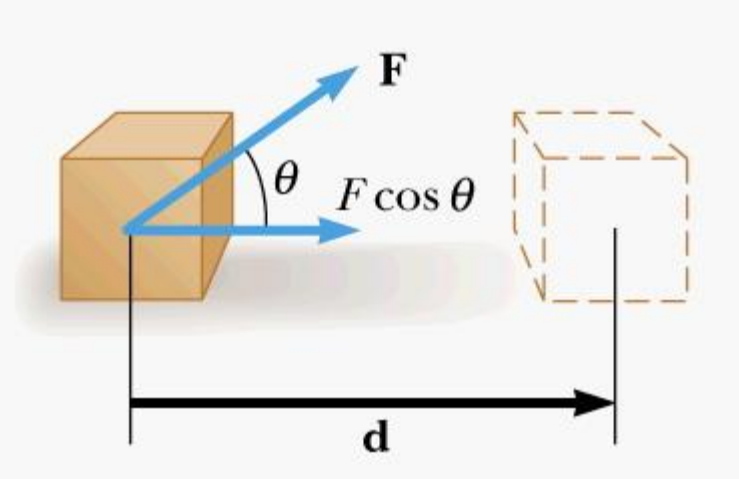
บทที่ 3 งานและพลังงาน

- งานที่ทำโดยแรงที่คงที่
- งานที่ทำโดยแรงที่ไม่คงที่
- พลังงานจลน์และทฤษฎีงาน-พลังงาน
- พลังงานศักย์
- หลักการคงตัวของพลังงาน

งานที่ทำโดยแรงคงที่



งานที่ทำกับวัตถุโดยแรงภายนอกที่คงที่ มีค่าเท่ากับผลคูณขององค์ประกอบของแรงในทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปกับขนาดของการกระจัดนั้น

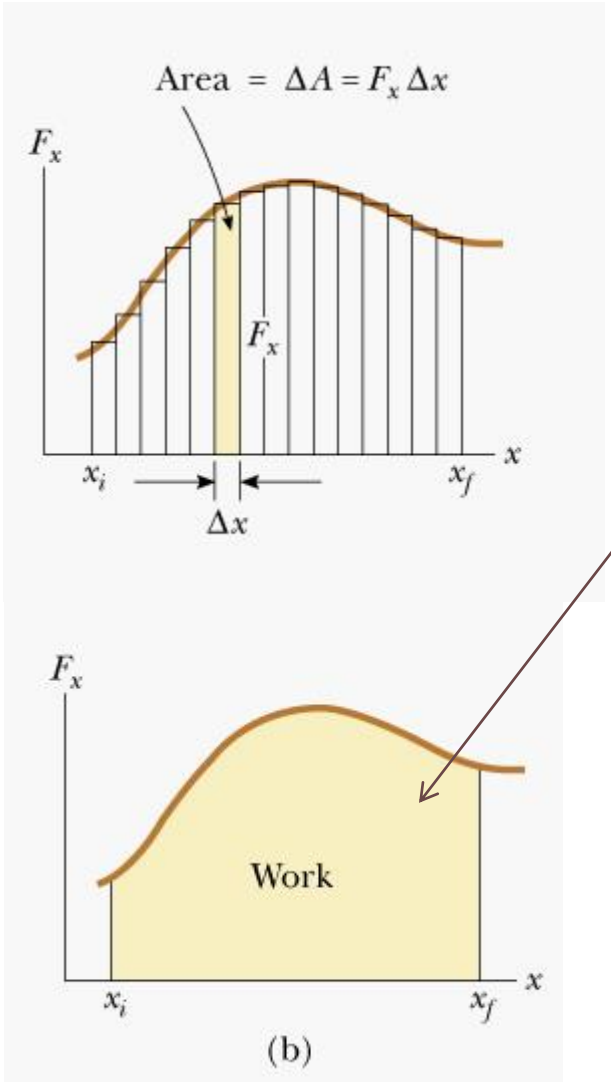
$$W = Fd\cos\theta \quad (3.1)$$

จากสมการจะเห็นว่าขนาดของงานมีค่าเป็นได้ทั้งค่าบวก (+) ศูนย์ (0) และ ค่าลบ (-) ขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงเทียบกับแนวการเคลื่อนที่ งานมีหน่วยเป็น นิวตัน.เมตร (N.m) หรือ จูล (J)

