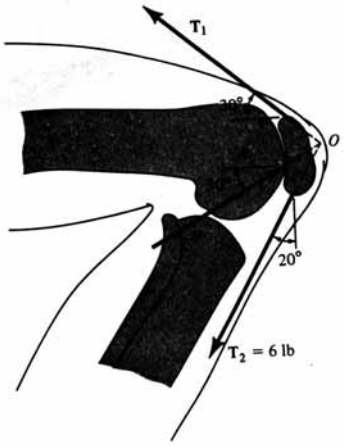
บทที่ 3

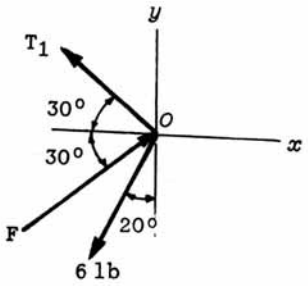
สมดุลของอนุภาค

ระบบแรงร่วมจุด

3.1 สะบ้า P ที่หัวเข่าถูกแรงดึงจากเส้นเอ็น T_1 และ T_2 และแรง F ซึ่งเกิดจากปลายกระดูกท่อนขาบน A ถ้าทิศทางของแรงเหล่านี้ถูกประมาณจากภาพ X-ray ดังรูป ให้หาขนาดของ T_1 และแรง F เมื่อแรง $T_2 = 6$ lb แรงทั้งหมดเป็นแรงร่วมจุดที่จุด O



Solution

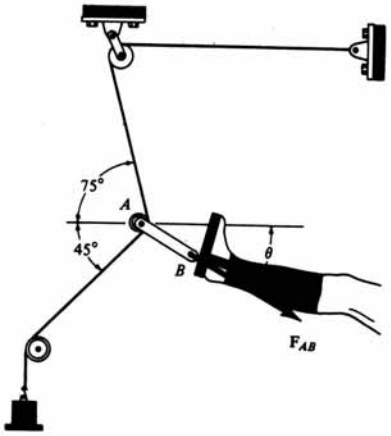


$+\rightarrow \Sigma F_x = 0;$ _____

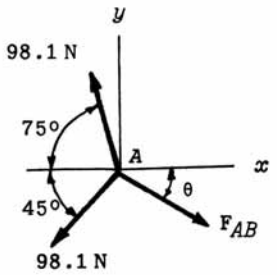
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

$T_1 = 4.45$ lb, $F = 6.82$ lb *Ans.*

3.2 ให้หาขนาดและทิศทาง θ ของแรงลัพธ์ F_{AB} ซึ่งกระทำไปตามแนวข้อต่อ AB จากอุปกรณ์ดึงรั้งดังรูป มวลที่ถูกห้อยอยู่เท่ากับ 10 kg ไม่คำนึงถึงขนาดของลูกรอกที่ A



Solution



$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$ _____

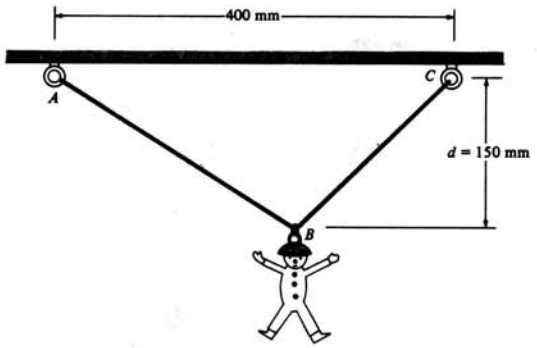
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

