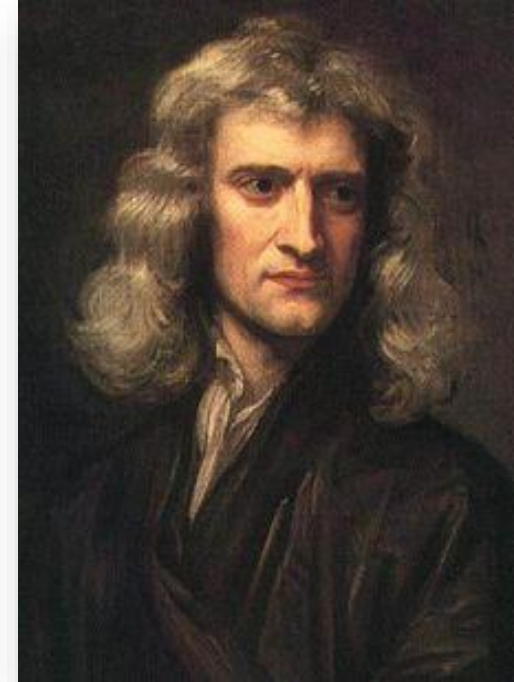


บทที่ 2 แรงและการเคลื่อนที่

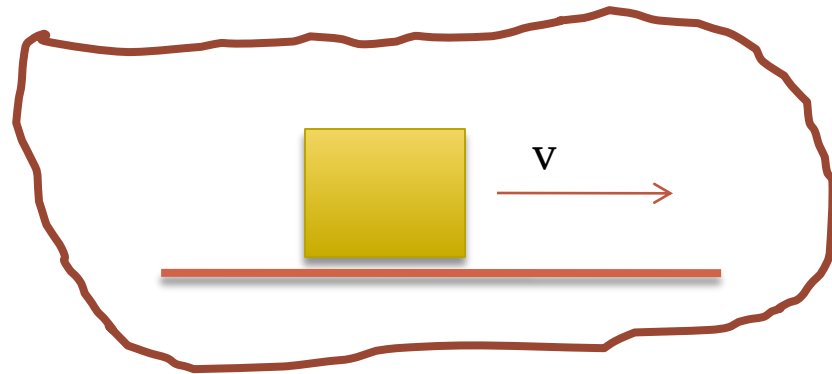
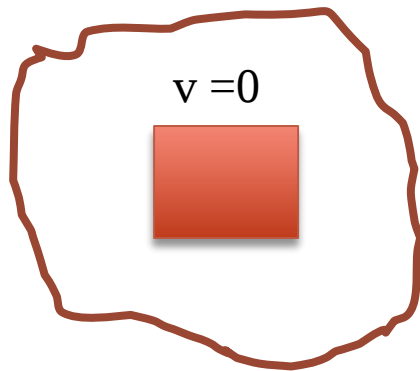
- ◎ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
 - กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1
 - กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2
 - กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3
- ◎ การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่
- ◎ แรงเสียดทาน
- ◎ การเคลื่อนที่แบบวงกลม



Isaac Newton,
English physicist and mathematician
(1642-1727)

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1

“เมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อวัตถุ วัตถุที่หยุดนิ่งก็จะหยุดนิ่งต่อไปและวัตถุที่เคลื่อนที่ก็จะเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็วคงที่”



เมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อวัตถุ ดังนั้นวัตถุจึงไม่มีความเร่ง หรือ ความเร่งเป็นศูนย์ ($a = 0$)

การต่อต้านแรงใดๆในการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุ เรียกว่า ความเฉื่อย (Inertia) ของวัตถุ

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 (ต่อ)

- ⊙ กรอบเฉื่อย (Inertia Frames) คือ กรอบอ้างอิงใดๆที่ไม่มี ความเร่ง
- ⊙ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ผู้สังเกตในกรอบอ้างอิงเฉื่อยจะพบว่า วัตถุมีความเร่งเท่ากับศูนย์ และแรงลัพธ์ก็มีค่าเป็นศูนย์