งาน (work) อาจจะเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณเวกเตอร์แบบสเกลาร์

$$W = \vec{F}.\vec{d} = Fd\cos\theta \quad (3.2)$$

งานที่ทำโดยแรงไม่คงที่



งานที่ได้จากการกระจัดเล็ก ๆ (Δx)

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

งานทั้งหมดในช่วง จาก x_i ถึง x_f

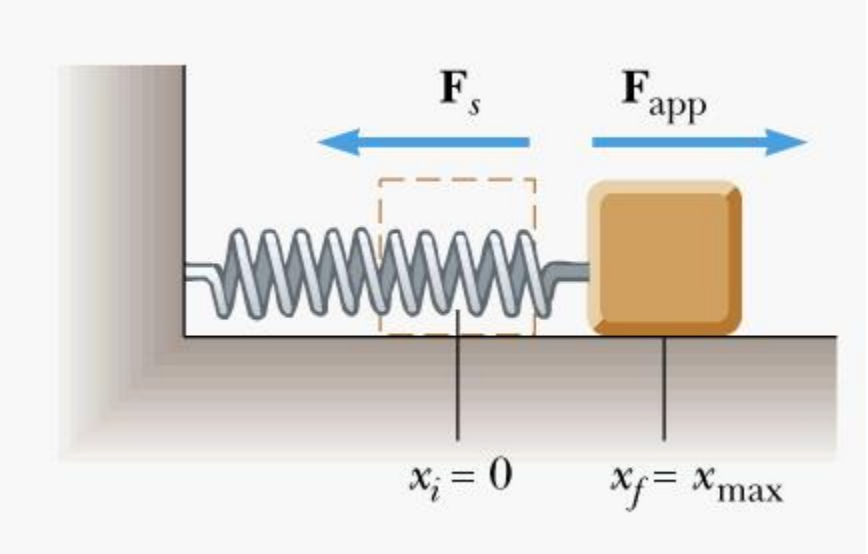
$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

งานที่ทำโดยแรงที่ไม่คงที่ซึ่งเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง จะมีค่าแป็นดังนี้

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad (3.3)$$

งานของแรงที่ไม่คงที่ (ต่อ)

- งานที่เกิดจากแรงของสปริง



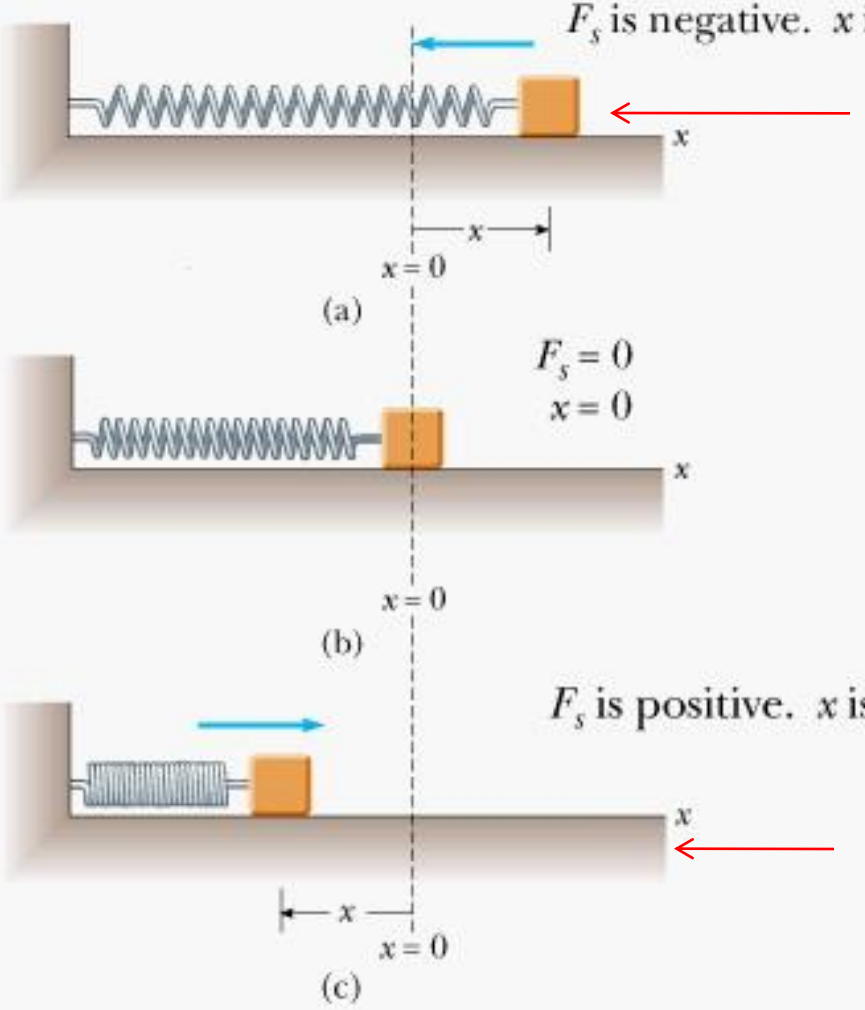
แรงสปริง (Spring force) เป็นไปตามกฎของฮุกค์ (Hooke's law) ซึ่งมีขนาดเป็น