Solving,

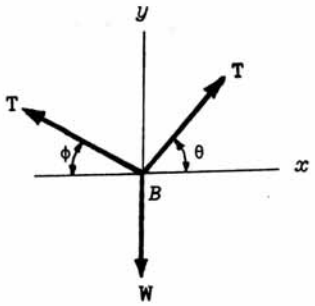
$F_{AB} = 98.1$ N ***Ans.***

$\theta = 15.0°$ ***Ans.***

3.3 ตุ๊กตาของเด็กเล่นถูกห้อยจากเชือกที่มีความยืดหยุ่น ABC เส้นหนึ่งซึ่งมีความแกร่ง (stiffness) 50 N/m และมีความยาวขณะไม่ยืด 400 mm ถ้าระยะ d = 150 mm และห่วงที่ B มีอิสระที่จะไถลไปตามเชือก ให้แสดงว่าความยาวเชือก AB ต้องเท่ากับ CB และให้หามวลของตุ๊กตา



Solution

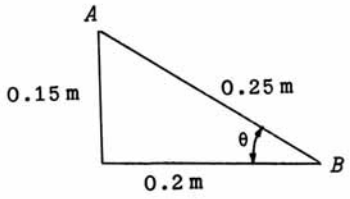


$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$ _____ $;\theta = \phi$

$+\uparrow\Sigma F_y = 0;\ 2T\sin\theta - W = 0$

$F = kx;\ T = 50(0.25-0.2) = 2.5\ \text{N}$

Since

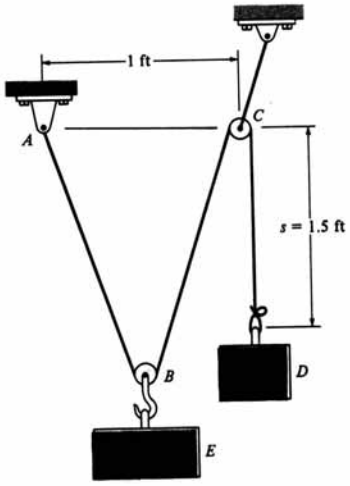


$$\sin\theta = \frac{0.15}{0.25} = 0.6$$

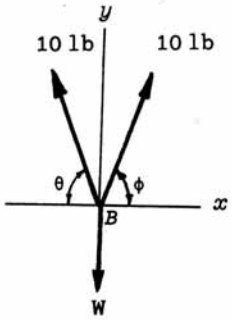
$$W = 2(2.5)(0.6) = 3\ \text{N}$$

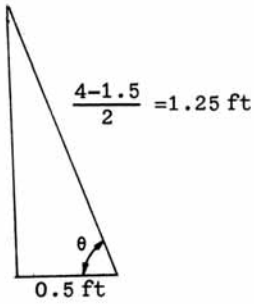
$$m = \frac{3}{9.81} = 0.306\ \text{kg}$$ *Ans.*

3.4 มาตรวัดหนึ่งถูกสร้างจากเชือกยาว 4 ft และท่อน D หนัก 10 lb เชือกถูกตรึงเข้ากับหมุดลื่นที่ A และพาดผ่านลูกรอกเล็ก ๆ ที่ B และ C ให้หาน้ำหนักของท่อน E ถ้าระบบอยู่ในสภาวะสมดุล เมื่อ s = 11 ft



Solution





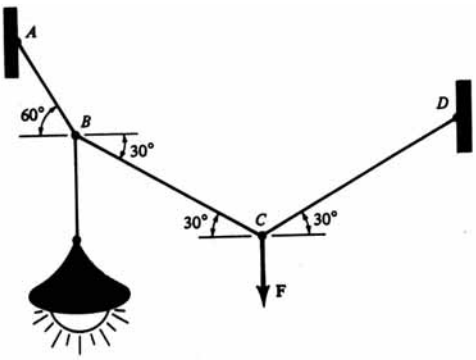
$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$ _____ $;\theta = \phi$

$+\uparrow\Sigma F_y = 0;$ _____

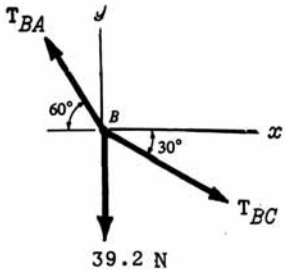
$$W = 20\sin\theta = 20\left(\frac{\sqrt{(1.25)^2 - (0.5)^2}}{1.25}\right)$$

