315 203 THEORETICAL MACHANICS

ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2560

Assignment I

1. เมื่อเวลา t = 0 อนุภาคมวล 50 kg อยู่ที่จุดศูนย์กลางของโต๊ะกลม อนุภาคเริ่มเคลื่อนที่ออกตามแนวรัศมีด้วยความเร็ว 2 m/s ไปทางทิศตะวันออก หากโต๊ะหมุนด้วยความเร็วคงที่ 10 รอบ/นาที จงหาแรงที่กระทำต่ออนุภาคขณะที่มันอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 10 m
2. อนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v คงที่ ตามทางโค้ง r = k(1 + cosθ) จงหา
    a. ความเร่งของอนุภาคนี้ตามแนวรัศมี
    b. ขนาดของความเร่ง
    c. ความเร็วเชิงมุม
3. อนุภาค P เคลื่อนที่ในระนาบ ถ้าเวกเตอร์ตำแหน่งของ P คือ $\vec{r}$ เมื่อวัดจากจุด O และ OP ทำมุม θ กับเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งที่ผ่านจุด O ถ้า $\ddot{\vec{r}} = \left(kr\dot{\theta} - \mu r\right)\hat{e}_r + k\dot{r}\hat{e}_\theta$ เมื่อ k และ μ เป็นค่าคงที่ โดยที่ $\mu > \frac{3}{4}k^2$ ถ้ากำหนดเงื่อนไขว่าเมื่อเวลา t = 0 นั้น $\vec{r} = a\hat{e}_r$, $\dot{\vec{r}} = \frac{1}{2}ka\hat{e}_\theta$ และ θ = 0 จงหาสมการการเคลื่อนที่ของ P
4. จงหาว่าแรง $\vec{F}$ ต่อไปนี้เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่ ถ้าเป็นจงหาฟังก์ชันพลังงานศักย์ U(x, y, z)
    a. $\vec{F} = axy\hat{i} - az^2\hat{j} - ax^2\hat{k}$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่
    b. $\vec{F} = xy\hat{i} + \frac{1}{2}\left(x^2 + z^2\right)\hat{j} - yz\hat{k}$
5. กำหนดให้เกรเดียนต์ $\left(\vec{\nabla}\right)$ ในโคออร์ดิเนตทรงกลม (r, θ, ϕ) คือ $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\hat{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\hat{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\hat{e}_\phi$ เมื่อ $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\phi$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนว r, θ, ϕ ตามลำดับ
    a. จงหาแรงอนุรักษ์ของฟังก์ชันพลังงานศักย์
        i. $U\left(r,\theta,\phi\right) = a\cos\theta\frac{e^{kr}}{r^2}$
        ii. $U\left(r,\theta,\phi\right) = \frac{e^{-kr}}{r}$
    b. ถ้า $F_r = -2ar\sin\theta\cos\phi$, $F_\theta = -ar\cos\theta\cos\phi$, $F_\phi = ar\sin\theta\sin\phi$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่ จงหาว่าแรง $\vec{F}$ เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่ ถ้าเป็นจงหาฟังก์ชันพลังงานศักย์ U(r, θ, ϕ)

6. วัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก $\vec{F} = -mg\hat{k}$ จงคำนวณหางานที่ทำในการเคลื่อนที่จากจุด A ถึง C ตราเส้นทาง 3 เส้นทางในรูป ก.

   a. ตามเส้นทาง จาก A ถึง B และ B ถึง C

   b. ตามเส้นทาง จาก A ถึง 0 และ 0 ถึง C

   c. ตามเส้นทาง จาก A ถึง C ซึ่งเป็นเศษหนึ่งส่วนสี่ของวงกลม ดังรูป ข.