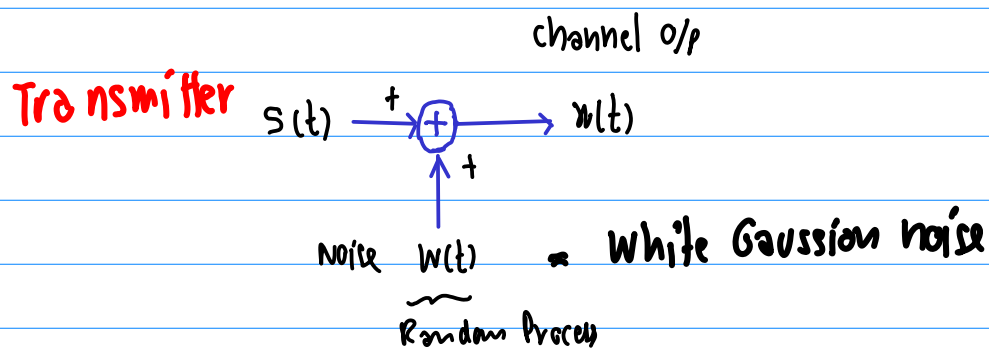


ทบทวนความน่าจะเป็น



TTL $\begin{cases} 5V = "1" \\ 0 = "0" \end{cases}$

Probability ~~measure theory~~

ในกรณีของระบบสื่อสาร จำเป็นที่จะต้องได้ Random Process ที่มีความ

ทฤษฎี Probability theory

Prob. เป็นรากของ ปฏิกิริยาการสุ่มที่เกิดขึ้น ไม่สามารถหาผลลัพธ์
ที่แน่นอนได้

Prob. เกี่ยวข้องกับการทดลอง (a random experiment)

- ① การทดลองทำซ้ำ ภายใต้เงื่อนไขเหมือนกัน
- ② ผลการทดลองสามารถหาผลได้
- ③ จำนวนครั้งของการทดลองที่เพิ่มขึ้น $(\lim_{N \rightarrow \infty} \dots)$

Axiom of Probability

$S \triangleq$ sample space ឈប់សំ គឺជា ចំណុច possible outcome

ពណ៌នាអោយ

ឱ្យ A ជា event ឈប់សំ ឈប់សំ អំពីសំណុំ

$$\text{ឬ: } A \subseteq S$$

prob. system ត្រូវបានកំណត់ ៣ សំណុំ

1. Sample space S

2. ចំណុច events (class \mathcal{G} ចំណុច events) ក៏ជាជា
subsets នៃ S

3. Probability measure $P(\cdot)$ ក៏ជាជា អំពីចំណុច
ចំណុច event ក្នុង class \mathcal{G} ត្រូវបានកំណត់

$$(i) \quad P(\mathcal{G}) = 1 \quad (A1.3)$$

$$(ii) \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \quad (A1.4)$$

(mutually exclusive events)

(iii) ក៏ ២ ឈប់សំ ក៏ ឈប់សំ ក៏ ឈប់សំ ក៏ ឈប់សំ

ក្នុង class \mathcal{G}

$$\underline{A \cup B}$$
$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad (A.1.5)$$

7.3.1 in Axioms and Property Models

① $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ (A1.6)

Prob. 7.1 in A

② $n \leq m$ mutually exclusive events, A_1, A_2, \dots

A_m 110:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_m = S$$

၂၁၁

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_m) = 1 \quad (A1.7)$$

12:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_M) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_M)$$

ในกรณีนี้ ให้ M เป็น A_1, A_2, \dots, A_n ซึ่งโดยนัยแล้ว M เป็น

1125 $P(A_i) = \frac{1}{M}, i = 1, \dots, M$

③ A and B are mutually exclusive

๑๑๑

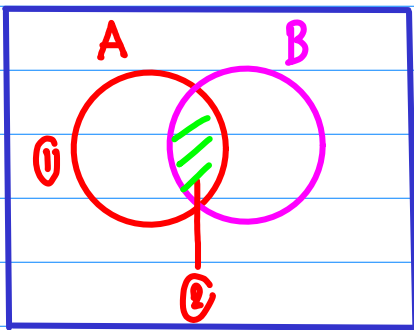
$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