$W = 18.3$ lb *Ans.*

3.5 ให้หาแรงในแต่ละเคเบิล และแรง F ที่จำเป็นในการยึดตะเกียง 4 kg ในตำแหน่งดังรูป ข้อแนะนำ ให้วิเคราะห์สมดุลที่ B ก่อน จากนั้นใช้ค่าแรงใน BC ที่ได้มาวิเคราะห์สมดุลที่ C



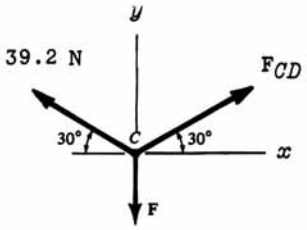
Solution



$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$ _____

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

$T_{BC} = 39.2\ \text{N}, T_{BA} = 68.0\ \text{N}$ *Ans.*

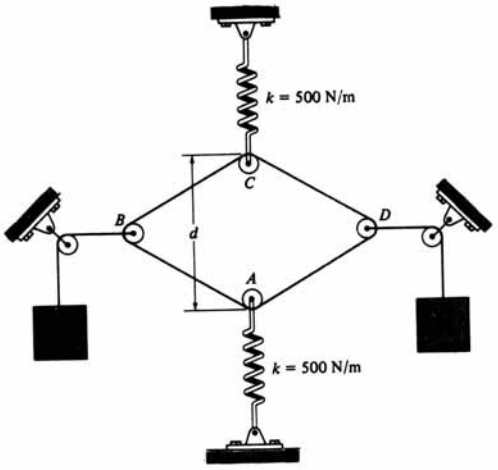


$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$ _____

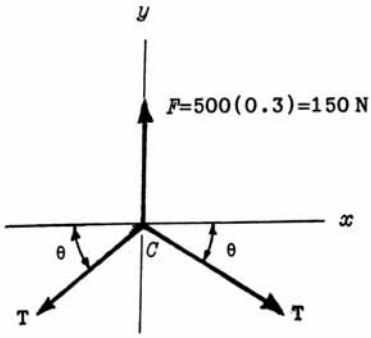
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

$F_{CD} = 39.2\ \text{N}, \quad F = 39.2\ \text{N}$ *Ans.*

3.6 เคเบิลต่อเนื่องเส้นหนึ่งยาว 4 m พาดผ่านลูกรอกเล็ก ๆ ซึ่งไร้ความฝืดที่ A, B, C และ D ถ้าความแกร่งของสปริงแต่ละตัว k = 500 N/m และสปริงแต่ละตัวถูกยืดออก 300 mm ให้หามวล m ของแต่ละท่อน ไม่คำนึงถึงน้ำหนักของลูกรอกและเชือก สปริงอยู่ในสภาพไม่ยืดตัวเมื่อ d = 2 m



Solution



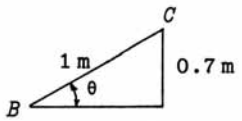
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

$$T = \frac{75}{\sin\theta} \qquad (1)$$

Note that when $\theta = 90°$, the springs are unstretched and the tension in the cord is zero. When the springs are stretched 300 mm = 0.3 m, then

