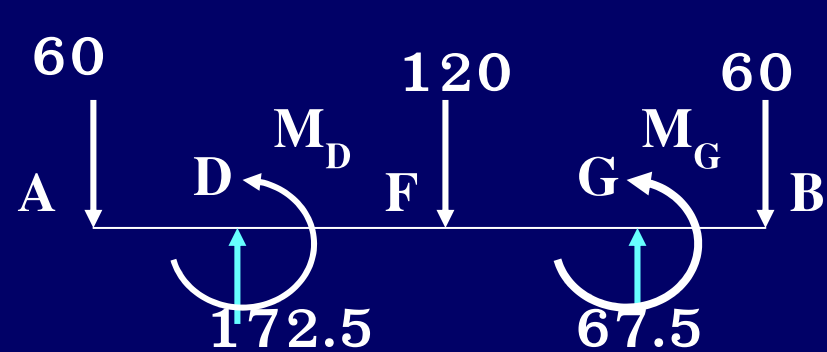


$$M_D = E_x(6) = 540$$

$$M_G = H_x(8) = 720$$

นำไปหาแรงเฉือนและโมเมนต์ตัดต่อไป





$$M_D = 540 \quad M_G = 720$$

ช่วง AD

$$-V_1 - 60 = 0 \quad V_1 = -60$$

$$M_1 + 60(X_1) = 0$$

$$X_1 = 0 \quad V_1 = -60 \quad M_1 = 0$$

$$X_1 = 8 \quad V_1 = -60 \quad M_1 = -480$$

ช่วง DF

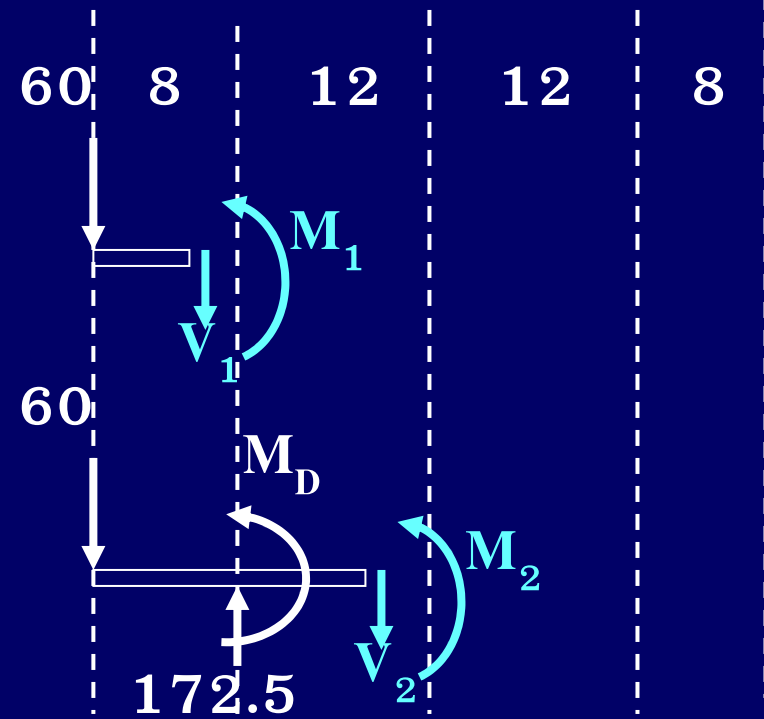
$$-V_2 - 60 + 172.5 = 0 \quad V_2 = 112.5$$

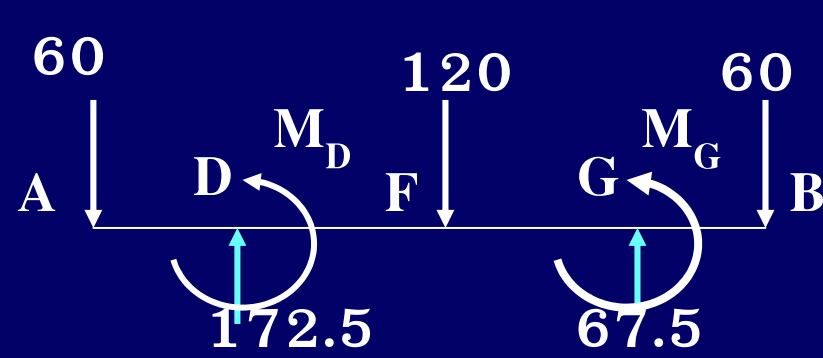
$$M_2 + MD + 60(X_2) - 172.5(X_2 - 8) = 0$$

