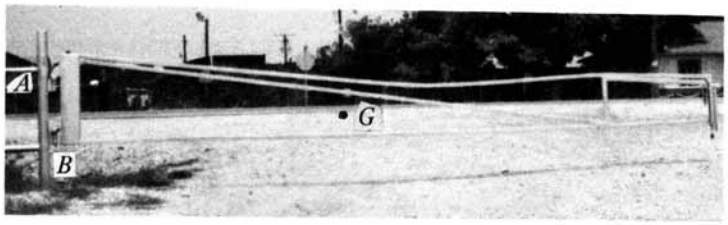
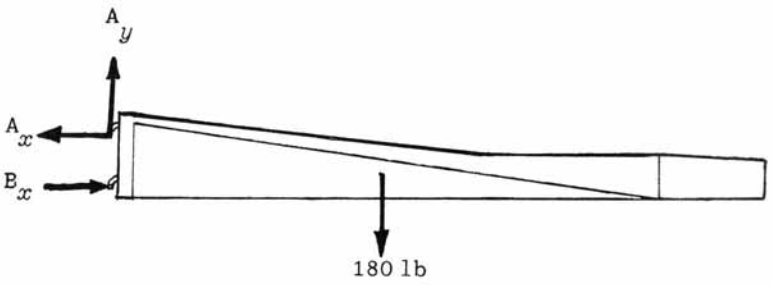
บทที่ 5

สมดุลของวัตถุคงรูป

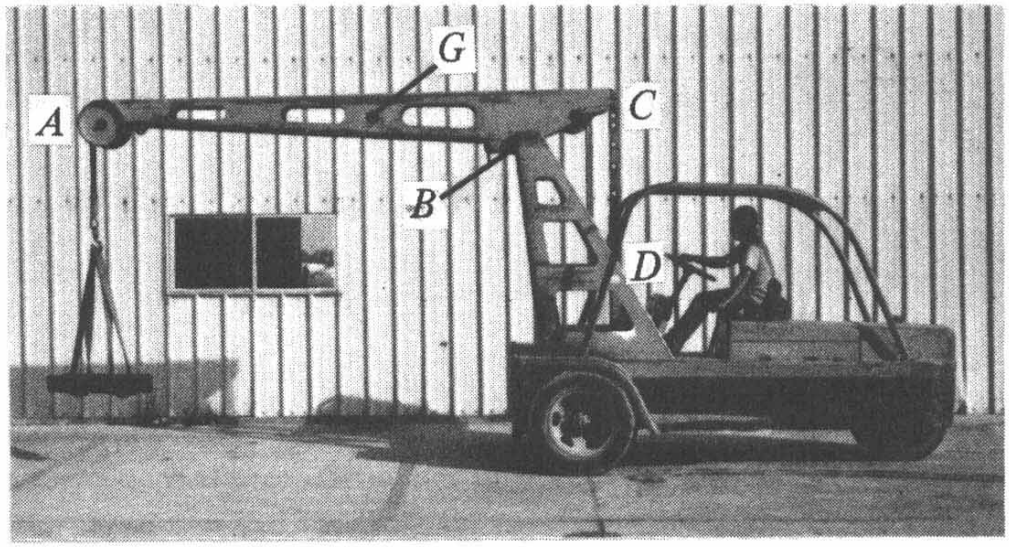
แผนภาพวัตถุอิสระ

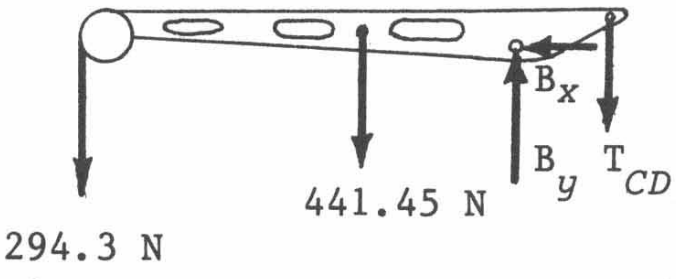
ป5.1 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของประตูซึ่งมีน้ำหนัก 180 lb และศูนย์ถ่วงอยู่ที่ G จากการตรวจสอบภาพใกล้ ๆ พบว่าบานพับ (hinge) ที่ A จะทำให้เกิดแรงปฏิกิริยารองรับทั้งในแนวราบและแนวดิ่ง ขณะที่บานพับที่ B จะทำให้เกิดแรงปฏิกิริยารองรับเฉพาะในแนวราบเนื่องจากมันไม่ได้กดลงไปบนตัวรองรับที่ C



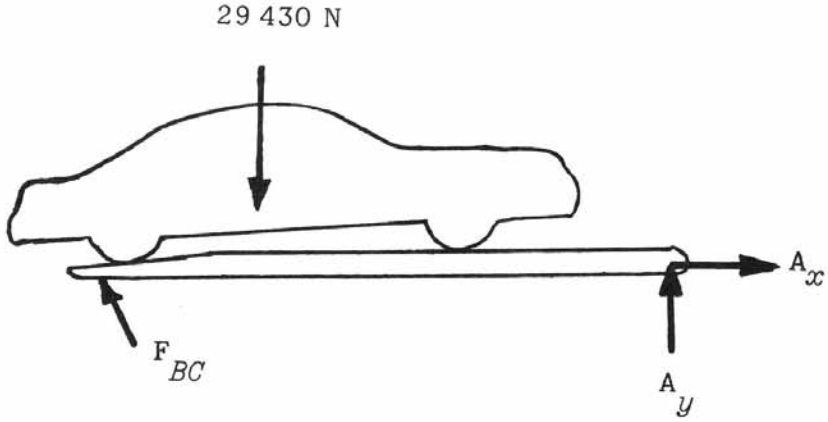


ป5.2 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของแขนปั้นจั่น ABC ซึ่งมีมวล 45 kg มีศูนย์กลางมวลที่ G และรองรับน้ำหนักบรรทุก 30 kg แขนปั้นจั่นมีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ B และจุดรองรับแบบข้อต่อสั้นในแนวดิ่ง CD (พิจารณาข้อต่อว่ากระทำเสมือนเป็นเคเบิล) มีเคเบิลรองรับน้ำหนักบรรทุกจากแขนปั้นจั่นที่ A