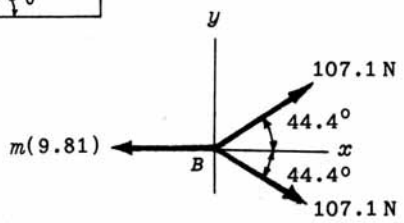
$$d = (2 - 2(0.3)) = 1.4 \text{ m}$$

$$\theta = \sin^{-1}\frac{0.7}{1} = 44.4°$$



From Eq. (1),

$$T = 107.1 \text{ N}$$

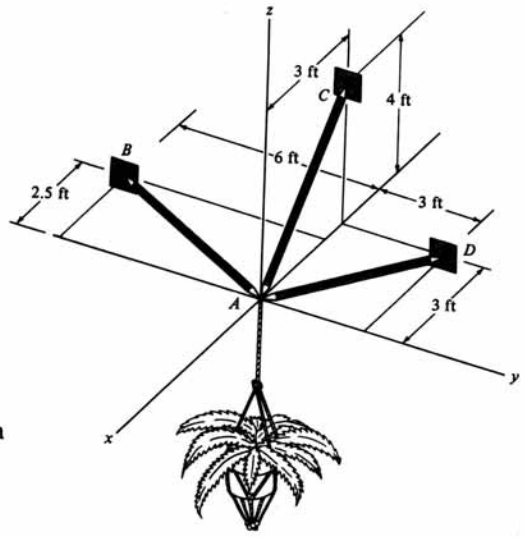


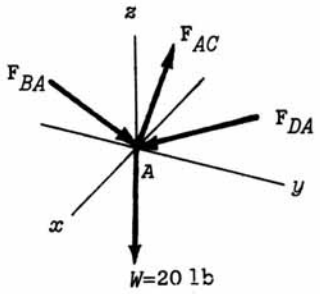
$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$ _____

$$m = 15.6 \text{ kg} \qquad \textit{Ans.}$$

ระบบแรงใน 3 มิติ

3.7 ให้หาแรงซึ่งกระทำตามแนวแกนของแต่ละท่อนค้ำยันซึ่งจำเป็น เพื่อทำให้กระถางดอกไม้อยู่ในสภาวะสมดุล





Solution

$$\mathbf{F}_{BA} = F_{BA}\left(\frac{2.5}{6.5}\mathbf{i} + \frac{6}{6.5}\mathbf{j}\right) = 0.385F_{BA}\mathbf{i} + 0.923F_{BA}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{DA} = F_{DA}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j}\right) = 0.707F_{DA}\mathbf{i} - 0.707F_{DA}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{AC} = F_{AC}\left(\frac{-3}{5}\mathbf{i} + \frac{4}{5}\mathbf{k}\right) = -0.6F_{AC}\mathbf{i} + 0.8F_{AC}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{W} = -20\ \mathbf{k}$$

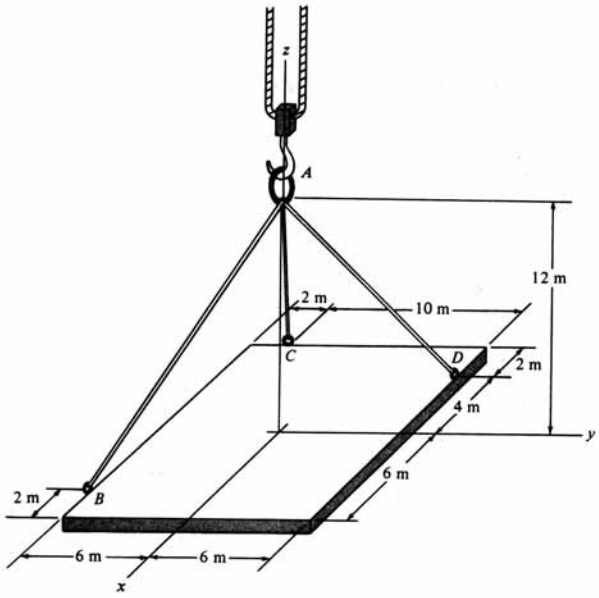
$\Sigma F_x = 0$; _____

$\Sigma F_y = 0$; _____

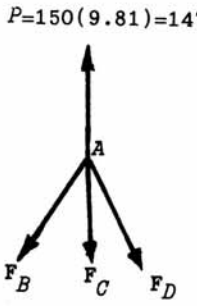
$\Sigma F_z = 0$; _____

$F_{BA} = 11.5$ lb, $F_{AC} = 25.0$ lb, $F_{DA} = 15.0$ lb *Ans.*

3.8 แต่ละปลายของเคเบิลทั้งสามถูกผูกติดกับห่วงที่ A และขอบของแผ่นเหล็กหนาสม่ำเสมอ 150 kg ให้หาแรงดึงในแต่ละเคเบิลในสภาวะสมดุล