$$M_2 = 112.5X_2 - 1920$$

$$X_2 = 8 \quad V_2 = 112.5 \quad M_2 = -1020$$

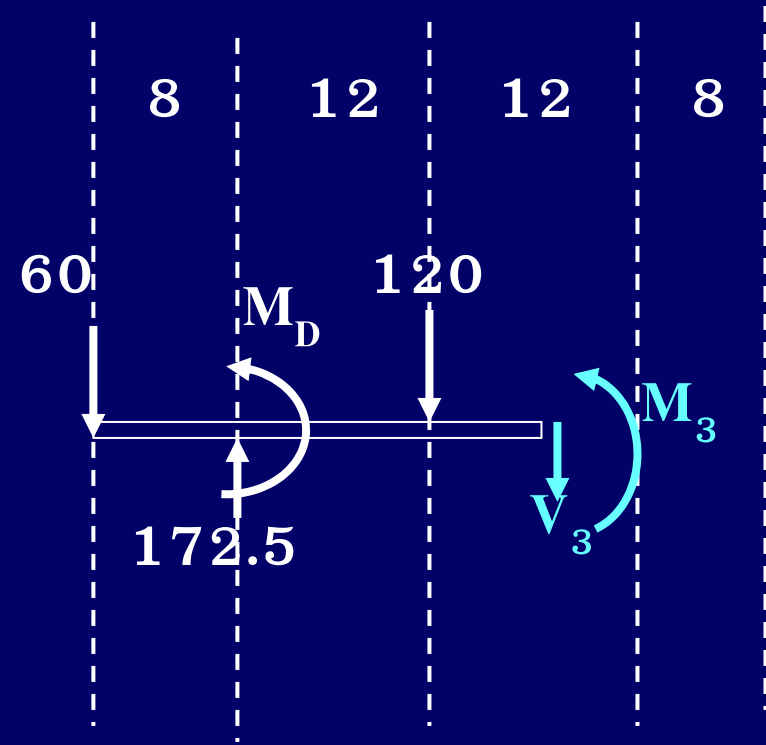
$$X_2 = 20 \quad V_2 = 112.5 \quad M_2 = 330$$