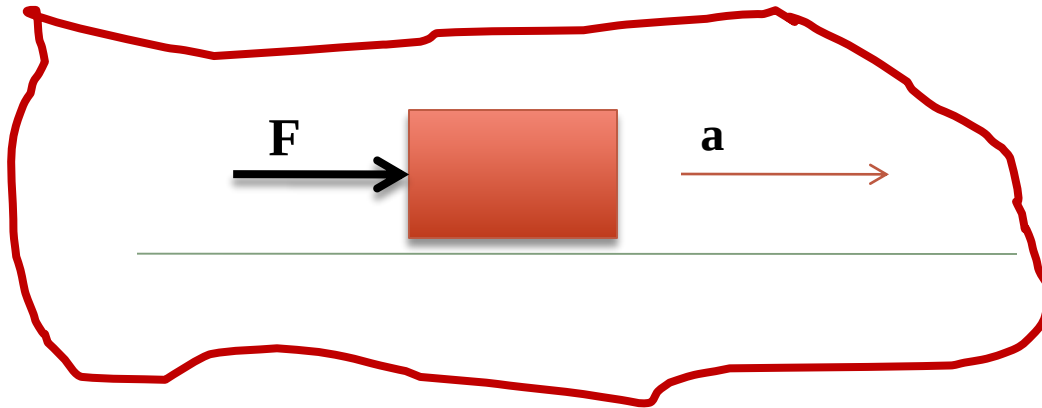
กฎข้อที่ 1

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

- ⊙ กฎข้อที่ 1 อาจจะเรียกว่าเป็นกฎแห่งความเฉื่อย (Law of Inertia)
- ⊙ มวล (Mass) คือ สมบัติของวัตถุที่บ่งบอกว่าวัตถุนั้นมีความเฉื่อยมากน้อยแค่ไหน
- ⊙ มวล เป็นสมบัติที่ไม่ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมและไม่ขึ้นกับวิธีที่ใช้ในการวัด มวลมีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg) สำหรับการวัดในระบบหน่วยแบบ SI
- ⊙ วัตถุที่มีมวลมาก จะมีความเฉื่อยมาก และวัตถุที่มีมวลน้อย ก็จะมี ความเฉื่อยน้อย

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2

“ความเร่งของวัตถุใดๆจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่มากระทำและเป็นสัดส่วนผกผันกับมวลของวัตถุนั้น”



กฎข้อที่ 2

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{.....} \quad (2.2)$$

เมื่อมีแรงลัพธ์ที่มีขนาดไม่เท่ากับศูนย์มากระทำกับวัตถุ วัตถุนั้นจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง โดยที่ขนาดของแรงลัพธ์มีค่าเท่ากับผลคูณของมวลกับความเร่ง

แรงโน้มถ่วงและน้ำหนัก

- แรงโน้มถ่วง (Force of Gravity: F_g) คือ แรงที่โลกดึงดูดวัตถุใดๆ ในทิศทางเข้าหาจุดศูนย์กลางของโลก
- ขนาดของแรงโน้มถ่วงนี้ เรียกว่า น้ำหนัก (Weight)

แรงโน้มถ่วง
น้ำหนัก

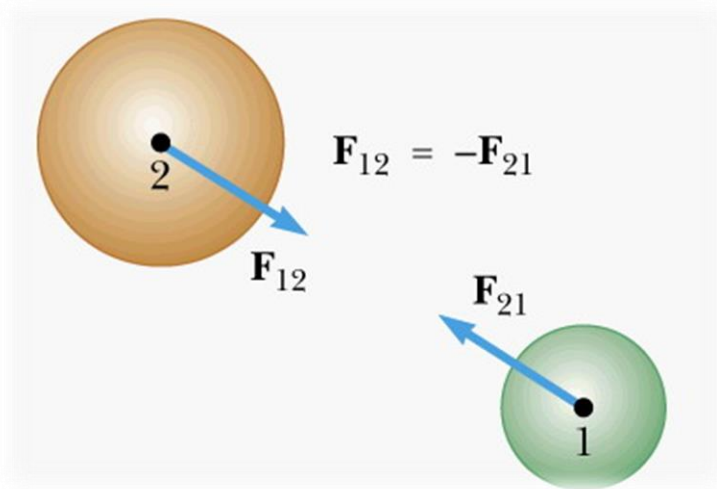
$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$w = F_g = mg \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

- น้ำหนักของวัตถุจะมีค่าที่เปลี่ยนแปลงตามค่าความเร่งโน้มถ่วง แต่มวลของวัตถุจะคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3

“ถ้าวัตถุสองอันมีอันตรกิริยาต่อกัน แรง ที่วัตถุ 1 กระทำต่อวัตถุ 2 (F_{12}) มีขนาดเท่ากับแรงที่วัตถุ 2 กระทำต่อวัตถุ 1 (F_{21}) แต่มีทิศตรงกันข้าม”