Solution



$$\mathbf{P} = \{1471.5\mathbf{k}\}\ \text{N}$$

$$\mathbf{F}_B = \left\{\frac{4}{14}F_B\mathbf{i} - \frac{6}{14}F_B\mathbf{j} - \frac{12}{14}F_B\mathbf{k}\right\}\text{N}$$

$$\mathbf{F}_C = \left\{-\frac{6}{14}F_C\mathbf{i} - \frac{4}{14}F_C\mathbf{j} - \frac{12}{14}F_C\mathbf{k}\right\}\text{N}$$

$$\mathbf{F}_D = \left\{\frac{-4}{14}F_D\mathbf{i} + \frac{6}{14}F_D\mathbf{j} - \frac{12}{14}F_D\mathbf{k}\right\}\text{N}$$

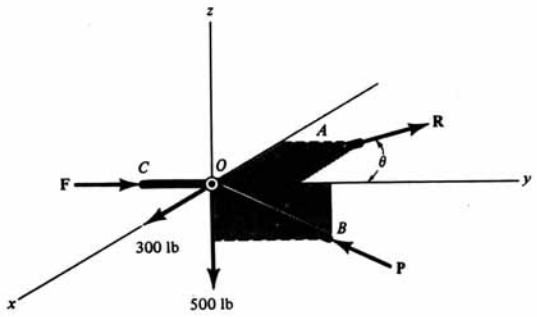
$\Sigma F_x = 0;$ _____

$\Sigma F_y = 0;$ _____

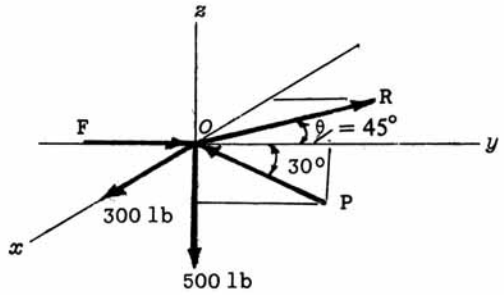
$\Sigma F_z = 0;$ _____

$F_B = 858\ \text{N},\ F_C = 0,\ F_D = 858\ \text{N}$ *Ans.*

3.9 จุดต่อ O ของโครงสามมิติถูกกระทำด้วยแรง 4 แรง ท่อนค้ำยัน OA วางตัวอยู่ในระนาบ xy และท่อนค้ำยัน OB วางตัวอยู่ในระนาบ yz ให้หาแรงซึ่งกระทำต่อแต่ละท่อนค้ำยัน 3 ท่อน ซึ่งจำเป็นเพื่อก่อให้เกิดสภาวะสมดุลของจุดต่อ กำหนดให้ $\theta = 45°$



Solution



$\Sigma F_x = 0;$ _____

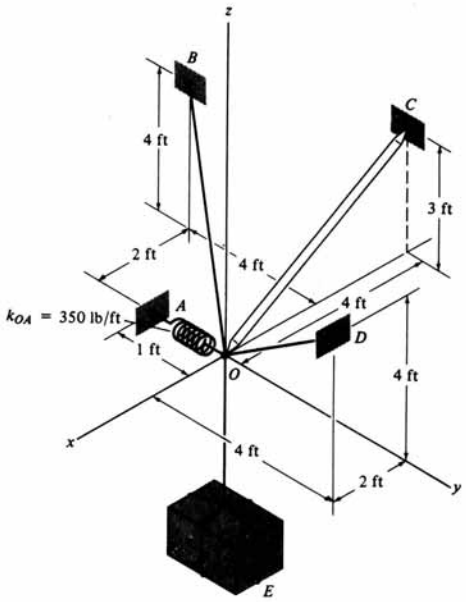
$\Sigma F_y = 0;$ _____

$\Sigma F_z = 0;$ _____

$P = 1{,}000$ lb, $R = 424$ lb, $F = 566$ lb *Ans.*

3.10 ให้หาแรงดึงในเคเบิล OD และ OB และท่อนค้ำยัน OC ซึ่งจำเป็นสำหรับรองรับกล่อง 500 lb สปริง OA มีความยาวขณะไม่ยืดตัว 0.2 ft และมีความแกร่ง K_{OA} = 350 lb/ft แรงในค้ำยันกระทำไปตามแกนของค้ำยัน