$$M_D = 540 \quad M_G = 720$$

ช่วง FG



$$-V_3 - 60 + 172.5 - 120 = 0 \quad V_3 = -7.5$$

$$M_3 + MD + 60(X_3) - 172.5(X_3 - 8) + 120(X_3 - 20) = 0$$

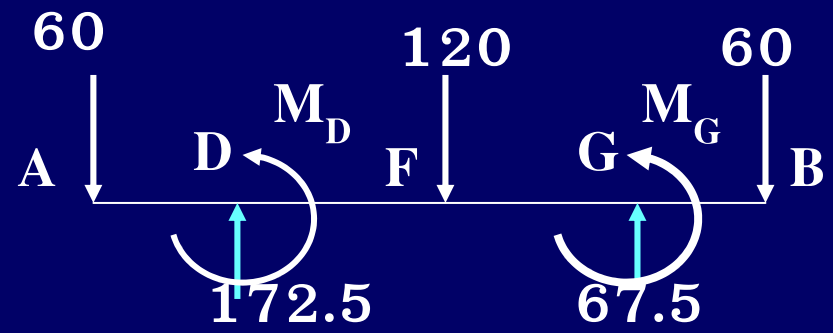
$$M_3 = 480 - 7.5X_3$$

$$X_3 = 20 \quad V_3 = -7.5 \quad M_3 = 330$$

$$X_3 = 32 \quad V_3 = -7.5 \quad M_3 = 240$$



$$M_D = 540 \quad M_G = 720$$



ช่วง GB

$$-V_4 - 60 + 172.5 - 120 + 67.5 = 0$$

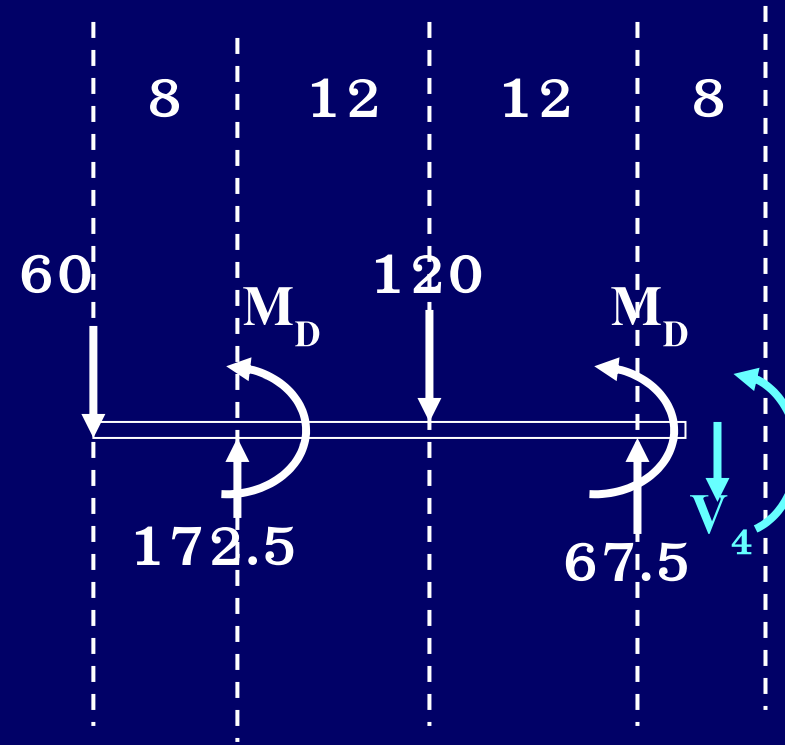
$$V_4 = 60$$

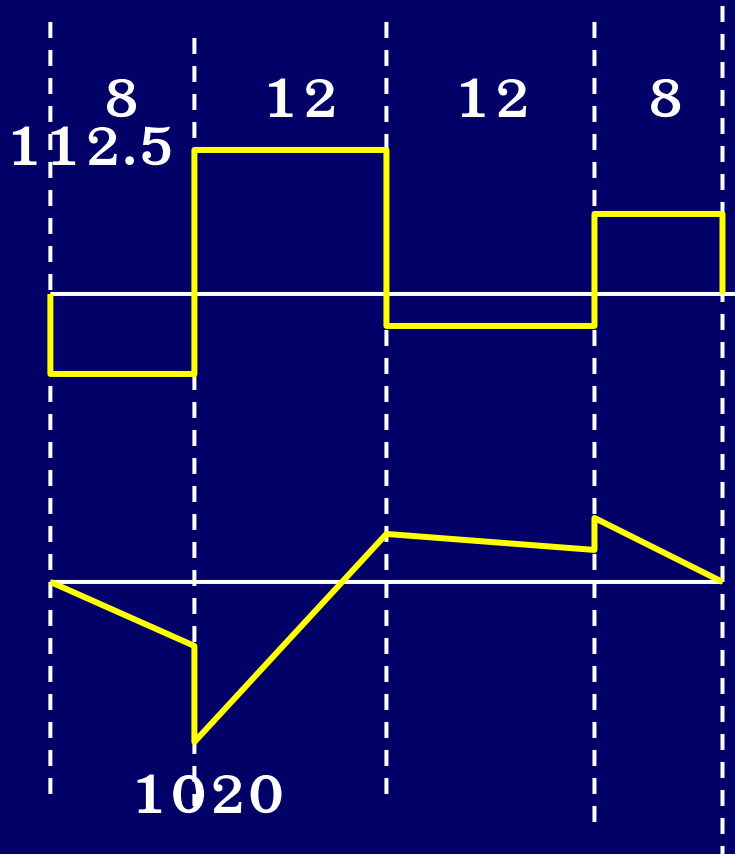
$$M_4 + M_D + M_E + 60(X_4) - 172.5(X_4 - 8) + 120(X_4 - 20) - 67.5(X_4 - 32) = 0$$