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \dots\dots\dots (2.5)$$

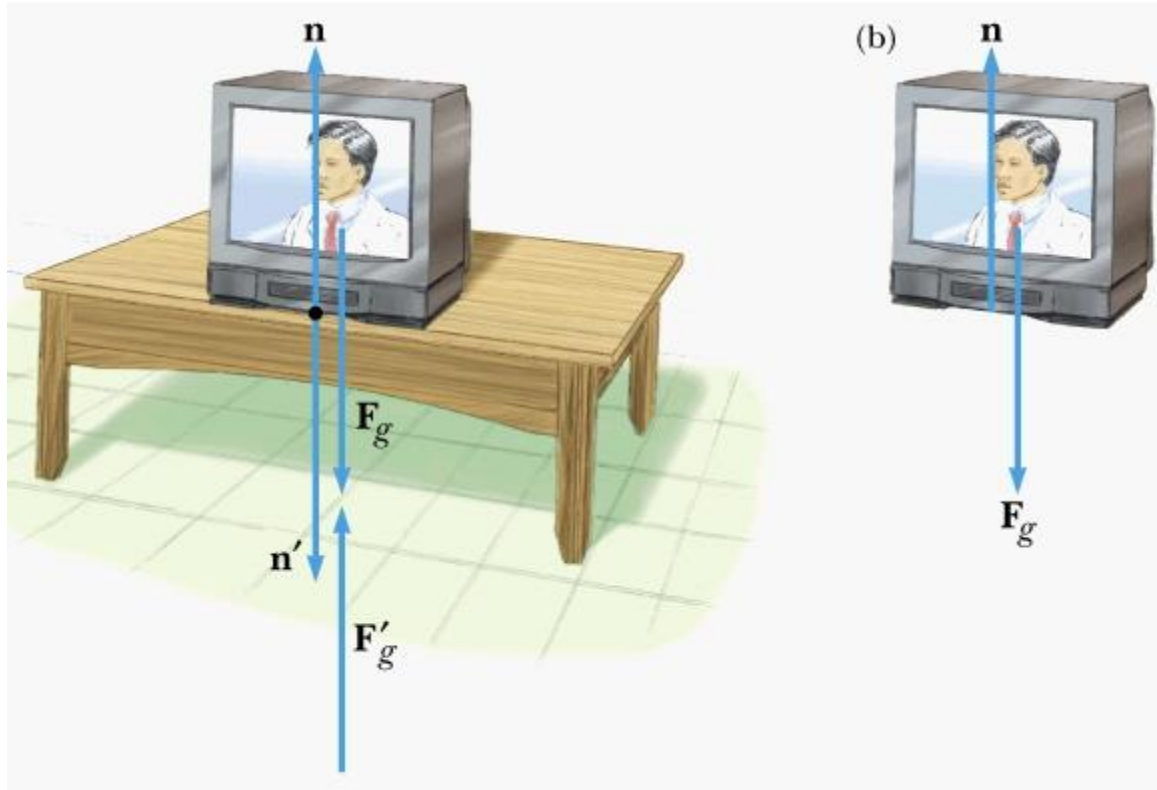
F_{12} เรียกว่า แรงกิริยา (Action Force)
 F_{21} เรียกว่า แรงปฏิกิริยา (Reaction Force)

ข้อสังเกต แรงกิริยา และแรงปฏิกิริยา จะกระทำที่วัตถุคนละอัน

แรงกิริยา และแรงปฏิกิริยา

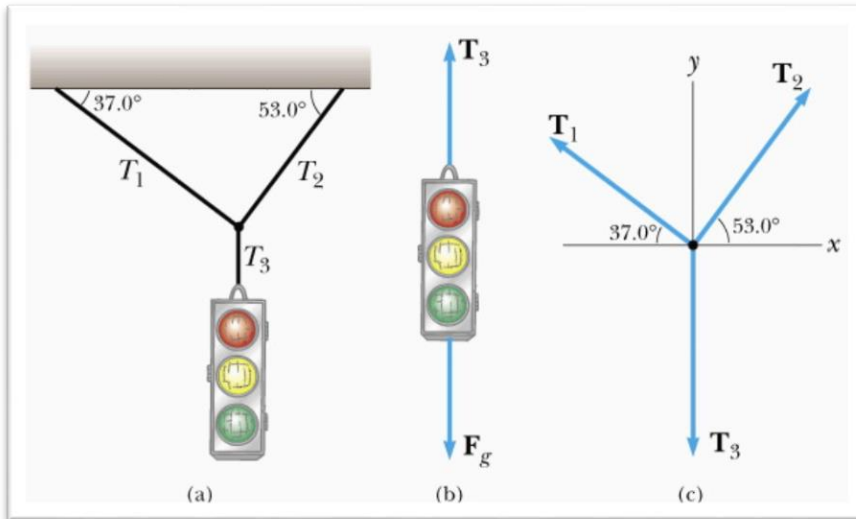
แรงคู่กิริยา:

$$\vec{F}_g = -\vec{F}'_g, \quad \vec{n} = -\vec{n}'$$



การประยุกต์ใช้กฎของนิวตัน

ตัวอย่างที่ 1 ไฟสัญญาณจราจรหนัก 120 นิวตันแขวนติดกับสายเคเบิลดังแสดงในรูป จงหาขนาดแรงตึงในสายเคเบิลทั้งสามเส้นนี้