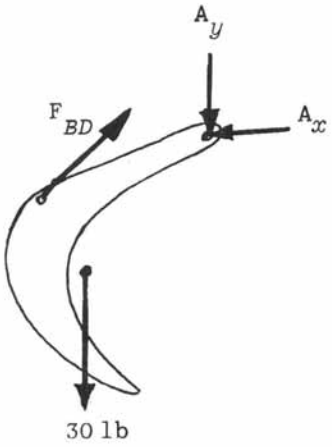




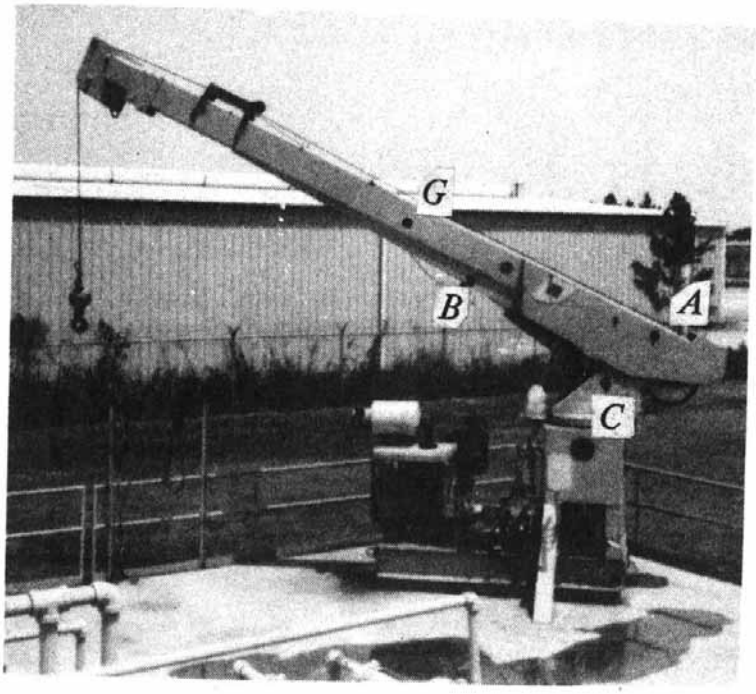
ป5.3 ให้เขียนแผนภาพวัตถุคงรูปของรถยนต์และแท่นรอง AB ของรถขนส่ง ซึ่งมีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ปลาย A และรองรับด้วยกระบอกไฮดรอลิก BC ที่ปลายอีกข้างหนึ่ง รถยนต์มีมวล 3 Mg มีศูนย์กลางมวลที่ G

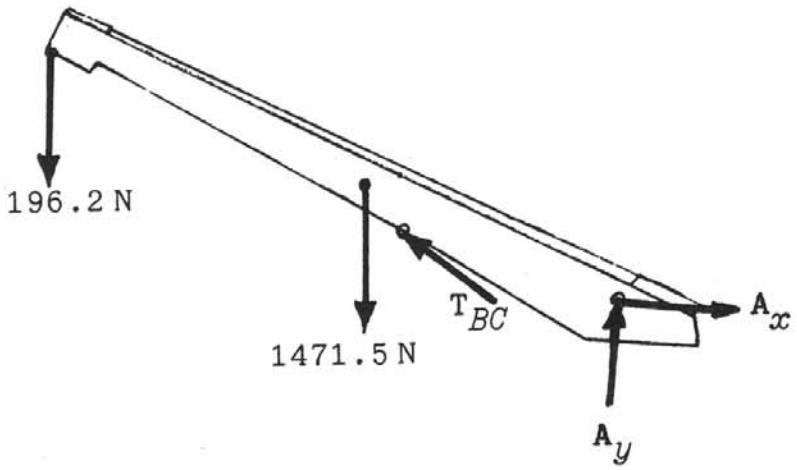


ป5.4 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของก้ามจับ ABC ซึ่งมีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ A ซึ่งงับและอ้าด้วยกระบอกไฮดรอลิก BD ก้ามจับมีน้ำหนัก 30 lb และศูนย์ถ่วงอยู่ที่ G

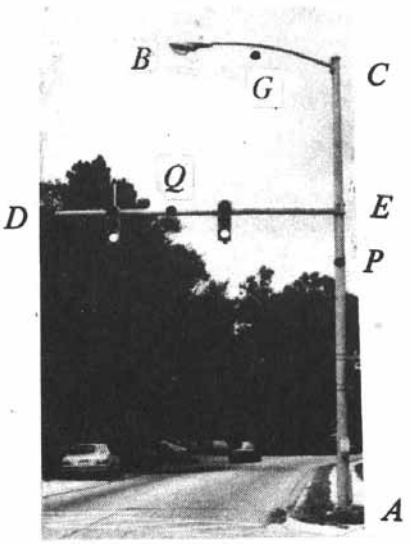


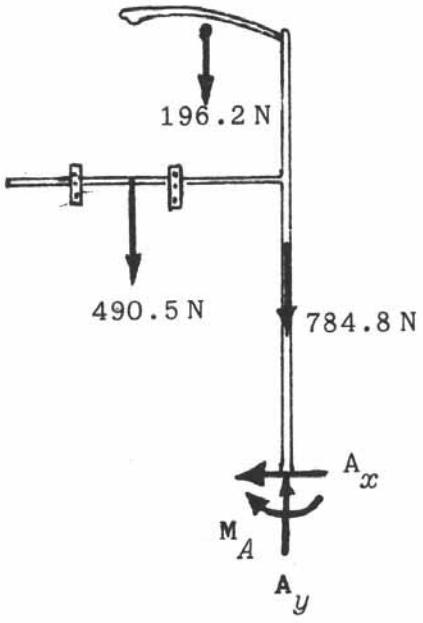
ป5.5 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของแขนปั้นจั่นซึ่งมีมวล 150 kg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ G มีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ A และรองรับด้วยกระบอกไฮดรอลิก BC ลูกบอลที่ห้อยอยู่ปลายเคเบิลมีมวล 20 kg