$$M_4 = 2400 - 60X_4$$

$$X_4 = 32 \quad V_4 = 60 \quad M_4 = 480$$

$$X_4 = 40 \quad V_4 = 60 \quad M_4 = 0$$





สรุป

ช่วง AD

$$X_1 = 0$$

$$V_1 = -60$$

$$M_1 = 0$$

$$X_1 = 8$$

$$V_1 = -60$$

$$M_1 = -480$$

ช่วง DF

$$X_2 = 8$$

$$V_2 = 112.5$$

$$M_2 = -1020$$

$$X_2 = 20$$

$$V_2 = 112.5$$

$$M_2 = 330$$

ช่วง FG

$$X_3 = 20$$

$$V_3 = -7.5$$

$$M_3 = 330$$

$$X_3 = 32$$

$$V_3 = -7.5$$

$$M_3 = 240$$

ช่วง GB

$$X_4 = 32$$

$$V_4 = 60$$

$$M_4 = 480$$

$$X_4 = 40$$

$$V_4 = 60$$

$$M_4 = 0$$

$$V_{MAX} = 112.5$$

$$M_{MAX} = 1020$$





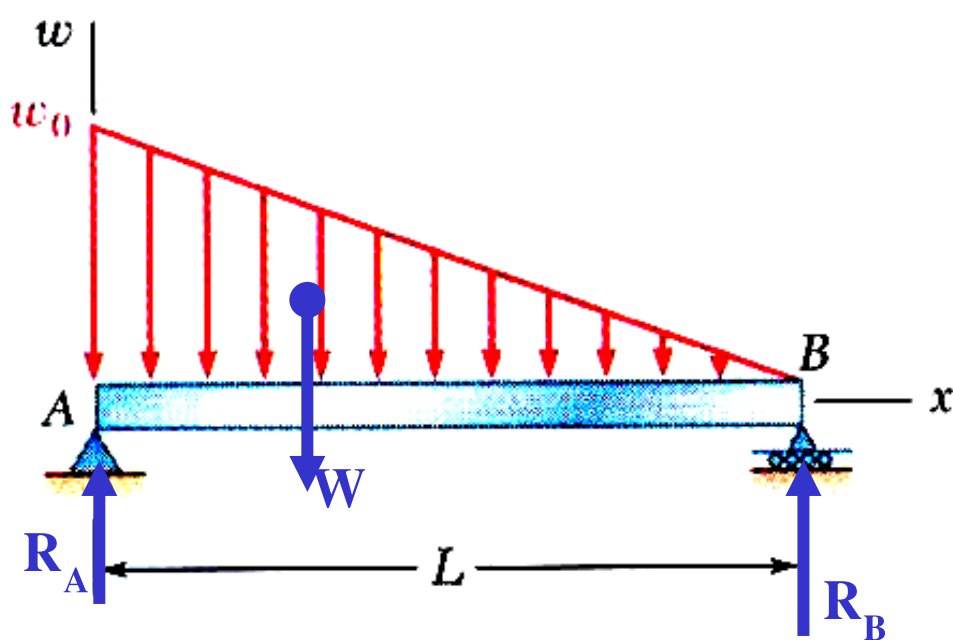


Fig. P7.85

หาแรงปฏิกิริยา  $R_A, R_B$

$$\sum M_A = 0$$

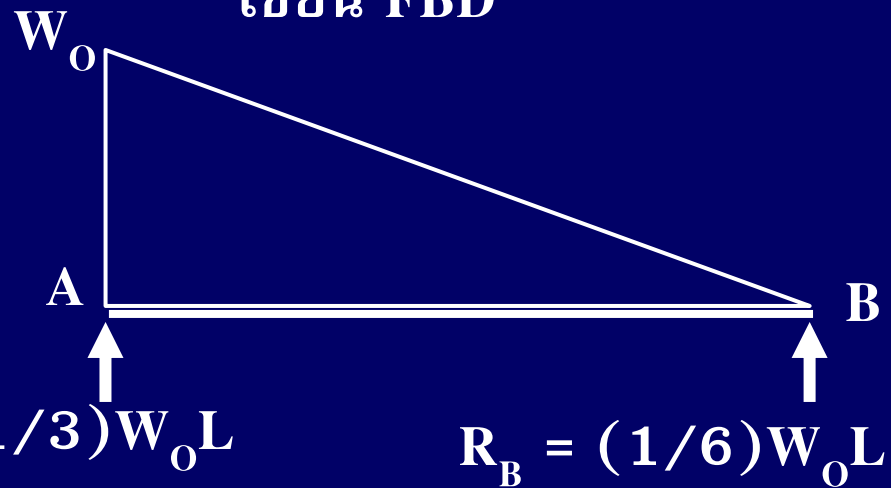
$$R_B(L) - W(L/3) = 0$$

$$W = (1/2)L(W_0)$$

$$R_B = (1/6)W_0L$$

$$\sum F_Y = 0 \quad R_A = (1/3)W_0L$$

เขียน FBD



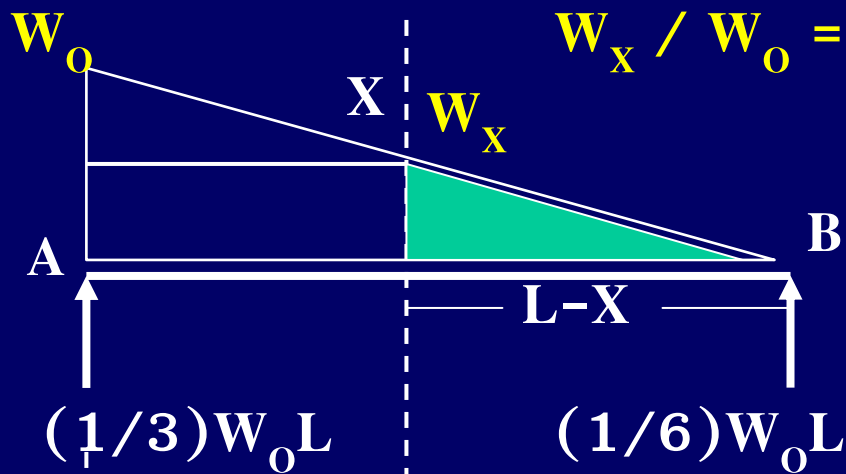
$$R_A = (1/3)W_0L$$

$$R_B = (1/6)W_0L$$

เขียนสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ตัด

หาค่าสูงสุดและต่ำแหน่งของโมเมนต์ตัด





$$W_x / W_0 = (L-X)/L$$

$$W_x = W_0(L-X)/L$$

$$W_1 = (1/2)W_x L$$

$$= (1/2)[W_0 - W_0(L-X)/L]X$$

$$W_1 = (1/2)(W_0 X^2/L)$$

$$W_2 = X(W_0)(L-X)/L$$

$$-V_x - W_1 - W_2 + (1/3)W_0 L = 0$$

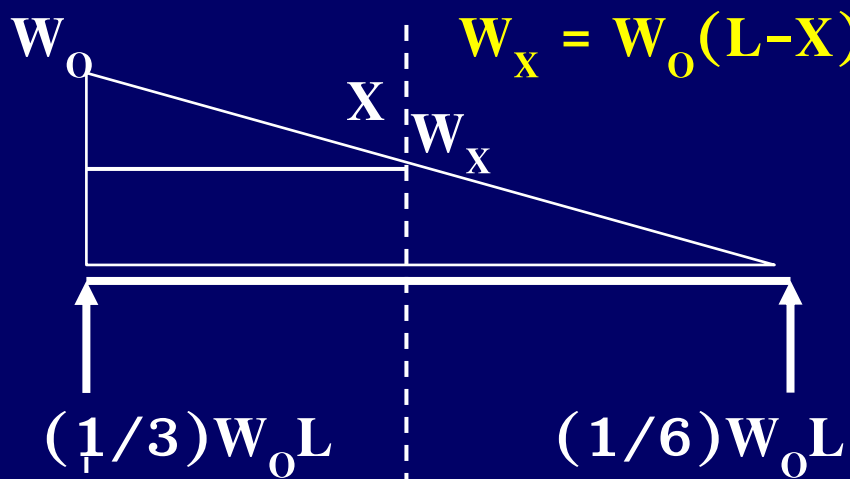
$$V_x = - (1/2)(W_0 X^2/L) - (X(W_0)(L-X)/L) + (1/3)W_0 L = 0$$