$$F_s = -kx \qquad (3.4)$$

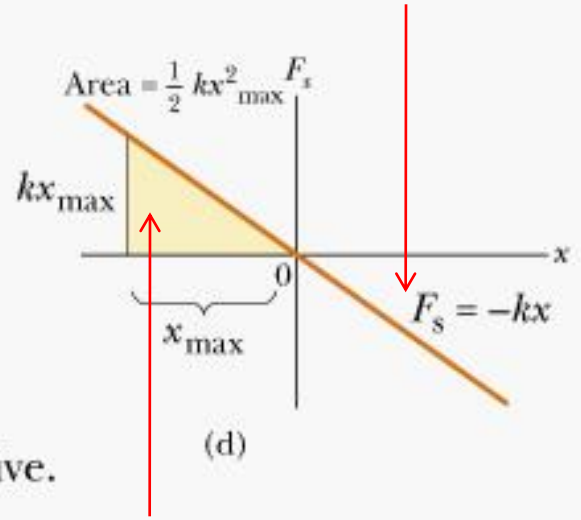
เมื่อ k คือ ค่าคงที่ของแรง มีหน่วยเป็น N/m ซึ่งเป็นค่าที่วัดความแข็งของสปริง

เครื่องหมายลบที่ปรากฏในสมการที่ 3.4 แสดงให้เห็นว่า ทิศของแรงที่กระทำโดยสปริงจะมีทิศตรงข้ามกับการกระจัด และจะดึงเข้าจุดสมดุล (Equilibrium) นั่นคือที่ x=0 และบางครั้งเรียกแรงนี้ว่า แรงดึงกลับของสปริง (restoring force)

งานของแรงดึงกลับของสปริง



$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s\,dx = \int_{0}^{x_{\max}} (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx_{\max}^2$$



$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s\,dx = \int_{-x_{\max}}^{0} (-kx)\,dx = \frac{1}{2}kx_{\max}^2$$

งานของแรงดึงกลับของสปริง

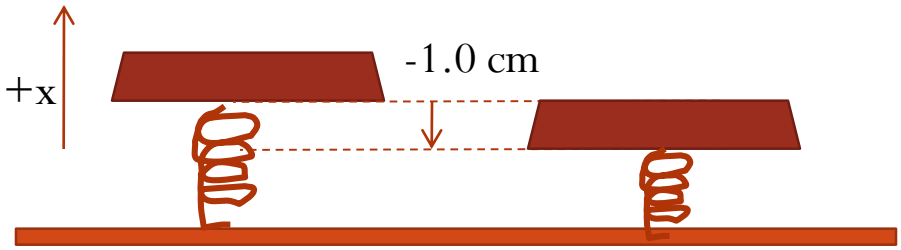
- โดยทั่วไปงานที่เกิดจากแรงดึงกลับของสปริงจากตำแหน่ง x_i ไปถึง x_f หาได้ตามสมการนี้