Solution



$F_A = 350(1 - 0.2) = 280$ lb

$\mathbf{F}_A = \{-280\mathbf{j}\}$ lb

$\mathbf{W} = \{-500\mathbf{k}\}$ lb

$$\mathbf{F}_B = F_B\left(\frac{-2}{6}\mathbf{i} - \frac{4}{6}\mathbf{j} + \frac{4}{6}\mathbf{k}\right)$$

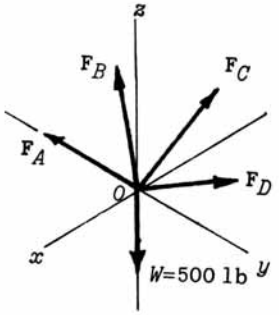
$$= -0.333\,F_B\mathbf{i} - 0.667\,F_B\mathbf{j} + 0.667\,F_B\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_C = F_C\left(\frac{-4}{5}\mathbf{i} + \frac{3}{5}\mathbf{k}\right)$$

$$= -0.8\,F_C\mathbf{i} + 0.6\,F_C\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_D = F_D\left(\frac{2}{6}\mathbf{i} + \frac{4}{6}\mathbf{j} + \frac{4}{6}\mathbf{k}\right)$$

$$= 0.333\,F_D\mathbf{i} + 0.667\,F_D\mathbf{j} + 0.667\,F_D\mathbf{k}$$



$\Sigma F_x = 0$; _____

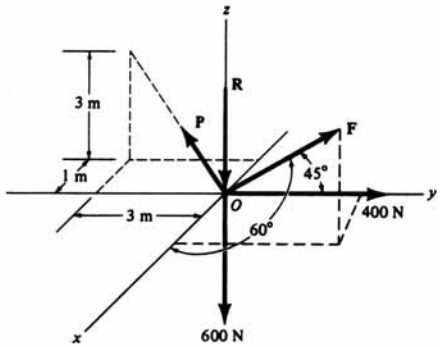
$\Sigma F_y = 0$; _____

$\Sigma F_z = 0$; _____

Solving,

$F_B = 86$ lb, $F_C = 175$ lb, $F_D = 506$ lb *Ans.*

3.11 ให้หาขนาดของแรง P, R และ F ซึ่งจำเป็นเพื่อทำให้เกิดสมดุลของจุด O



Solution

$\mathbf{R} = -R\mathbf{k}$

$\mathbf{F}_1 = \{-600\,\mathbf{k}\}$ N

$\mathbf{F}_2 = \{400\,\mathbf{j}\}$ N

$$\mathbf{P} = P\left(\frac{-1\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}}{\sqrt{19}}\right)$$

$\mathbf{P} = -0.229\,P\mathbf{i} - 0.688\,P\mathbf{j} + 0.688\,P\mathbf{k}$

$\cos^2 60° + \cos^2 45° + \cos^2\gamma = 1$

use $\gamma = 60°$, since $\gamma < 180°$

$\mathbf{F} = F\cos 60°\,\mathbf{i} + F\cos 45°\,\mathbf{j} + F\cos 60°\,\mathbf{k}$

$\mathbf{F} = 0.5\,F\mathbf{i} + 0.707\,F\mathbf{j} + 0.5\,F\mathbf{k}$

$\Sigma F_x = 0;$ _____

$\Sigma F_y = 0;$ _____

$\Sigma F_z = 0;$ _____

Solving,

$P = 1.10$ kN, $F = 503$ N, $R = 407$ N *Ans.*