$$V_x = - (1/2)(W_0 X^2/L) - W_0 X + (W_0 X^2)/L + (1/3)W_0 L = 0$$

$$V_x = (1/6)(W_0/L)[ -6LX + 3X^2 + 2L^2 ] = 0$$

$$V_x = (1/6)(W_0/L)[3X^2 - 6LX + 2L^2 ] = 0$$

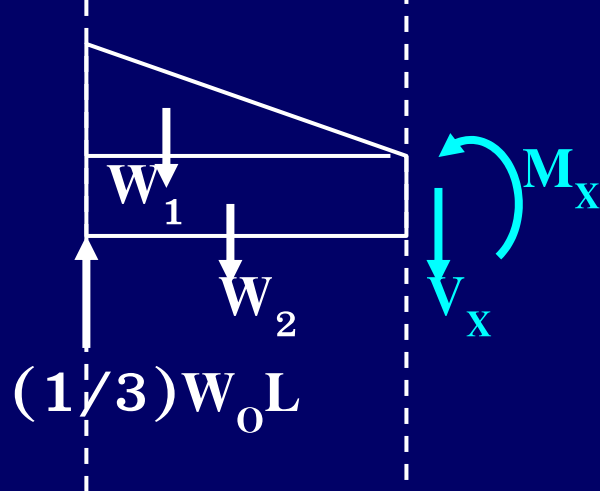




$$W_x = W_0(L-X)/L$$

$$W_1 = (1/2)(W_0X^2/L)$$

$$W_2 = (W_0X/L)(L-X)$$



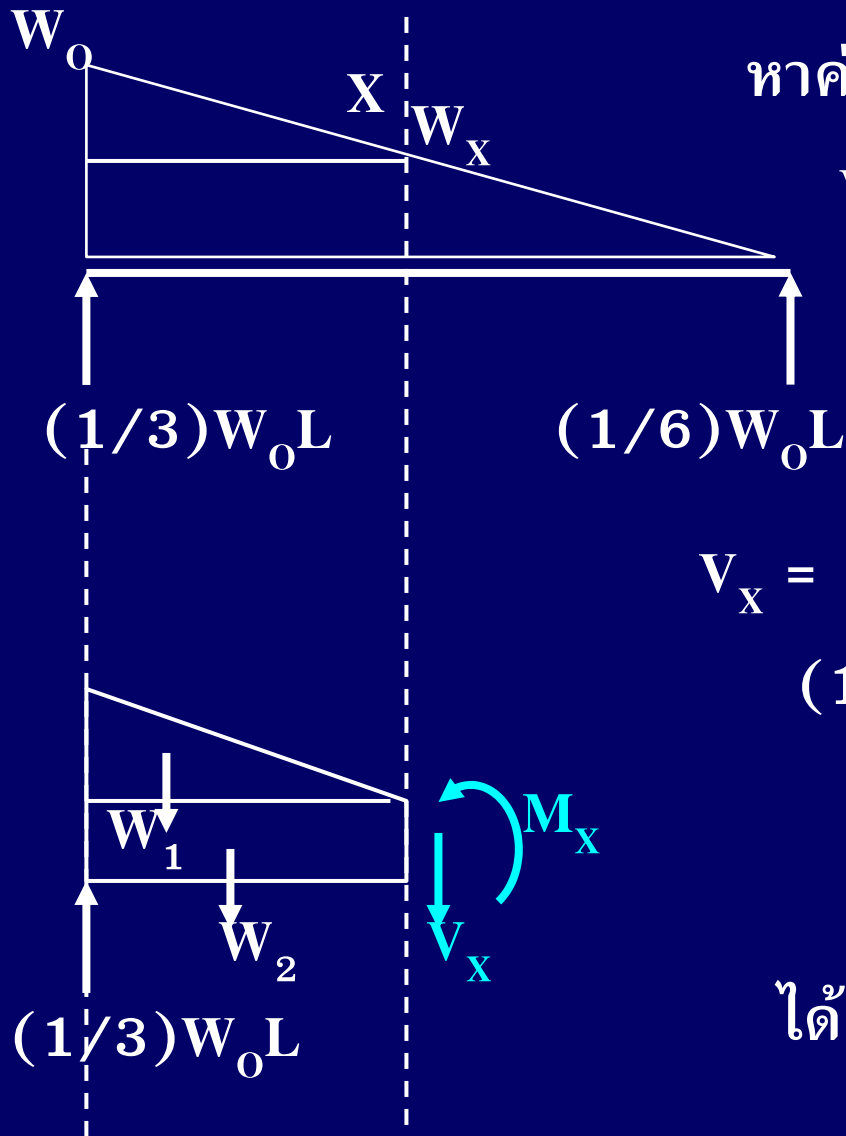
$$M_x + W_1(2/3)X + W_2(X/2) - [(1/3)W_0L]X = 0$$