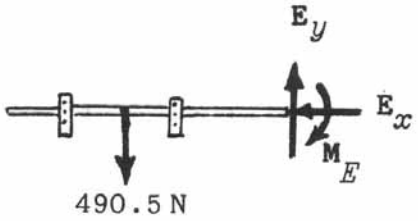




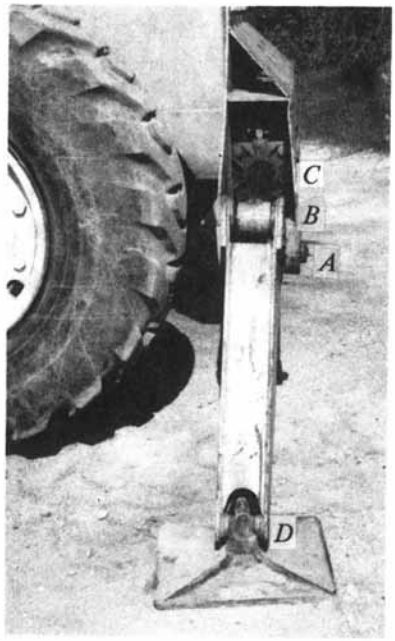
ป5.6 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของเสาไฟฟ้าและไฟจราจรซึ่งมีจุดรองรับแบบยึดตรึงกับพื้นที่ A หลอดไฟและแขน BC มีมวล 20 kg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ G ส่วนไฟจราจรและแขนมีมวล 50 kg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ Q และเสามีมวล 80 kg และมีศูนย์กลางมวลอยู่ที่ P ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของแขน DE ซึ่งมีจุดรองรับแบบยึดตรึงกับเสาที่ E ด้วย

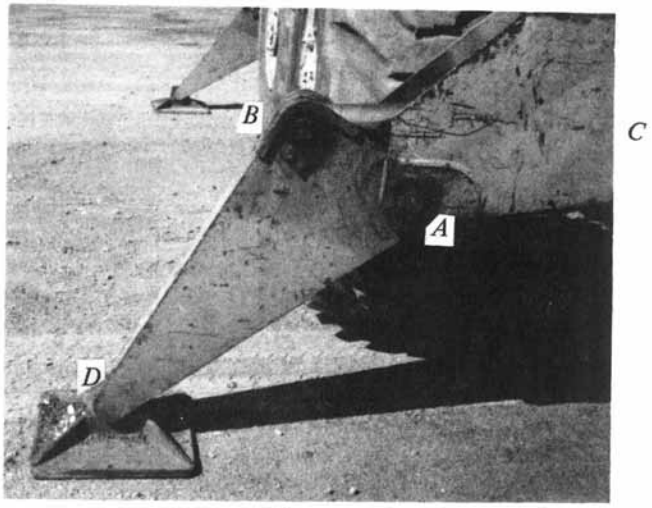


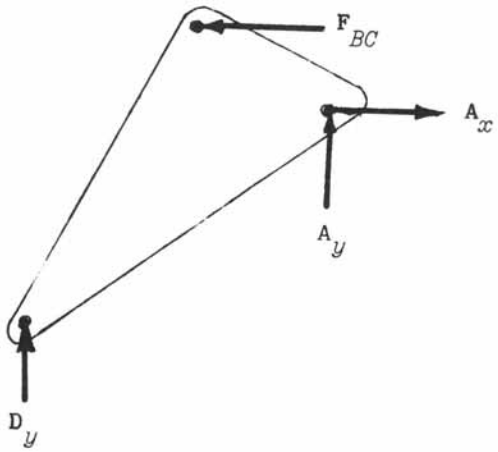




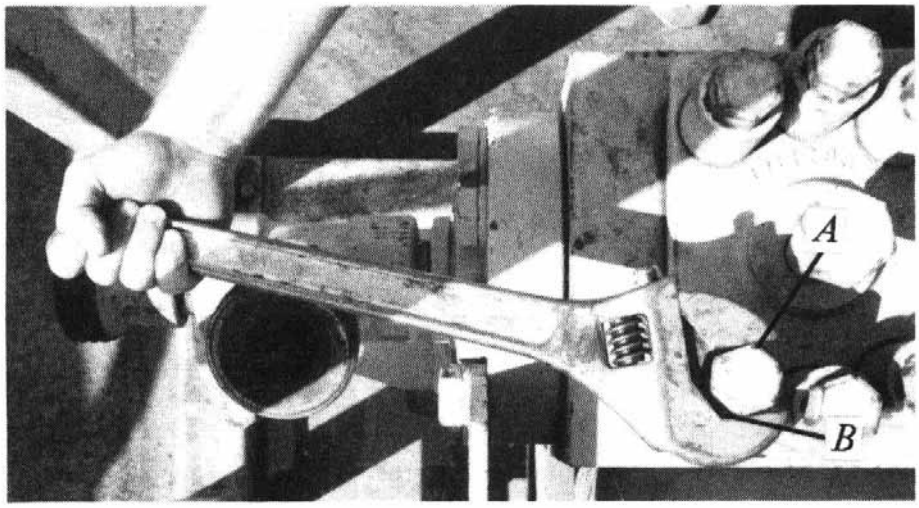
ป5.7 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของขาหยั่งซึ่งมีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ A และทำงานด้วยกระบอกไฮดรอลิก BC (ซึ่งเป็นวัตถุสองแรง) และให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของตีนหยั่งซึ่งกดลงอย่างสม่ำเสมอบนพื้นเรียบและมีจุดรองรับแบบหมุดลื่นที่ D