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \qquad (3.5)$$

- เมื่อออกแรงดึงสปริงอย่างช้า ๆจากจุดสมดุล $(x_i=0)$ ถึงระยะกระจัดสูงสุด $(x_f=x_{max})$ ขนาดของแรงภายนอกที่ดึงมีค่าเท่ากับแรงดึงกลับของสปริง $F_{app} = -(-kx) = kx$ ดังนั้นงานที่ทำโดยแรงจากภายนอกจึงมีค่าเท่ากับ

$$W_{F_{app}} = \int_0^{x_{max}} F_{app}dx = \int_0^{x_{max}} kxdx = \frac{1}{2}kx_{max}^2 \qquad (3.6)$$

ตัวอย่างที่ 1 หญิงสาวหนัก 600 นิวตัน คนหนึ่งก้าววขึ้นยืนบนตาชั่งวัดน้ำหนักที่ประกอบด้วดขดสปริงแข็ง ในสภาวะสมดุลขดลวดสปริงถูกอัดลงไป 1.0 เซนติเมตร เนื่องจากน้ำหนักตัว จงหาค่าคงตัวแรงของสปริงและงานทั้งหมดที่ทำต่อสปริงในระหว่างการอัดนี้



$$k = \frac{F}{x} = \frac{-600}{-0.01} = 60{,}000\ N/m$$

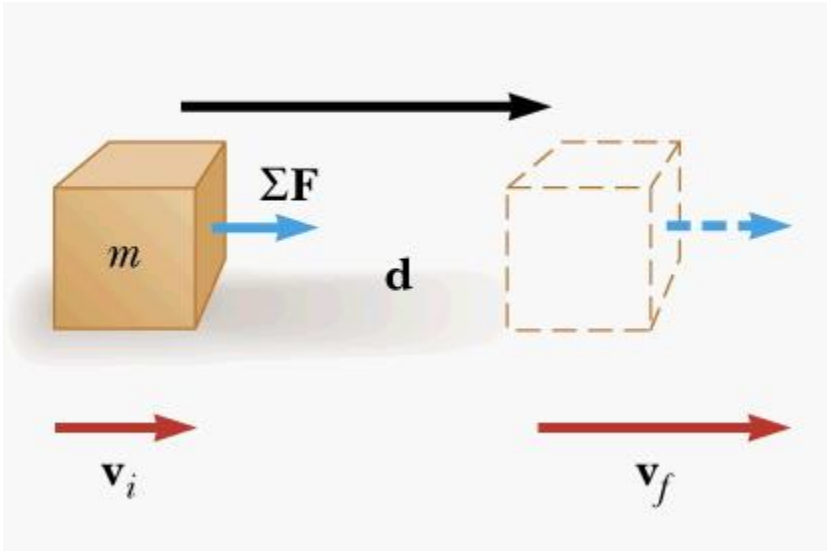
$$W_s = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(60{,}000)(-0.01)^2 = 3.0\ J$$

พลังงานจลน์ และทฤษฎีงาน-พลังงานจลน์

- พลังงานจลน์ (kinetic energy, K) นิยามดังนี้

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (3.7)$$

- งานสัมพันธ์กับพลังงานจลน์ดังนี้คือ



ทฤษฎีงาน-พลังงานจลน์

$$\sum W = \left(\sum F\right)d = (ma)d$$

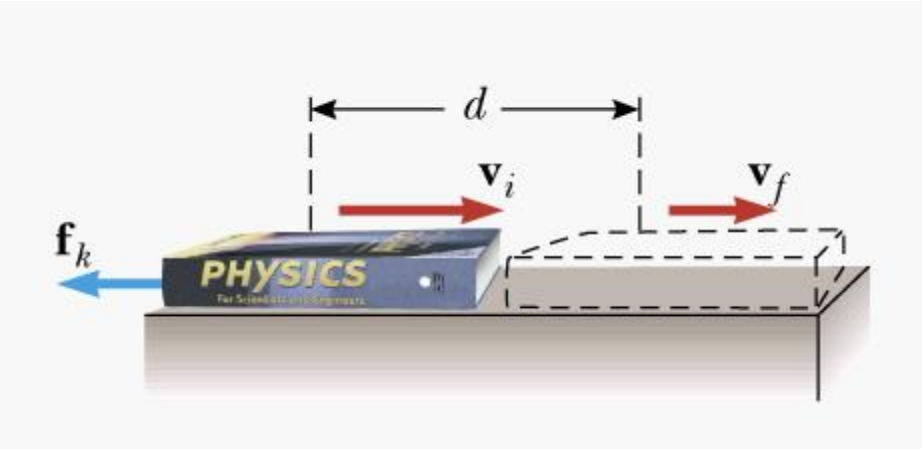
$$d = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t, \quad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$\sum W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\frac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\sum W = K_f - K_i = \Delta K \qquad (3.8)$$