$$M_x + (1/2)(W_0X^2/L)(2/3)X$$

$$+ (W_0X/L)(L-X)(X/2) - [(1/3)W_0L]X = 0$$

$$M_x = (1/6)(W_0/L)[X^3 - 6LX^2 + 2L^2X]$$





หาค่าสูงสุดและตำแหน่งของโมเมนต์ดัด

$$V_x = (1/6)(W_0/L)[3X^2 - 6LX + 2L^2]$$

$$M_x = (1/6)(W_0/L)[X^3 - 6LX^2 + 2L^2X]$$

หาค่าตำแหน่งก่อนที่  $V_x = 0$

$$V_x = (1/6)(W_0/L)[3X^2 - 6LX + 2L^2] = 0$$

$$(1/6)(W_0/L)[3X^2 - 6LX + 2L^2] = 0$$

$$X = L/2$$

แทนค่า  $X$  ในสมการโมเมนต์ หาค่า  $M_{MAX}$

ได้  $M_{MAX} = 0.06W_0L^2$



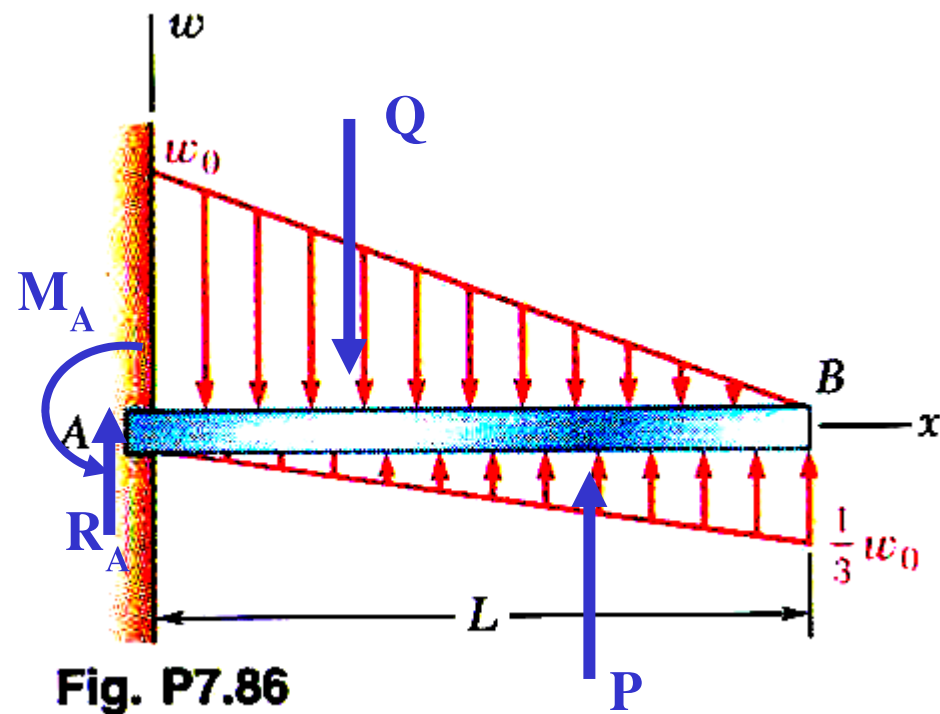


Fig. P7.86

หาแรงปฏิกิริยาที่ A ;  $R_A$  ,  $M_A$

$$Q = (1/2)W_0L$$

$$P = (1/2)(1/3)W_0L \\ = (1/6)W_0L$$

$$\sum F_Y = 0 \quad R_A + P - Q = 0$$

$$R_A = Q - P$$

$$R_A = (1/2)W_0L - (1/6)W_0L$$

$$R_A = (1/3)W_0L$$

$$\sum M_A = 0$$

$$M_A + P(2/3)L - Q(1/3)L = 0$$

$$M_A = (1/6)W_0L^2 - (2/18)W_0L^2$$