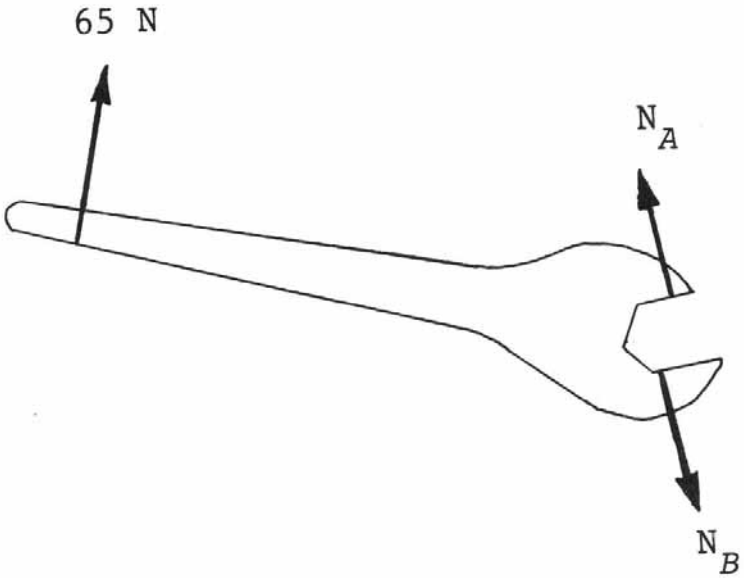




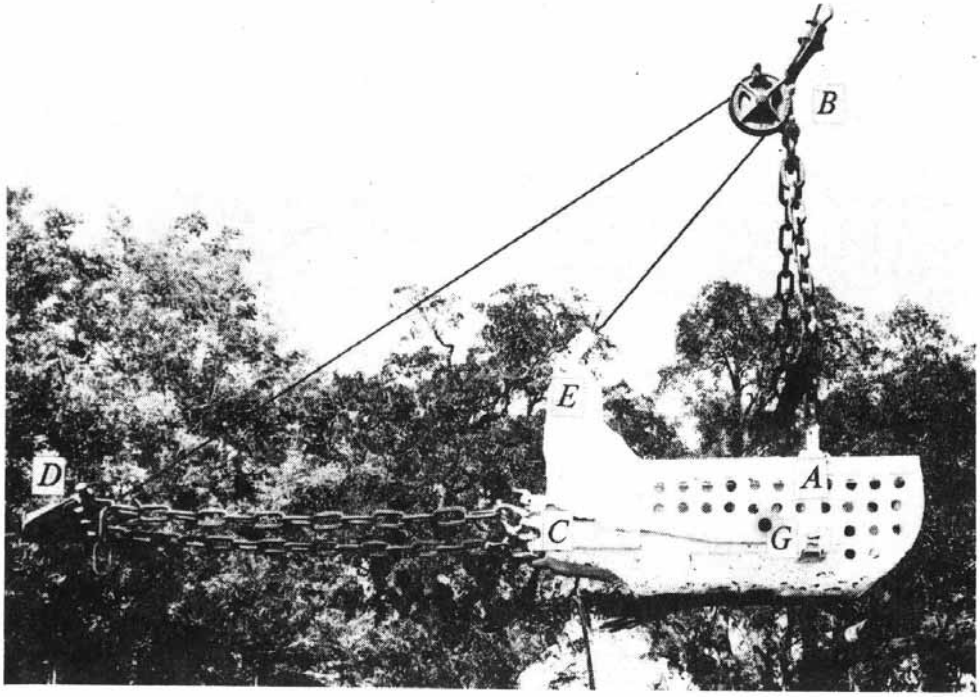


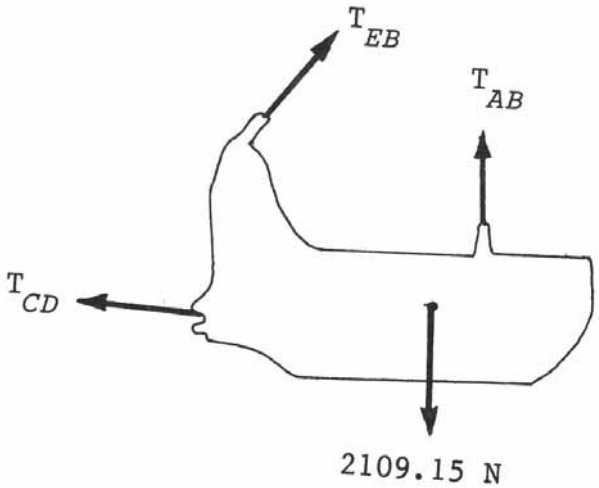
ป5.8 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของประแจซึ่งถูกกระทำด้วยแรงดึง 65 N กระทำตั้งฉากกับด้ามจับ ปากจับที่ลื่นสัมผัสกับสลักที่จุด A และ B





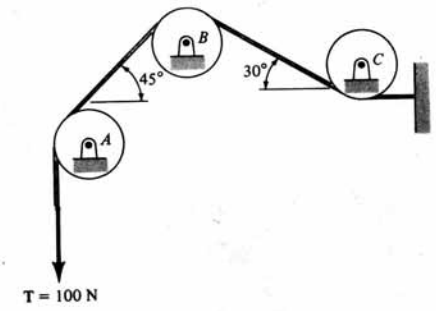
ป5.9 ให้เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของกระบะตัก กระบะตักและสิ่งที่ถูกบรรจุอยู่ภายในมีมวล 215 kg และมีศูนย์กลางมวลที่ G กระบะตักถูกรองรับด้วยโซ่ AB และ CD และเคเบิล ED ซึ่งคล้องผ่านลูกรอกที่ B



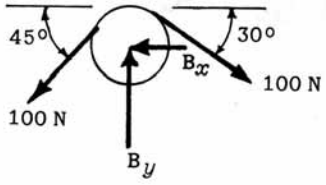


สมดุลใน 2 มิติ

5.1 ให้คำนวณหาองค์ประกอบในแนวราบและแนวดิ่งของแรงที่หมุดลื่น B สายพานถูกกระทำด้วยแรงดึง T = 100 N และคล้องผ่านลูกรอกทั้งสาม



Solution



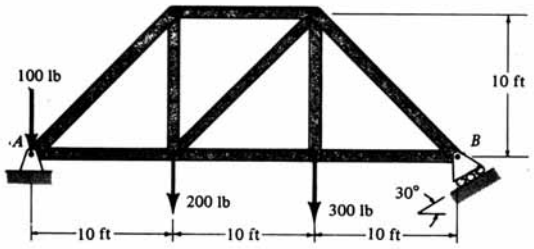
$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$

$B_x = 15.9$ N *Ans.*

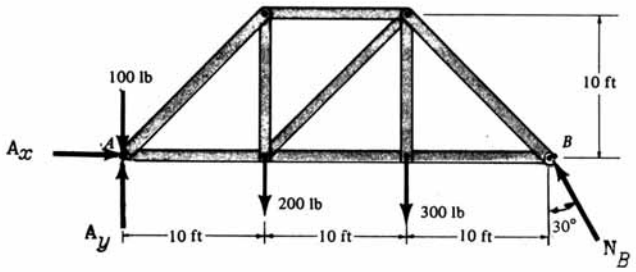
$+\uparrow\Sigma F_y = 0;$

$B_y = 121$ N *Ans.*

5.2 ให้คำนวณหาองค์ประกอบในแนวราบและแนวดิ่งของแรงปฏิกิริยาที่หมุดลื่น A และแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับแบบลูกกลิ้งที่ B ซึ่งทำให้โครงข้อหมุดอยู่ในสภาวะสมดุล