งานเนื่องจากแรงเสียดทานจลน์



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงเสียดทาน งานที่ได้คือ

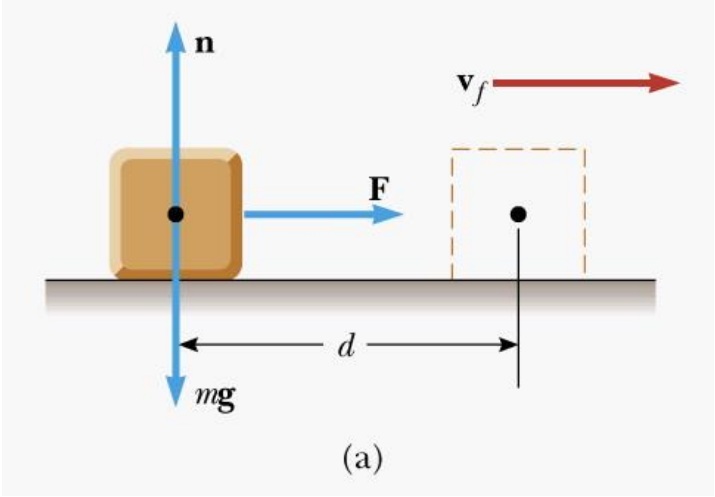
$$W_f = -f_k d \qquad (3.9)$$

งานมีค่าติดลบเนื่องจากมีการสูญเสียพลังงานระหว่างการเคลื่อนที่

จากทฤษฎีของงาน–พลังงานจลน์ เมื่อคำนึงถึงแรงเสียดทานในการเคลื่อนที่ทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ของงาน–พลังงานจลน์ ได้เป็นดังนี้

$$K_i + \sum W_{other} - f_k d = K_f \qquad (3.10)$$

ตัวอย่างที่ 2 วัตถุมวล 6 kg วางหยุดนิ่งอยู่บนพื้นราบถูกผลักให้เคลื่อนที่ออกไปในแนวระดับด้วยแรงนาดคงที่ 12 N พื้นไม่มีความเสียดทาน จงหาความเร็วของวัตถุนี้หลังจากเคลื่อนที่ไปได้ระยะ 3 m



(a)

$$W = Fd = (12)(3) = 36\ J$$

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

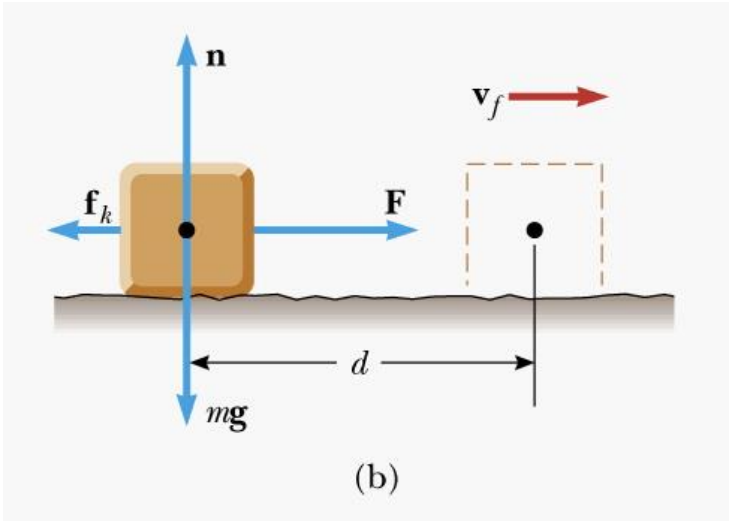
$$v_f^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2(36)}{6} = 12\ m^2/s^2$$

$$v_f = 3.5\ m/s$$

ถ้าพื้นมีความเสียดทาน โดยกำหนดให้ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ คือ 0.15 จงหาความเร็วของวัตถุนี้

$$W_f = -f_k d = -(\mu_k n)d = -(\mu_k mg)d$$

$$W_f = -(0.15)(6)(9.8)(3) = -26.5\ J$$



(b)

$$\sum W_{other} + W_f = K_f - K_i = \Delta K$$

$$36 - 26.5 = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 \quad \Rightarrow v_f^2 = \frac{2(9.5)}{6} \Rightarrow v_f = 1.8\ m/s$$

