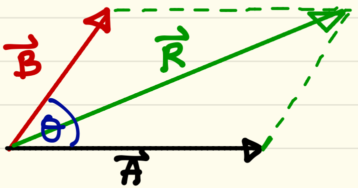
บทที่ 1 ทบทวน VECTOR และระบบพิกัด

- สัญลักษณ์ของ vector
- vector ที่เท่ากัน
- การบวกเวกเตอร์
- Unit vector
- Dot product
- Cross product
- Component of vector

EX1-1 จงใช้ dot product พิสูจน์กฎของ cosine



$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

1.1 อนุพันธ์ของเวกเตอร์ (Differentiation of vectors)

พิจารณา $\vec{A}$ เป็น f^n ของ u โดย [$u \equiv$ scalar quality]

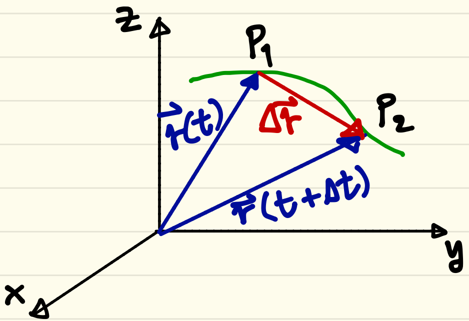
$$\vec{A}(u) = A_x(u)\hat{i} + A_y(u)\hat{j} + A_z(u)\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{A}}{du} =$$

หรือในเทอมของ component

$$\frac{d\vec{A}}{du} =$$

Position vector ของอนุภาค $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$

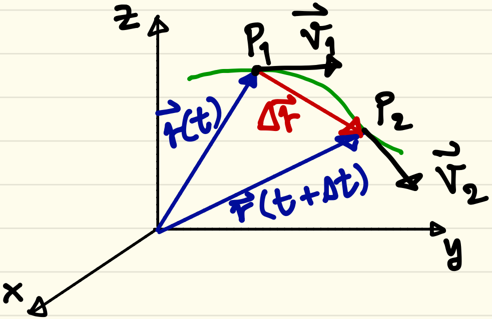


$$\Delta\vec{r} =$$

V2

Velocity ของอนุภาค ณ เวลา t ใดๆ คือ Time derivative ของ $\vec{r}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} =$$



EX 1-2 จงวิเคราะห์การเคลื่อนที่ด้วย $\vec{r}(t) = bt\,\hat{i} + (ct - g\frac{t^2}{2})\,\hat{j} + \hat{k}$
เมื่อ b และ c เป็นค่าคงที่ และ g คือ ความเร่งเนื่องจาก ความโน้มถ่วงของโลก

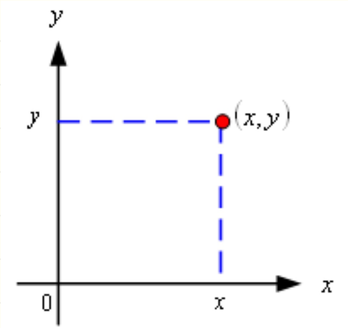
V4

EX1-3 ถ้า position vector ของอนุภาคคือ $\vec{r}(t) = b\sin\omega t\,\hat{i} + b\cos\omega t\,\hat{j} + c\hat{k}$
เมื่อ b และ c เป็นค่าคงที่ จงวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของอนุภาคดังกล่าว

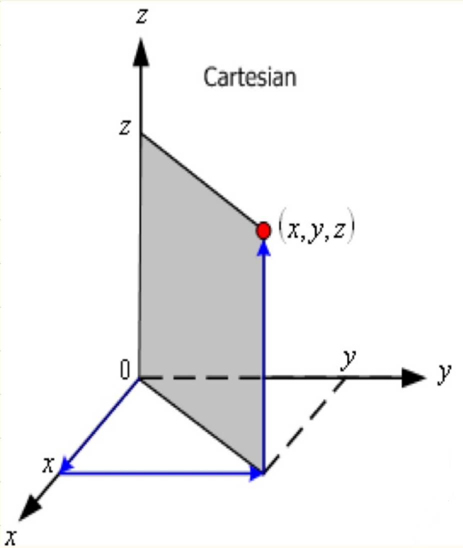
1.2 ระบบพิกัด (Coordinate system)

Cartesian coordinate

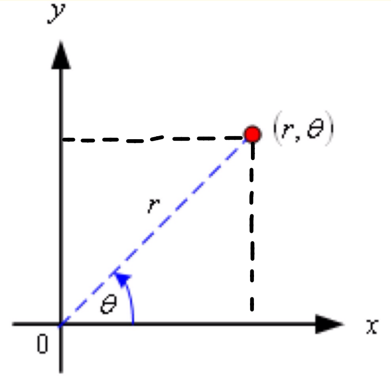
2 dimensions



3 dimensions

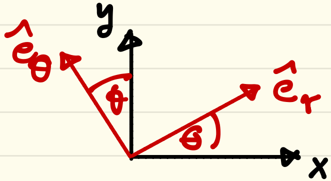


Plane polar coordinate (r, θ)