Solution



$(+ \Sigma M_A = 0;$

$N_B = 307.9 \text{ lb} = 308 \text{ lb}$ *Ans.*

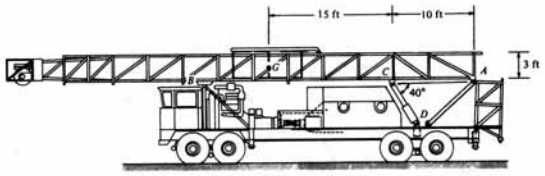
$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$

$A_x = 154 \text{ lb}$ *Ans.*

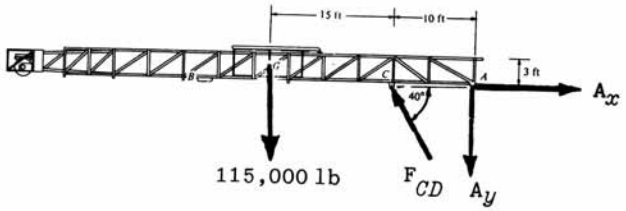
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$

$A_y = 333 \text{ lb}$ *Ans.*

5.3 แท่นขุดเจาะหาน้ำมันถูกรองรับอยู่บนรถบรรทุกด้วยหมุดลื่นหรือเพลาที่ A และโครงตั้งที่ B ถ้าตัวแท่นขุดเจาะมีน้ำหนัก 115,000 lb มีศูนย์ถ่วงที่ G ให้หาแรง F ซึ่งเกิดขึ้นในกระบอกไฮดรอลิกเพื่อที่**จะเริ่มยก**แท่นขุดเจาะขึ้น (อย่างช้า ๆ) พร้อมทั้งให้คำนวณหาองค์ประกอบในแนวราบและแนวดิ่งของแรงปฏิกิริยาที่หมุดลื่น A



Solution



$(+\Sigma M_A = 0;$

$F_{CD} = 447.3 \text{ kip} = 447 \text{ kip}$ *Ans.*

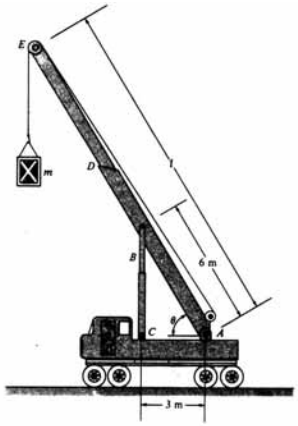
$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$

$A_x = 343 \text{ kip}$ *Ans.*

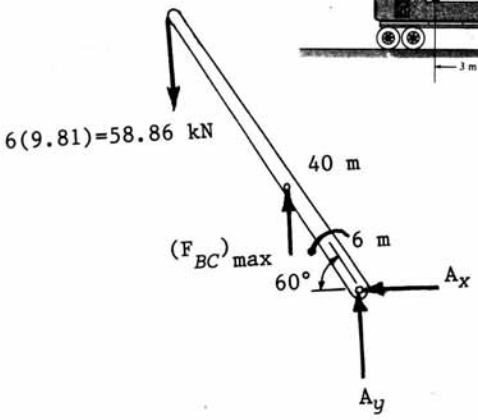
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$

$A_y = 172 \text{ kip}$ *Ans.*

5.4 ปั้นจั่นจะยืดออกไปได้ไกลสุดด้วยการใช้ช่วงแขน DE แขนทั้งหมดถูกรองรับด้วยหมุดลื่นที่ A และด้วยกระบอกไฮดรอลิก BC (ซึ่งพิจารณาให้เป็นวัตถุสองแรงได้) อัตราส่วนความสามารถในการบรรทุกของปั้นจั่นวัดได้จากแรงซึ่งมากที่สุดที่เกิดขึ้นในกระบอกไฮดรอลิก ถ้าแรงซึ่งมากที่สุดนี้เกิดขึ้นเมื่อแขนรองรับมวล m = 6 Mg และมีความยาวแขน l = 40 m และ $\theta = 60^\circ$ ให้หามวลซึ่งมากที่สุดซึ่งสามารถรองรับได้เมื่อแขนถูกยืดออกไปยาว l = 50 m และ $\theta = 45^\circ$ ไม่คำนึงถึงน้ำหนักของแขนและขนาดของลูกรอกที่ E สมมติว่าปั้นจั่นจะไม่พลิกคว่ำ ข้อสังเกต เมื่อ $\theta = 60^\circ$ BC จะอยู่ในแนวดิ่งพอดี แต่สำหรับกรณี เมื่อ $\theta = 45^\circ$ จะไม่เป็นเช่นนั้น



Solution

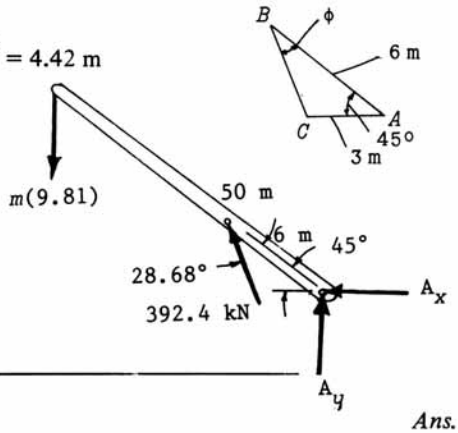


$(+ \Sigma M_A = 0;$ _____

$(F_{BC})_{max} = 392.4$ kN

$BC = \sqrt{(3)^2 + (6)^2 - 2(6)(3)\cos 45°} = 4.42$ m

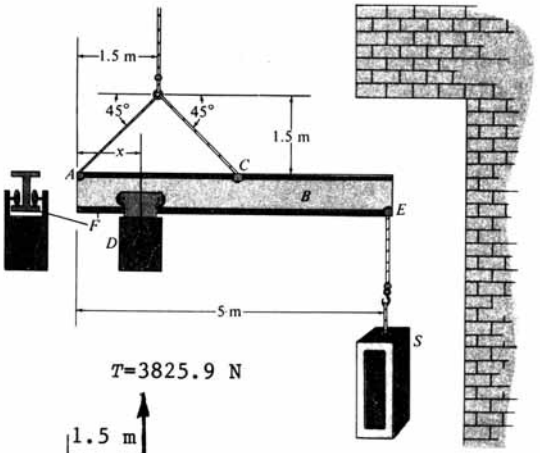
$\frac{\sin\phi}{3} = \frac{\sin 45°}{4.42};\ \phi = 28.68°$