วัตถุหยุดนิ่ง $a = 0$, จากกฎข้อที่ 1

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = -T_1 \cos 37 + T_2 \cos 53 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = T_1 \sin 37 + T_2 \sin 53 - T_3 = 0 \quad (2)$$

และจากการพิจารณารูป (b) จะได้ว่า

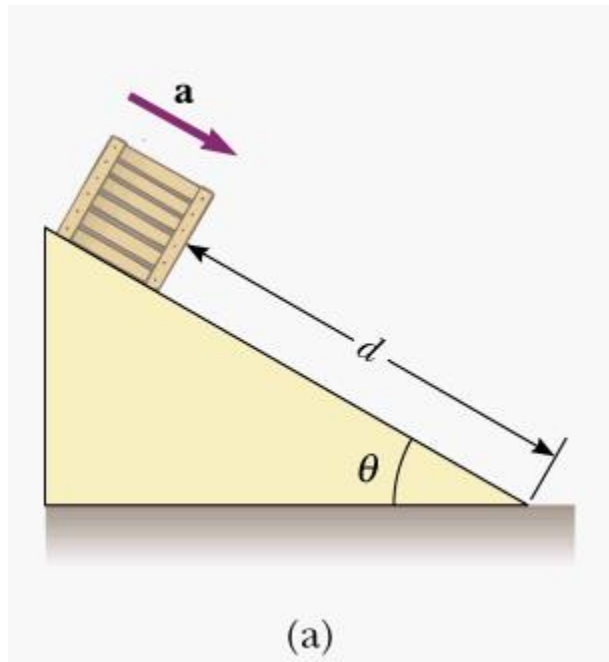
$$T_3 = F_g = 125$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37}{\cos 53} \right) = 1.33 T_1, \quad T_1 \sin 37 + 1.33 T_1 \sin 53 - 125 = 0$$

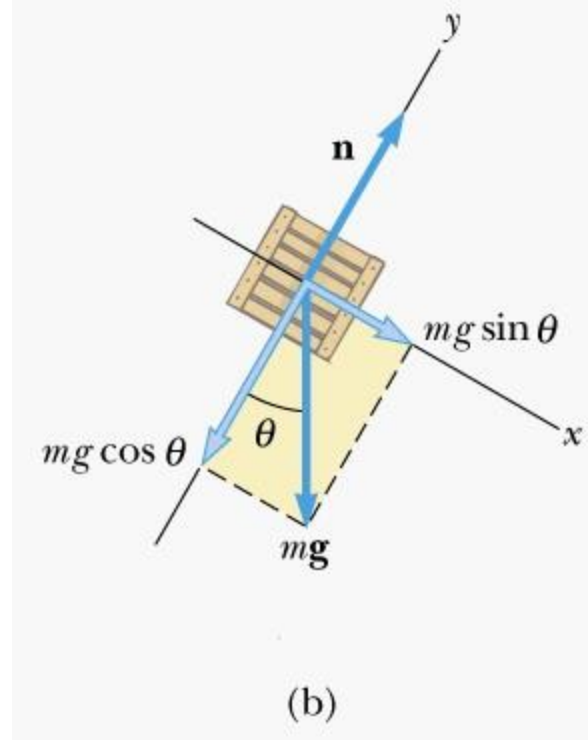
$$T_1 = 75.1 \text{ N}, \quad T_2 = 99.9 \text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 2 กล่องมวล m วางอยู่บนพื้นเอียงที่ไม่มีความเสียดทาน พื้นเอียงทำมุม θ กับแนวระดับดังรูป จงหา

- ความเร่งของวัตถุหลังจากปล่อยให้เคลื่อนที่ตามพื้นเอียง



แรงภายนอกทุกแรงที่กระทำต่อวัตถุ



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง แรงลัพธ์ไม่เป็นศูนย์ จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

$$\sum F_x = mg \sin \theta = ma_x \quad (1)$$

$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0 \quad (2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$a_x = g \sin \theta$$

- เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จากขอบบนถึงขอบด้านล่าง

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \Rightarrow d = 0 - \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$$