$$M_A = (1/18)W_0L^2$$

เขียนสมการแรงเฉือนและโมเมนต์ตัด

หาค่าสูงสุดและตำแหน่งของโมเมนต์ตัด





ตัดคานที่ระยะ X ใดๆ

หาค่า  $W_1, W_2, W_3$

$$W_1/W_0 = (L-X)/L$$

$$W_1 = W_0(L-X)/L$$

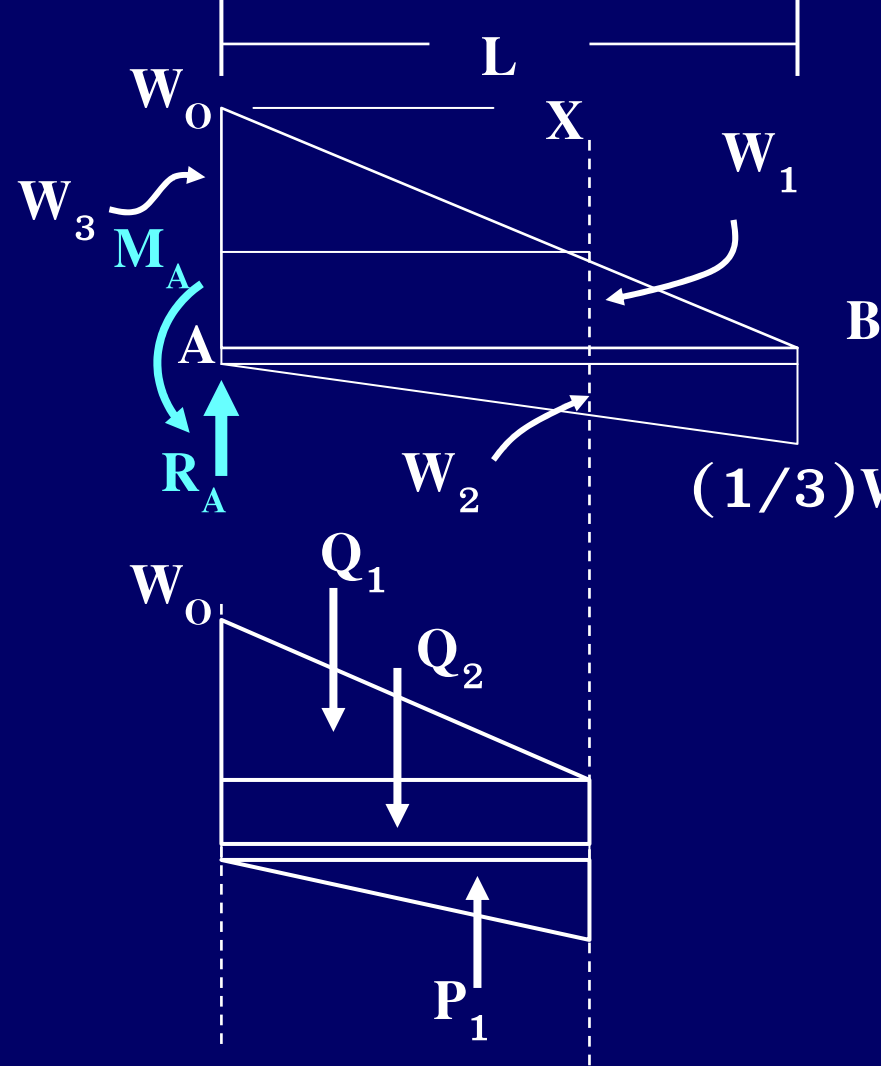
$$W_2/(1/3)W_0 = X/L$$

$$W_2 = (1/3)W_0 X/L$$

$$W_3 = W_0 - W_1$$

$$W_3 = W_0 - W_0(L-X)/L$$





$$W_1 = W_0(L-X)/L$$

$$W_2 = (1/3)W_0 X/L$$

$$W_3 = W_0 - W_0(L-X)/L$$

หาค่า  $Q_1, Q_2, P_1$

$$Q_1 = (1/2)W_3 X$$

$$Q_1 = (1/2)(W_0 - W_0(L-X)/L) X$$

$$Q_1 = (1/2)(W_0 X^2/L)$$

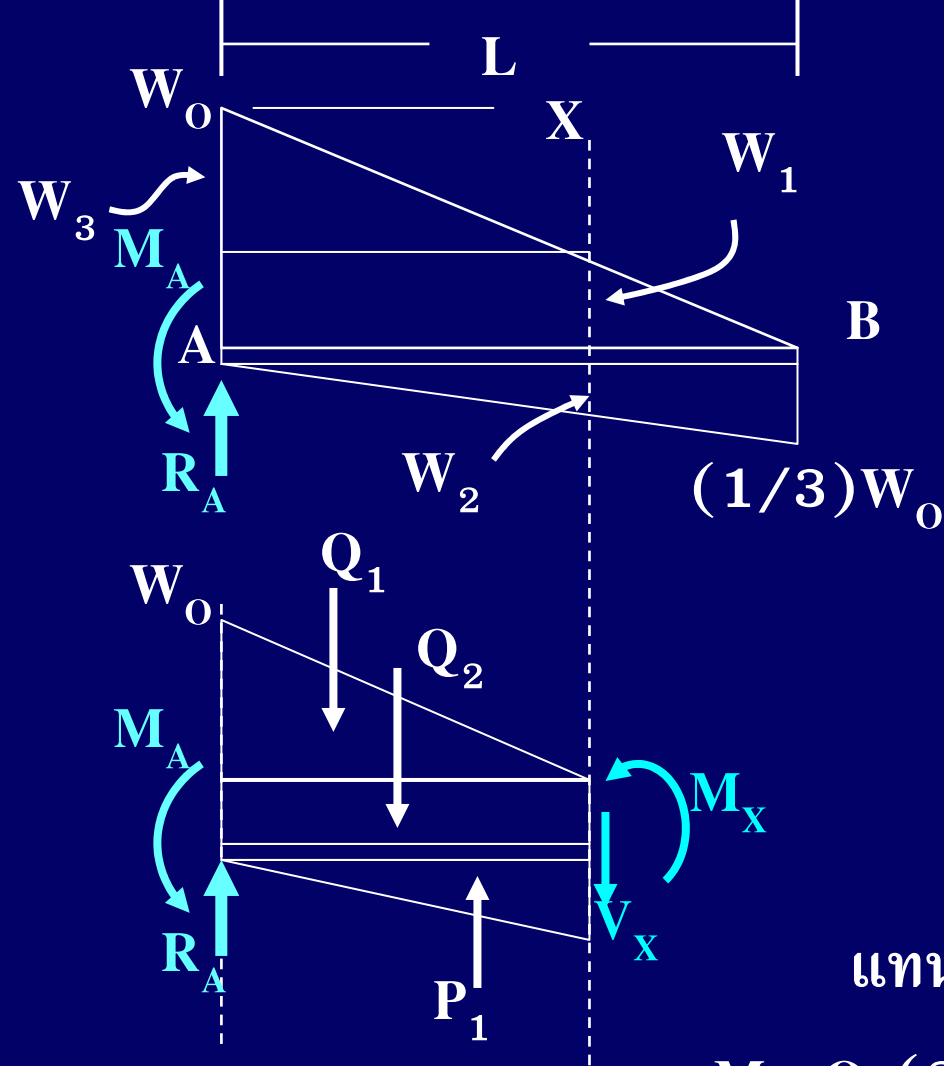
$$Q_2 = W_1 X = [W_0(L-X)/L] X$$

$$Q_2 = (W_0(L-X)X/L)$$

$$P_1 = (1/2)W_2 X = (1/2)[(1/3)W_0 X/L] X$$

$$P_1 = (1/6)W_0 X^2/L$$





$$W_1 = W_0(L-X)/L$$

$$W_2 = (1/3)W_0 X/L$$

$$W_3 = W_0 - W_0(L-X)/L$$

$$Q_1 = (1/2)(W_0 X^2/L)$$