กำลังงาน (Power)

- กำลังงานเฉลี่ย (Average power)

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (3.11)$$

- กำลังงานชั่วขณะ (Instantaneous power)

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

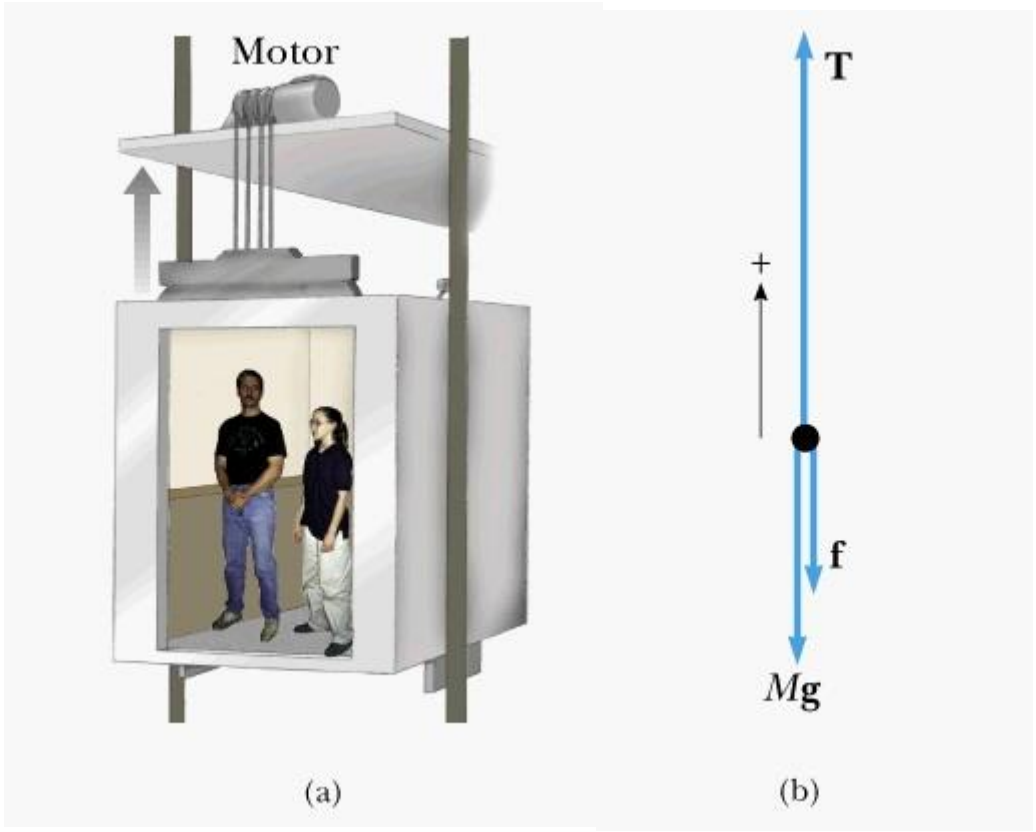
$$dW = \vec{F}.d\vec{s} \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\vec{v} \qquad (3.12)$$

- กำลังงานมีหน่วยเป็น J/s หรือ watt (W) โดยที่

$$1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J/s} = 1\,\mathrm{kg.m^2/s^3}$$

ตัวอย่างที่ 3 ลิฟต์มวล 1000 kg ขนผู้โดยสารซึ่งมีมวลทั้งหมด 800 kg ถ้าแรงต้านในการเคลื่อนที่ขึ้นไปมีค่าคงที่เท่ากับ 4000 N ดังรูป (ก) จงหากำลังงานที่น้อยที่สุดที่มอเตอร์ของลิฟต์ใช้ขนผู้โดยสารด้วยความเร็วคงที่ 3 m/s



ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นในแนวดิ่งด้วยความเร็วคงที่ จากกฎข้อที่ 1 ของนิวตันจะได้ว่า