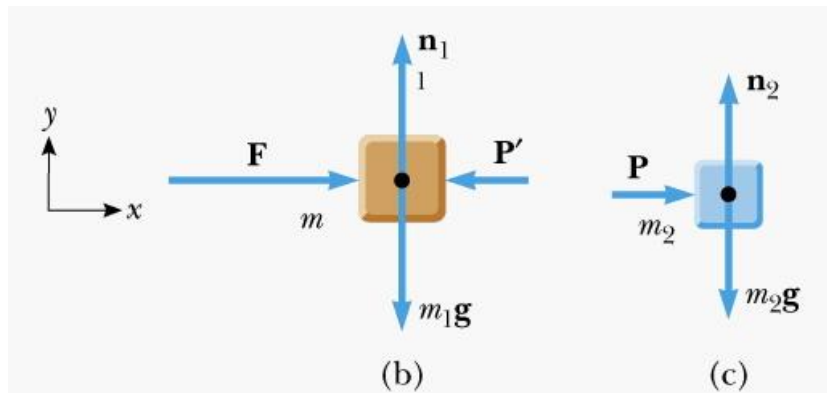
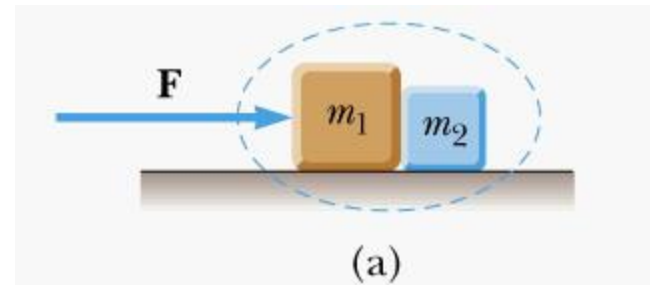
ตัวอย่างที่ 3 มวล m_1 และ m_2 วางติดกันอยู่บนพื้นที่ยื่น ถ้าออกแรงขนาดคงที่ F ผลักวัตถุออกไปตามแนวราบคงรูป จงหาความเร่งของวัตถุทั้งสอง และขนาดของแรงที่กระทำระหว่างวัตถุทั้งสอง

(ก) ขนาดความเร่ง

$$\sum F_x(\text{system}) = F = (m_1 + m_2)a_x$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

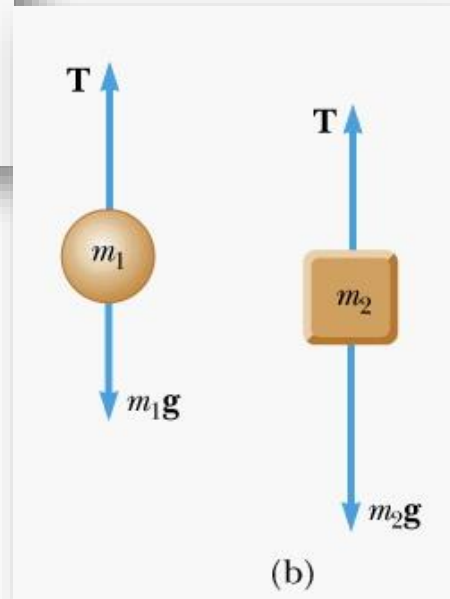
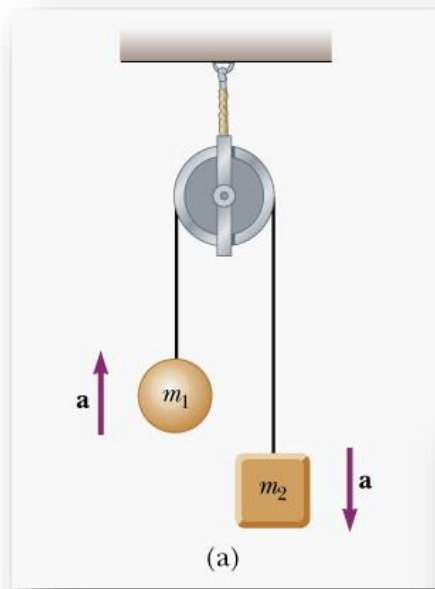
(ข) ขนาดของแรงระหว่างวัตถุทั้งสอง



$$\sum F_x = P = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) F$$

$$P = P' \Rightarrow \text{กฎข้อที่ 3}$$

ตัวอย่างที่ 4 วัตถุสองอันมีมวล m_1 และ m_2 เชื่อมด้วยเส้นเชือกและคล้องผ่านรอกที่ไม่มีความฝืด รอกมีมวลน้อยมาก ดังแสดงในรูป จงหาขนาดของความเร่งของวัตถุทั้งสองและขนาดของแรงตึงเส้นเชือก



โดยใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตันกับวัตถุมวล m_1 และ m_2 จะได้

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y \quad (1)$$

$$\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y \quad (2)$$

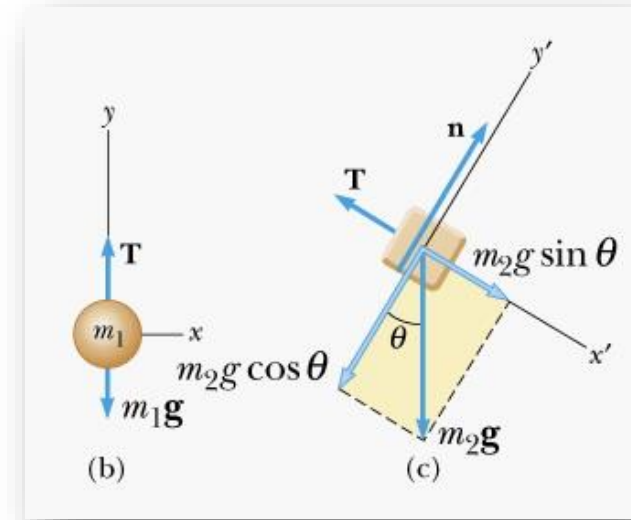
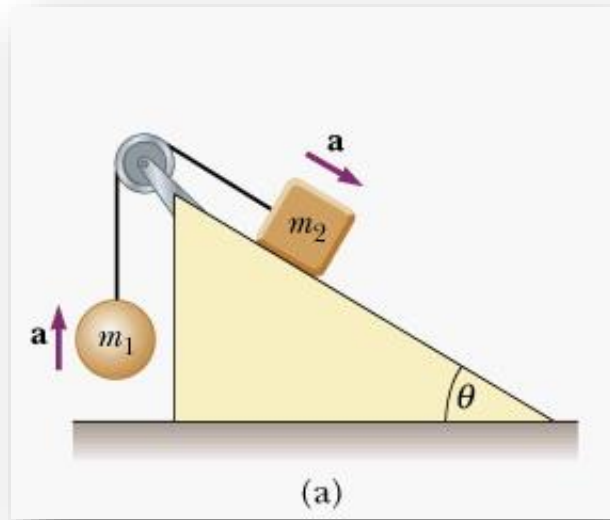
จากสมการ (1) และ (2) ทำให้ได้

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

$$a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

ตัวอย่างที่ 5 วัตถุสองอันมีมวล m_1 และ m_2 เชื่อมด้วยเส้นเชือกและคล้องผ่านรอกที่ไม่มีมวล ฝืดและรอกมีมวลน้อยมาก วัตถุมวล m_2 วางอยู่บนพื้นเอียงที่ไม่มีแรงเสียดทาน ดังแสดงในรูป จงหาขนาดของความเร่งของวัตถุทั้งสองและขนาดของแรงตึงเส้นเชือก



โดยประยุกต์กฎข้อที่ 2 ของนิวตันที่วัตถุ m_1 และ m_2

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum F_{x'} = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a \quad (2)$$

$$\sum F_{y'} = n - m_2 g \cos \theta = 0 \quad (3)$$

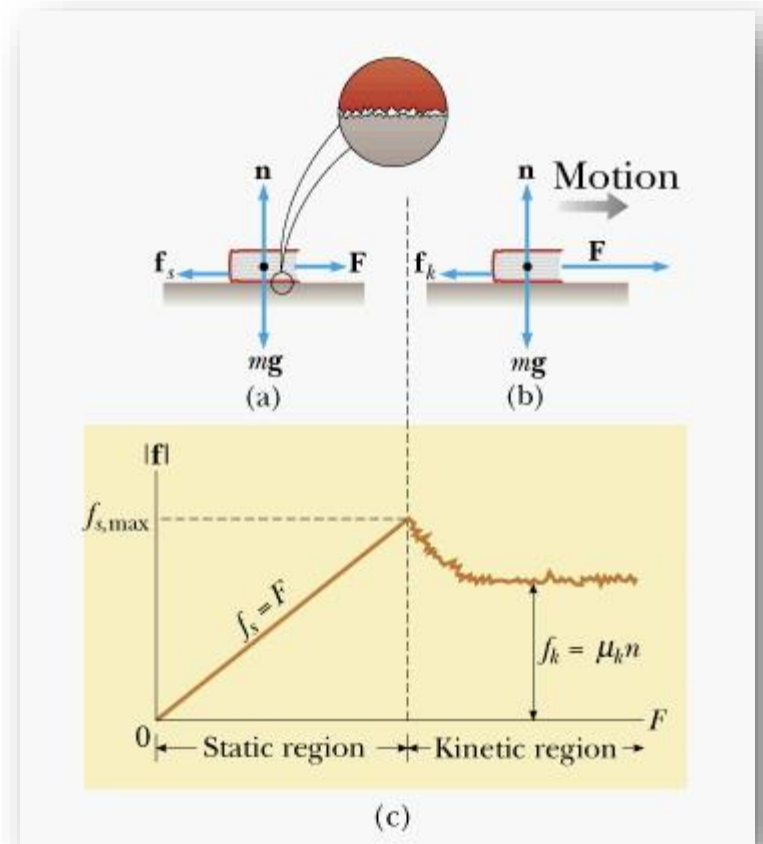
จากสมการ (1), (2) และ (3)