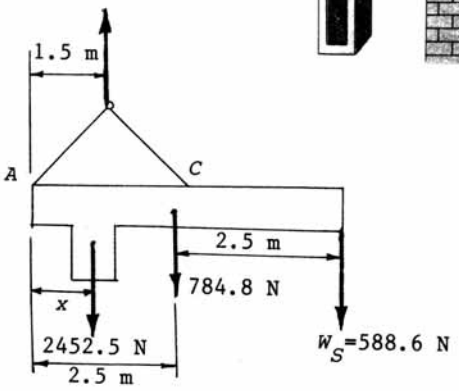
$(+ \Sigma M_A = 0;$ _____

$m = 3.26$ Mg *Ans.*

5.5 แขนปั้นจั่นลอย B ถูกใช้เพื่อวางตำแหน่งของวัสดุก่อสร้าง สมดุลในแนวราบของแขนถูกควบคุมด้วยท่อนน้ำหนัก D ซึ่งมีมวล 250 kg มีศูนย์กลางมวลที่ G และเคลื่อนที่ด้วยอุปกรณ์ตรวจรู้ภายใน ไปตามปีกล่าง F ของคาน ให้หาตำแหน่ง x ของท่อนน้ำหนักเมื่อแขนถูกใช้ยกหิน S ซึ่งมีมวล 60 kg ถ้าจะให้แขนยังคงอยู่ในแนวราบ ค่า x ต้องมีค่าเท่าใดขณะที่ก้อนหินถูกปล่อยไปแล้ว แขนโตสม่ำเสมอและมีมวล 80 kg



Solution



$(+\Sigma M_A = 0;$ _____

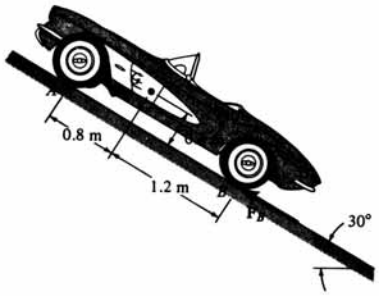
$x = 0.340$ m *Ans.*

When W_S is removed, $T = 3237.3$ N

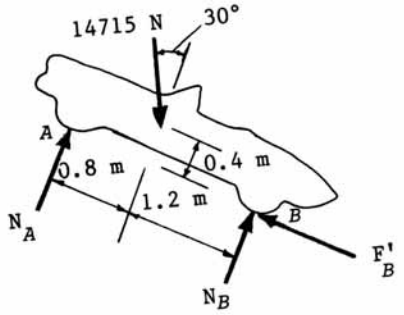
$(+\Sigma M_A = 0;$ _____

$x = 1.18$ m *Ans.*

5.6 รถซึ่งมีมวล 1.5 Mg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ G ถ้าสปริงหน้าทั้งสองแต่ละตัวมีค่าความแกร่ง (stiffness) kA = 58 kN/m และสปริงท้ายทั้งสองแต่ละตัวมีค่าความแกร่ง kB = 65 kN/m ให้หาแรงกดในสปริงเมื่อรถถูกจอดบนพื้นเอียง 30° และให้หาแรงเสียดทาน FB ที่ต้องให้กระทำต่อล้อหลังทั้งสองเพื่อให้รถอยู่ในสภาวะสมดุล ข้อแนะนำ ให้หาแรงตั้งฉากกับพื้นสัมผัสที่ A และ B ก่อนแล้วจึงหาแรงกดในสปริง



Solution



$+\nwarrow \Sigma F_x = 0;$ _____

$F_B' = 7357.5 \text{ N}, \quad F_B = \frac{F_B'}{2} = 3.68 \text{ kN}$ *Ans.*

$(+ \Sigma M_B = 0;$ _____

$N_A = 6174.6 \text{ N}$

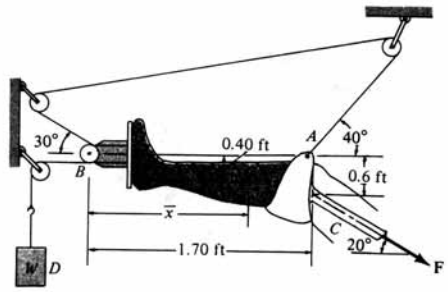
$+\nearrow \Sigma F_y = 0;$ _____

$N_B = 6569.0 \text{ N}$

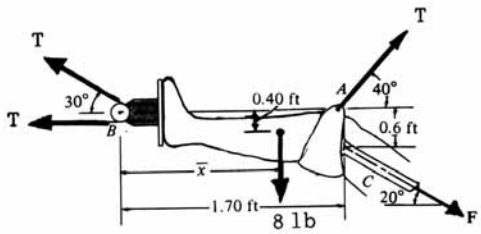
$x_A = \frac{N_A/2}{k_A} = \frac{6174.6}{2(58\,000)} = 53.2 \text{ mm}$ *Ans.*

$x_B = \frac{N_B/2}{k_B} = \frac{6569.0}{2(65\,000)} = 50.5 \text{ mm}$ *Ans.*

5.7 อุปกรณ์ดึงรั้ง Russell's traction ถูกใช้สำหรับยึดกระดูกบริเวณโคนขาที่แตกไม่ให้เคลื่อนที่ C ถ้าขาท่อนล่างมีน้ำหนัก 8 lb ให้หาน้ำหนัก W ซึ่งต้องแขวนที่ D เพื่อให้ขาถูกดึงรั้งอยู่ในตำแหน่งดังรูป และให้หาแรงดึง F ในกระดูกโคนขาและระยะ $\bar{x}$ ซึ่งบอกตำแหน่งศูนย์ถ่วงของขาท่อนล่าง ไม่คำนึงถึงขนาดของลูกรอก B