$x =$

$y =$



$r =$

$\tan\theta =$

$\hat{e}_r \equiv$ unit vector ในทิศ r

$\hat{e}_\theta \equiv$ unit vector ในทิศ θ
$\perp$ กับ r

$\vec{r} =$

$\hat{e}_r =$; $\hat{e}_\theta =$

$\hat{i} =$; $\hat{j} =$

velocity $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} =$

$\frac{d\hat{e}_r}{dt} =$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}} =$

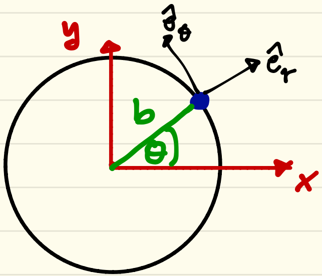
ความเร่ง $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} =$

$\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} =$

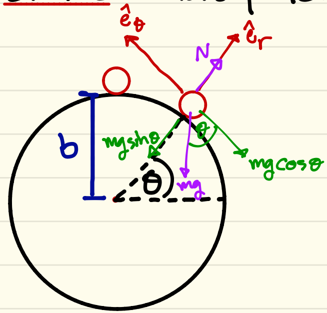
$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} =$

$\ddot{\vec{r}} =$

Ex 1-4 กรณีนำไปใช้ circular motion

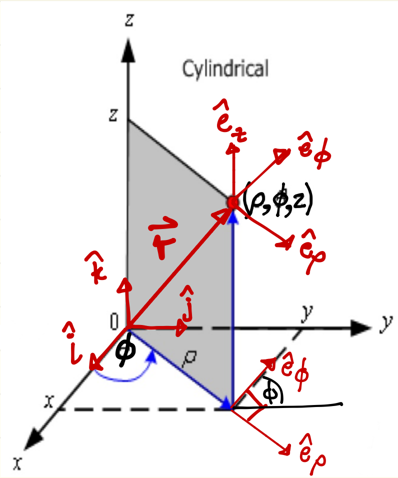


EX1-5 การใช้ polar coordinate ; θ ที่หลุด? v ที่หลุด $v = \sqrt{\frac{2}{3} bg}$



V10

Cylindrical coordinate (ρ, ϕ, z)



$x =$; $\rho =$

$y =$; $\phi =$

$z =$

$\hat{e}_\rho, \hat{e}_\phi, \hat{e}_z$ = unit vector ในทิศการเพิ่มของ ρ, ϕ, z

$\hat{e}_\rho =$; $\hat{e}_\phi =$

$\hat{i} =$; $\hat{j} =$

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} =$

velocity $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} =$

$\vec{v} =$

$\dfrac{d\hat{e}_\rho}{d\phi} =$

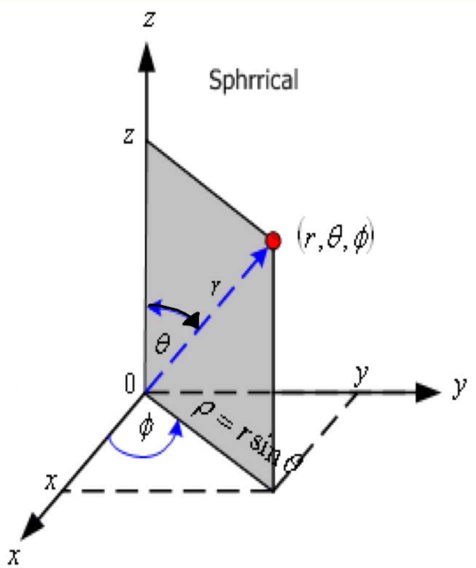
$\dfrac{d\hat{e}_\phi}{d\phi} =$

$\vec{v} = \dot{\vec{r}} =$

ความเร่ง $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} =$

$\vec{a} =$

Spherical Coordinate (r, θ, ϕ)



$x =$ $\qquad r =$

$y =$ $\qquad \theta =$

$z =$ $\qquad \phi =$

$\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\phi$ คือ unit vector ในทิศการเพิ่มของ r, θ, ϕ