នេះ $P(AB)$ គឺជា probability របស់ joint event

"A និង B"

Conditional probability

$P(B|A)$ \triangleq conditional probability របស់ B ដែលកំណត់ A



អ្នកដឹង ឬស្រាប់តែ A ហើយ

ឯងចង់ដឹងថា ប្រូប B ចំពោះ $P(B)$?

$$P(B|A) \triangleq \frac{P(AB)}{P(A)}$$

ដូច្នេះ

$$P(AB) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$$

រូបភាពនៃ Bayes

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

statistical independent
เหตุการณ์ไม่ขึ้นต่อกัน i.e.

$$P(B|A) = P(B)$$

นั่นคือ

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

R.V.

A.1.2 Random Variables

random variable หมายความว่า มี domain เป็น sample space และ range เป็น subset ของจำนวนจริง

Ex ทoss เหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง

$$S = \{H, T\}$$

$$X: S \rightarrow \mathbb{R}$$

$$H \mapsto 1 \quad \text{และ} \quad T \mapsto 0$$

~~✗~~

ถ้า X เป็น r.v. แล้ว $X: S \rightarrow \mathbb{R}$

r.v. ใหญ่ 2 ประเภท $\left\{ \begin{array}{l} \text{Discrete r.v. (discrete sample space)} \\ \text{Continuous r.v. (continuous } \gg \end{array} \right.$

γ_5 r.v. \downarrow $\text{minimize } x$ fixed
 $P(X \leq x) \triangleq$ probability that r.v. X มีค่า
 น้อยกว่าหรือเท่ากับ x

บรรทัดไขว้กัน

$$F_X(x) \triangleq P(X \leq x) \quad (A1.15)$$

cumulative distribution fn (cdf)

บรรทัดไขว้กัน distribution fn มี Property 2 ข้อ
 (ที่จำเป็น)

$$1) \quad 0 \leq F_X(x) \leq 1$$

$$2) \quad F_X(x) \text{ เป็นฟังก์ชันไม่ลด}$$

$$\text{i.e.} \quad F_X(x_1) \leq F_X(x_2), \quad \text{ที่ } x_1 < x_2$$

หาใน γ_5

$$f_X(x) \triangleq \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (A1.17)$$

probability density
fn (pdf)

การแปลงระหว่าง γ_5 กับ γ_6 : cdf และ pdf

$$\begin{aligned}
 P(x_1 < X \leq x_2) &= P(X \leq x_2) - P(X \leq x_1) \\
 &= F_X(x_2) - F_X(x_1) \\
 &= \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (A1.18)
 \end{aligned}$$

ထပ်မံ

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (A1.19)$$

သို့:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (A1.20)$$

ပုံစံက r.v.s X သို့ Y သို့

$$F_{X,Y}(x,y) \triangleq P(X \leq x, Y \leq y)$$

joint distribution
fn

11A:

$$\underbrace{f_{X,Y}(x,y)}_{\text{joint probability density fn}} \stackrel{A}{=} \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x,y)}{\partial x \partial y} \quad (A1.22)$$

Properties of $f_{X,Y}$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(\xi, \eta) d\xi d\eta = 1 \quad (A1.23)$$

1.4.1.2 Joint pdf of r.v.s X and Y

1.4.1.3 Joint cdf of X and Y

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^x f_{X,Y}(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (A1.24)$$

1.4.1.4 Marginal pdf of X

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, \eta) d\eta \quad (A1.25)$$

កំលែប លក្ខណៈ condition probability

$$\underbrace{f_Y(y|x)}_{\substack{\text{conditional pdf} \\ \text{of } Y \text{ when} \\ X=x \\ \text{fixed}}} \stackrel{\Delta}{=} \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)} \quad (A1.26)$$

លក្ខណៈសំខាន់ៗ

$$f_Y(y|x) \geq 0 \quad \text{for}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y|x) dy = 1$$

ឥឡូវ r.v.s X និង Y គឺជា statistically independent

នោះ

$$1) \quad f_Y(y|x) = f_Y(y) \quad \text{for}$$

$$2) \quad f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$$