Solution



$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$ _____

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ _____

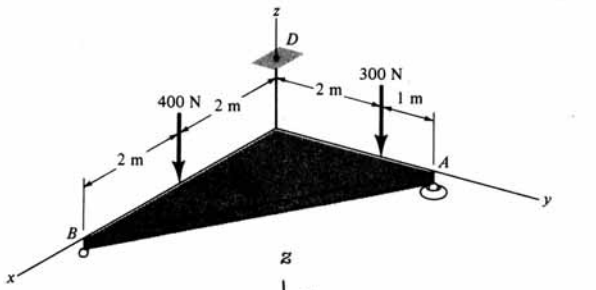
$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$ _____

Solving,

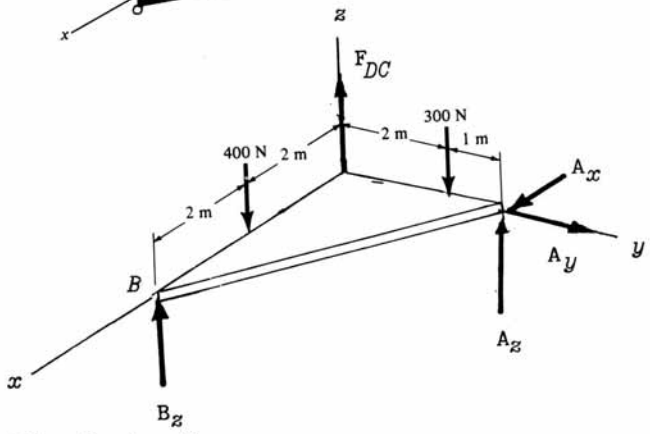
$\bar{x} = 1.45$ ft, $F = 12.6$ lb, $T = 10.8$ lb *Ans.*

สมดุลใน 3 มิติ

5.8 ให้หาแรงที่ไม่รู้ค่าในรูปองค์ประกอบ ซึ่งกระทำที่จุดรองรับ A, B และ C โดยให้วิเคราะห์เชิงสเกลาร์



Solution



$\Sigma F_x = 0;\ A_x = 0$ *Ans.*

$\Sigma F_y = 0;\ A_y = 0$ *Ans.*

$\Sigma M_x = 0;$ _____

$A_z = 200$ N *Ans.*

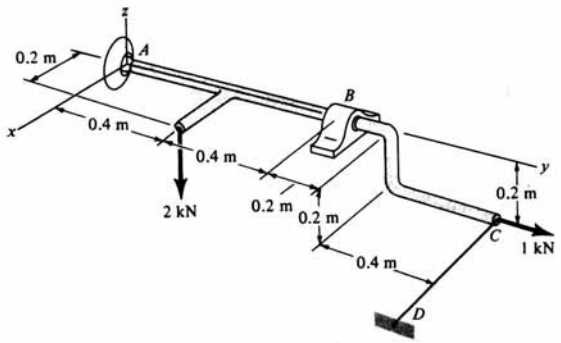
$\Sigma M_y = 0;$ _____

$B_z = 200$ N *Ans.*

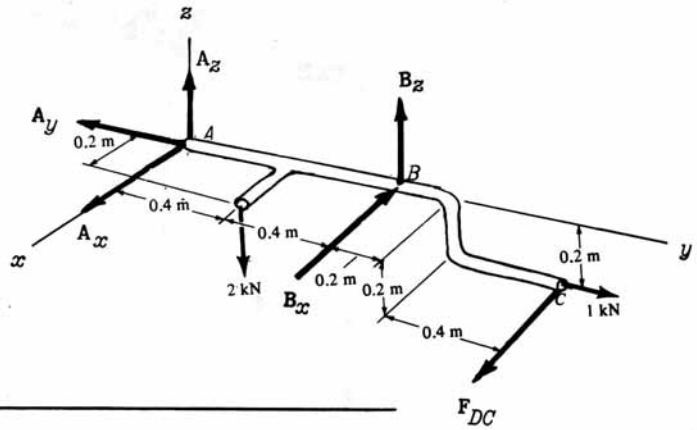
$\Sigma F_z = 0;$ _____

$F_{DC} = 300$ N *Ans.*

5.9 ให้หาแรงที่ไม่รู้ค่าในรูปองค์ประกอบ ซึ่งกระทำที่จุดรองรับ A และ B โดยให้วิเคราะห์เชิงสเกลาร์



Solution



$\Sigma M_y = 0;$ _____

$F_{DC} = 2$ kN *Ans.*

$\Sigma F_y = 0;$ _____

$A_y = 1$ kN *Ans.*

$\Sigma M_z = 0;$ _____

$B_x = 3.5$ kN *Ans.*

$\Sigma F_x = 0;$ _____

$A_x = 1.5$ kN *Ans.*

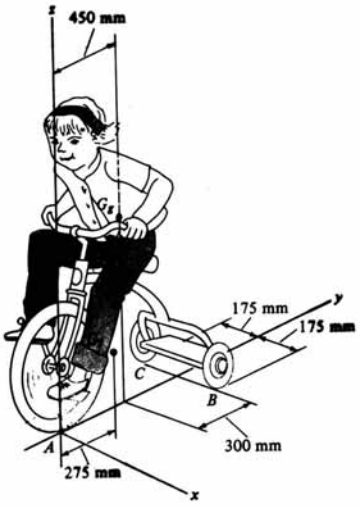
$\Sigma M_x = 0;$ _____

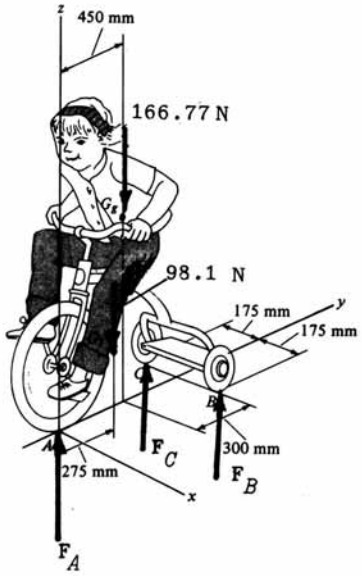
$B_z = 0.75$ kN *Ans.*

$\Sigma F_z = 0;$ _____

$A_z = 1.25$ kN *Ans.*

5.10 เด็กหญิงมีมวล 17 kg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ Gg และจักรยานสามล้อมีมวล 10 kg และศูนย์กลางมวลอยู่ที่ G ให้หาแรงปฏิกิริยาซึ่งตั้งฉากกับผิวสัมผัสที่แต่ละล้อในสภาวะสมดุล