$\hat{e}_r =$

$\hat{e}_\theta =$

$\hat{e}_\phi =$

$\frac{d\hat{e}_r}{dt} =$ $\qquad ; \quad \frac{d}{dt}\hat{e}_\theta =$

$\frac{d\hat{e}_\phi}{dt} =$

$$\vec{r} = r\hat{e}_r$$

velocity $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} =$

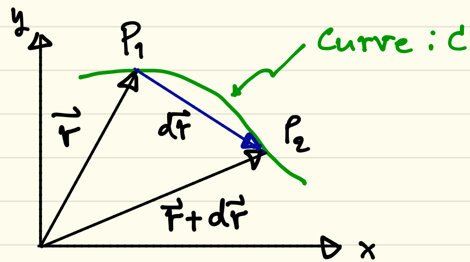
$\vec{v} =$

ความเร่ง $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} =$

$\vec{a} =$

V14

ทบทวน ทฤษฎีกลศาสตร์



Work $dW =$

$W =$

Power $P =$

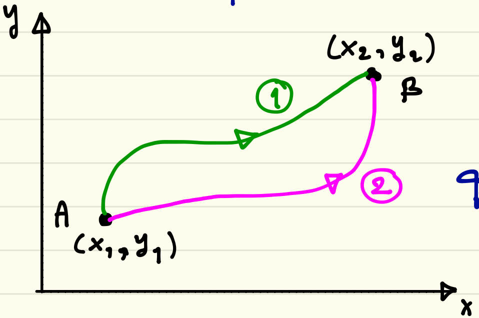
Kinetic energy $T = \frac{1}{2}mv^2$

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$=$

Work and Potential Energy Function

ถ้าแรง $\vec{F}$ ทำให้อนุภาคเคลื่อนจากตำแหน่ง A → B



$W_{12} =$

ในกรณี conservation force เช่น แรงโน้มถ่วงของโลก

$W_1 =$ $W_2 =$

ถ้าแรง $\vec{F}$ นี้เป็น conservation force จะได้ว่า

Stoke's Theorem

$$\iint_S (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot\hat{n}\,ds = \oint_C \vec{A}\cdot d\vec{r}$$

ดังนั้น ในกรณีของ conservative force

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} =$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\times\vec{F} =$$

NOTE: แรง $\vec{F}$ ที่เป็น conservative fore เป็นไปตามเงื่อนไขนี้

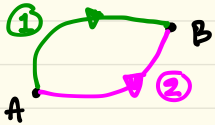
จากนิยามของ Potential energy function $[U(x)]$

$$\boxed{-\frac{dU}{dx} = \qquad\qquad}$$

หรือ $dU =$

จาก $\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int dU$

สรุป สำหรับแรงอนุรักษ์ (conservation force)

1. 

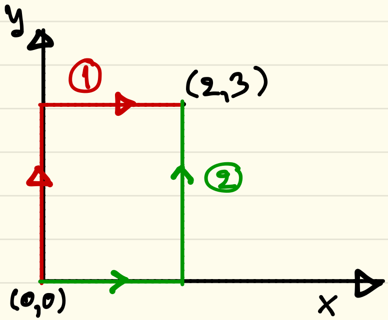
$$\int_{1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{2} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

2. $\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$

3. $\vec{\nabla}\times\vec{F} = 0$

4. มี potential energy function

Ex 1-6 ถ้า $\vec{F} = -y\hat{i} + x\hat{j}$ จงหางานในการเคลื่อนอนุภาคจาก $(0,0) \rightarrow (2,3)$ ในเส้นทาง ① และ ②



Ex 1-7 จงแสดงว่า $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ เป็นแรงอนุรักษ์
และหาค่า potential

Impulse (การดล) ($\vec{J}$)

$$\vec{J} = \int_{t}^{t+\delta t} \underbrace{\vec{F}}_{\text{แรงดล}}(t)\,dt =$$

Torque and Angular momentum

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} =$$

$$m\vec{r} \times \vec{v} =$$

$$\vec{L} =$$

Conservation Theorems

1. โมเมนตัมเชิงเส้นของอนุภาคจะ conserve ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำมีค่าเป็นศูนย์

หาก $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$ ถ้า $\vec{F} = 0$

$\dot{\vec{p}} = 0 \rightarrow \vec{p} \equiv \text{constant}$

2. Angular momentum ของอนุภาคจะ conserve ถ้า Torque ลัพธ์ ที่มากระทำเป็นศูนย์

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\dot{\vec{v}} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}}$

$\dot{\vec{L}} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = (\dot{\vec{r}} \times \vec{p}) + (\vec{r} \times \dot{\vec{p}})$ แต่ $\dot{\vec{r}} \times \vec{p} = \dot{\vec{r}} \times m\dot{\vec{r}} = 0$

$\therefore \dot{\vec{L}} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}} = \vec{\tau}$

ถ้า $\vec{\tau} = 0 \rightarrow \dot{\vec{L}} = 0 \rightarrow \vec{L} \equiv \text{constant}$

EX1-8 มวล m วางบนพื้นฝืดที่มีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน μ ถ้ามวล m ถูกตีด้วยค่า Impulse J มวล m จะไถลไปหยุดห่างจากเดิมเป็นระยะเท่าไหร่