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

$$T = Mg + f = (1000 + 800)(9.8) + 4000$$

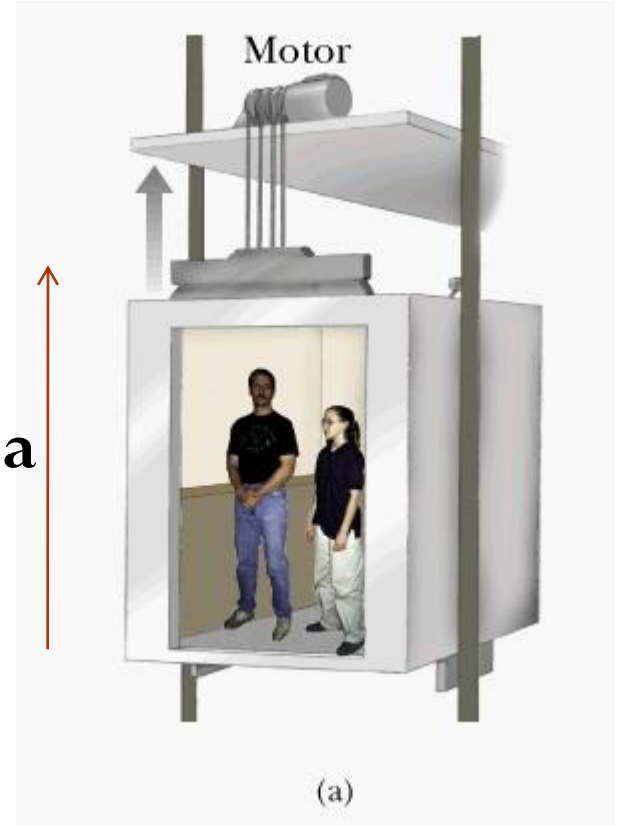
$$T = 2.16 \times 10^4 \ N$$

กำลังงานที่มอเตอรลิฟต์ต้องใช้เพื่อดึงลิฟต์ให้เคลื่อนที่คือ

$$P = T.v = (2.16 \times 10^4)(3.0)$$

$$P = 6.48 \times 10^4 \ W$$

(ข) กำลังที่มอเตอร์จะต้องใช้ในการดึงลิฟต์ด้วยความเร่ง $1.0\ \mathrm{m/s^2}$ ขณะที่ลิฟต์มีความเร็ว $v\ \mathrm{m/s}$

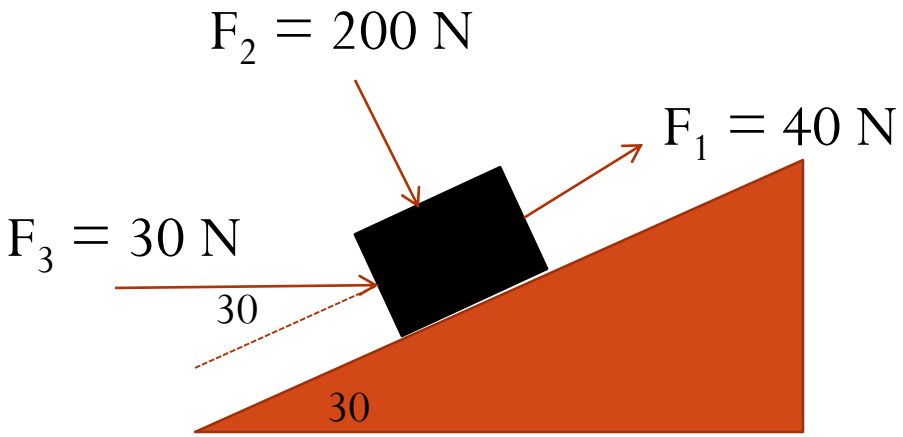


$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = M(a+g) + f$$

$$T = (1.80\times10^3)(1+9.8) + 4.00\times10^3$$

$$T = 2.34\times10^4\ N$$

$$P = Tv = (2.34\times10^4 v)\quad W$$

โจทย์ปัญหา 1 จากรูป จงหางานของแรงทั้งสาม เมื่อกล่องเคลื่อนที่ขึ้นไปตามพื้นเอียงได้ระยะทาง 80 cm