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (\sin \theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

แรงเสียดทาน

- เมื่อวัตถุเคลื่อนที่บนพื้นผิวหรือเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางที่มีความหนืด เช่น อากาศ น้ำ เป็นต้น จะมีความต้านทานการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นเนื่องจากวัตถุมีอันตรกิริยากับสิ่งที่อยู่รอบๆ วัตถุ แรงต้านที่เกิดขึ้นนี้ เรียกว่า แรงเสียดทาน (frictional force)
- แรงเสียดทานสถิต (static frictional force, f_s) คือ แรงต้านขณะที่วัตถุยังอยู่นิ่ง นั่นคือ $f_s = F$
- แรงเสียดทานสถิตสูงสุด คือ แรงต้านที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่ นั่นคือ $f_{s,max} = F$
- แรงเสียดทานจลน์ (kinetic frictional force, f_k) คือ แรงต้านขณะที่วัตถุเคลื่อนที่



แรงเสียดทาน (ต่อ)

- แรงเสียดทานสถิตมีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุเสมอและมีขนาดเป็น

$$f_s \leq \mu_s n \quad (2.6)$$

เมื่อ n คือ ขนาดของแรงในแนวตั้งฉาก (normal force)

μ_s คือ สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต

- เมื่อวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่จะได้ว่า $f_s = f_{s,\max} = \mu_s n \quad (2.7)$

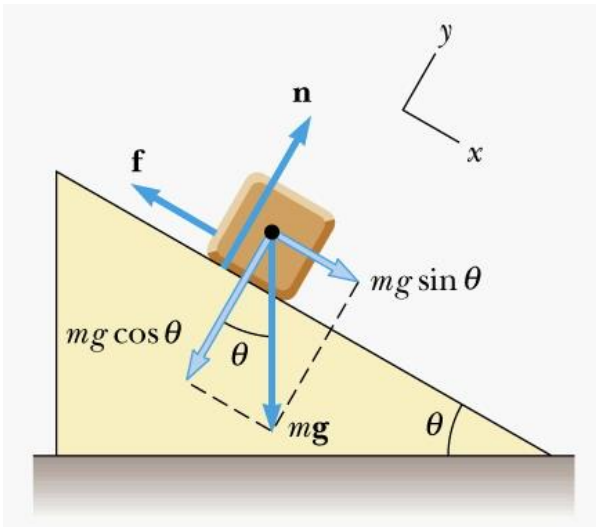
- เมื่อวัตถุเคลื่อนที่แรงเสียดทานจลน์จะมีขนาดเท่ากับ

$$f_k = \mu_k n \quad (2.8)$$

เมื่อ μ_k คือ สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์

- ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานขึ้นอยู่กับลักษณะพื้นผิว และ ค่าของ $\mu_k < \mu_s$

ตัวอย่างที่ 6 วัตถุมวล m วางบนพื้นเอียงที่มีความเสียดทาน จงหาขนาดของมุมเอียงที่ทำให้วัตถุเริ่มที่จะเคลื่อนที่



ในขณะที่วัตถุหยุดนิ่ง จะได้ว่า โดยกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_s = ma_x = 0$$

$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

$$mg = \frac{n}{\cos \theta}$$

$$f_s = mg \sin \theta = \left(\frac{n}{\cos \theta} \right) \sin \theta = n \tan \theta \quad (1)$$