$$Q_2 = (W_0(L-X)X/L)$$

$$P_1 = (1/6)W_0 X^2/L$$

$$R_A = (1/3)W_0L$$

$$M_A = (1/18)W_0L^2$$

$$-V_X - Q_1 - Q_2 + P_1 + R_A = 0$$

$$V_X = -Q_1 - Q_2 + P_1 + R_A$$

แทนค่า  $V_X = (W_0/3L)(2X^2 - 3LX + L^2)$

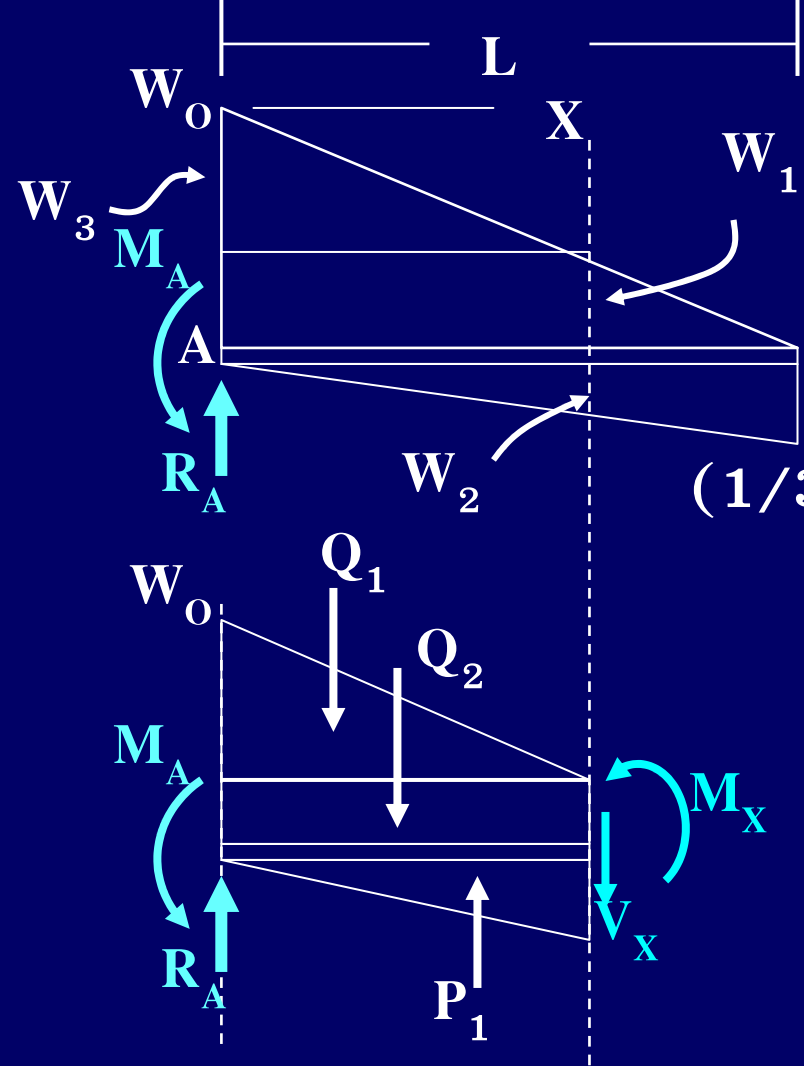
$$M_X + Q_1(2/3)X + Q_2(1/2)X - P_1(1/3)X + M_A = 0$$

$$M_X = -Q_1(2/3)X - Q_2(1/2)X + P_1(1/3)X - M_A$$

แทนค่า  $M_X = (W_0/18L)(4X^3 - 9LX^2 + 6L^2X - L^3)$







$$V_x = (W_0/3L)(2X^2 - 3LX + L^2)$$

$$M_x = (W_0/18L)(4X^3 - 9LX^2 + 6L^2X - L^3)$$

B หาค่า M สูงสุดและตำแหน่ง  
M สูงสุดเมื่อ  $V = 0$

$$(1/3)W_0 \quad V_x = (W_0/3L)(2X^2 - 3LX + L^2) = 0$$

$$(W_0/3L)(2X^2 - 3LX + L^2) = 0$$

$$X = L/2$$

นำไปหาค่าโมเมนต์ตัดสูงสุด

$$M_x = (W_0/18L)(4X^3 - 9LX^2 + 6L^2X - L^3)$$

แทนค่า  $X = L/2$

$$M_x = W_0L^2/72$$