Solution

$\Sigma M_y = 0;$ _____

$F_B = F_C$

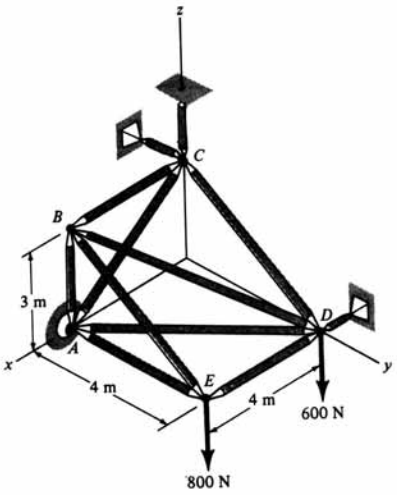
$\Sigma M_x = 0;$ _____

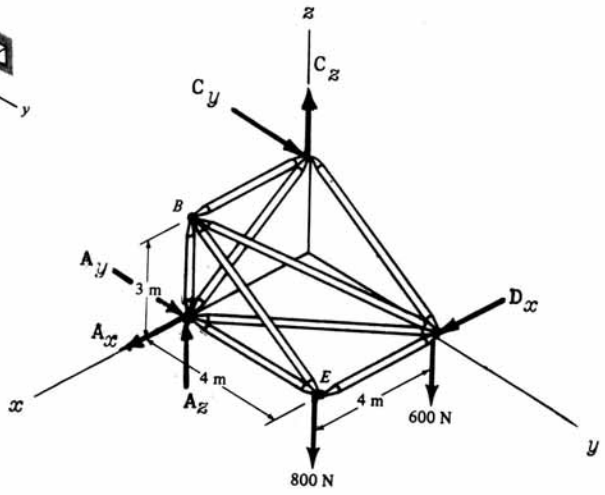
$F_B = F_C = 68.0$ N *Ans.*

$\Sigma F_z = 0;$ _____

$F_A = 129$ N *Ans.*

5.11 โครงข้อหมุน 3 มิติ ถูกรองรับด้วยจุดต่อแบบลูกบอลในกระเปาะ (ball-and-socket) ที่ A และข้อต่อสั้น สองชิ้นที่ C และ หนึ่งชิ้นที่ D ให้หาองค์ประกอบในแกน x, y และ z ของแรงปฏิกิริยาที่ A และแรงในแต่ละข้อต่อ





Solution

$\Sigma M_x = 0;$ _____

$\Sigma M_y = 0;$ _____

$\Sigma M_z = 0;$ _____

$\Sigma F_x = 0;$ _____

$\Sigma F_y = 0;$ _____

$\Sigma F_z = 0;$ _____

$A_x = -1.87$ kN *Ans.*

$A_y = 1.87$ kN *Ans.*

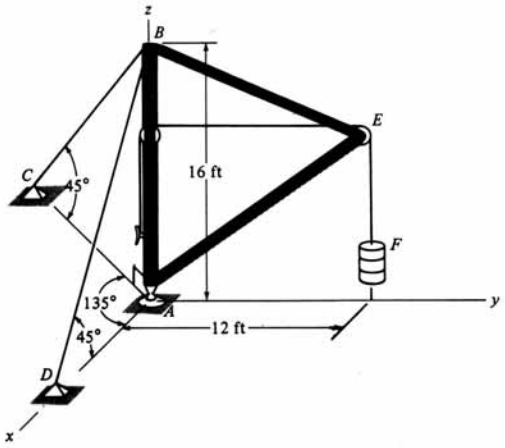
$A_z = 800$ N *Ans.*

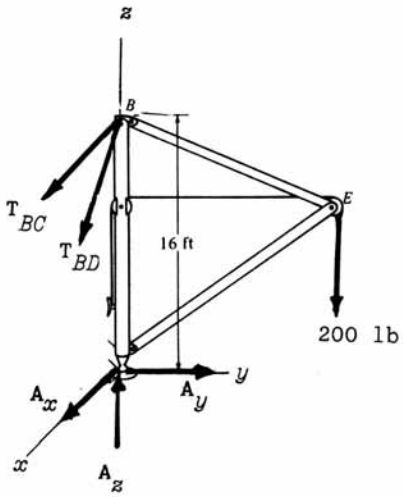
$C_y = -1.87$ kN *Ans.*

$C_z = 600$ N *Ans.*

$D_x = 1.87$ kN *Ans.*

5.12 ให้หาแรงดึงในเคเบิล BC และ BD และองค์ประกอบของแรงปฏิกิริยาที่จุดต่อแบบลูกบอลและกระเปาะ A ของแขนปั้นจั่น แขนปั้นจั่นรองรับถังซึ่งมีน้ำหนัก 200 lb ที่ F จุด C และ D อยู่ในระนาบ xy ข้อแนะนำ ให้วิเคราะห์แรงทั้งหมดที่กระทำต่อแผนภาพวัตถุอิสระของแขนปั้นจั่นทั้งชิ้นรวมกับถัง





Solution

$$\mathbf{T}_{BD} = T_{BD}(0.707)\mathbf{i} - T_{BD}(0.707)\mathbf{k}$$
$$\mathbf{T}_{BC} = -T_{BC}(0.707)^2\mathbf{i} - T_{BC}(0.707)^2\mathbf{j} - T_{BC}(0.707)\,\mathbf{k}$$
$$\mathbf{T}_{BC} = -0.5T_{BC}\mathbf{i} - 0.5T_{BC}\mathbf{j} - 0.707T_{BC}\,\mathbf{k}$$

$\Sigma F_x = 0;$ _____

$\Sigma F_y = 0;$ _____

$\Sigma F_z = 0;$ _____

$\Sigma M_x = 0;$ _____

$\Sigma M_y = 0;$ _____

$A_x = 0.00$ lb, $A_y = 150$ lb, $A_z = 562$ lb, *Ans.*

$T_{BC} = 300$ lb, $T_{BD} = 212$ lb *Ans.*