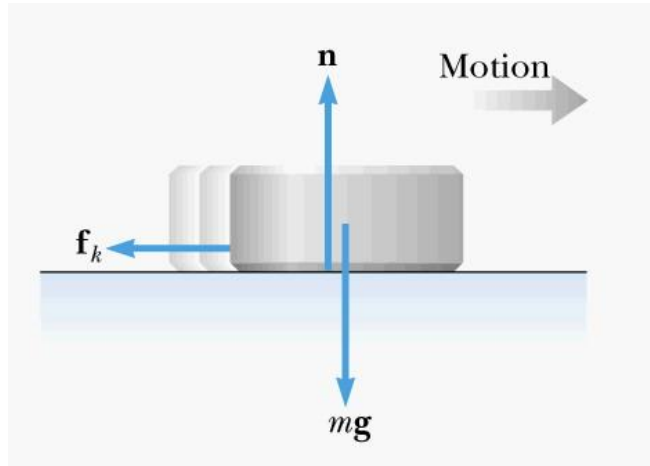
เมื่อวัตถุเริ่มจะเคลื่อนที่แรงเสียดทานสถิตจะมีค่าสูงสุด นั่นคือ $f_{s,\max} = \mu_s n$

จากสมการ (1) ทำให้ได้ค่ามุมเอียงขณะนั้น

$$\mu_s n = n \tan \theta_c$$

$$\mu_s = \tan \theta_c \Rightarrow \theta_c = \tan^{-1}(\mu_s)$$

ตัวอย่างที่ 7 วัตถุอันหนึ่งมีมวล m เคลื่อนที่บนพื้นน้ำแข็งด้วยความเร็วต้น 20 m/s ถ้าวัตถุ
 ก้อนนี้ไถลไปได้ไกลเป็นระยะ 115 m ก่อนจะหยุดนิ่ง จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่าง
 ผิวสัมผัสทั้งสอง



โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 จะได้ว่า

$$\sum F_x = -f_k = ma_x \quad (1)$$

$$\sum F_y = n - mg = 0 \quad (2)$$

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg$$

$$a_x = -\mu_k g \quad (3)$$

เนื่องจากความเร่งคงที่ ดังนั้น

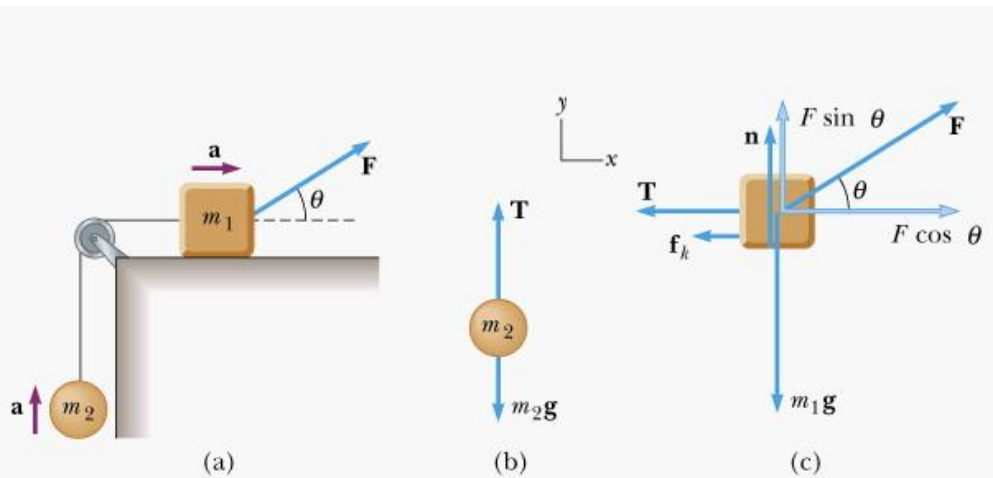
$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

$$x_i = 0, v_{xf} = 0, v_{xi} = 20$$

$$v_{xi}^2 + 2a_x x_f = v_{xf}^2 - 2\mu_k g x_f = 0$$

$$\mu_k = \frac{v_{xi}^2}{2gx_f} = \frac{(20)^2}{2(9.8)(115)} = 0.177$$

ตัวอย่างที่ 8 มวล m_1 วางอยู่บนพื้นที่มีความเสียดทาน นำมาผูกด้วยเชือกและคล้องผ่านรอกที่ไม่มีความฝืด ปลายอีกด้านหนึ่งผูกติดกับวัตถุมวล m_2 เมื่อออกแรงดึงวัตถุ m_1 ขนาด F นิวตันทำมุม θ กับแนวราบ จงหาขนาดความเร่งของวัตถุทั้งสอง กำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับมวล m_1 เป็น μ_k



การเคลื่อนที่ของมวล m_1

$$\sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a \quad (1)$$

$$\sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g = 0 \quad (2)$$

การเคลื่อนที่ของมวล m_2

$$\sum F_x = m_2 a_x = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a \quad (4)$$

$$T = m_2(a + g)$$

$$f_k = \mu_k n = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) \quad (5)$$

ความเร่งของวัตถุทั้งสองคือ

$$a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$