

- ergodic processes
- RP to LTI filter
- Power Spectral Density
- Gaussian Process
- Noise

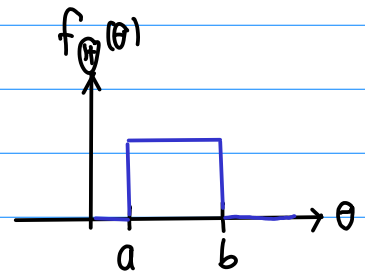
locally generated carrier & info (Bandpass)

EX

$$X(t) = A \cos(2\pi f_c t + \Theta) \quad (1.15)$$

၂၀:  $A$  ၂၀:  $f_c$  သိသော်လည်း ၂၀:  $\Theta$  ကို random variable  
 ကို uniformly distributed လုပ်ရန်  $[-1, 1]$  ပုံစံ

$$f_{\Theta}(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & -\pi \leq \theta \leq \pi \\ 0, & \text{အခြား} \end{cases}$$



၂၀၀ ရှိသော

၂၀၀၀၀၀၀ autocorrelation fn

$$R_x(\tau) = E[X(t+\tau)X(t)]$$

$$= E[A^2 \cos(2\pi f_c(t+\tau) + \Theta)]$$

$$= \frac{A^2}{2} E[\cos(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + 2\Theta)]$$

$$+ \frac{A^2}{2} E[\cos(2\pi f_c \tau)]$$

deterministic

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{\Theta}(\theta) d\theta = 1$$

$$= \int_a^b \frac{1}{b-a} d\theta = 1$$

$$= \frac{A^2}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{2\pi} \cos(4\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + 2\theta) d\theta$$

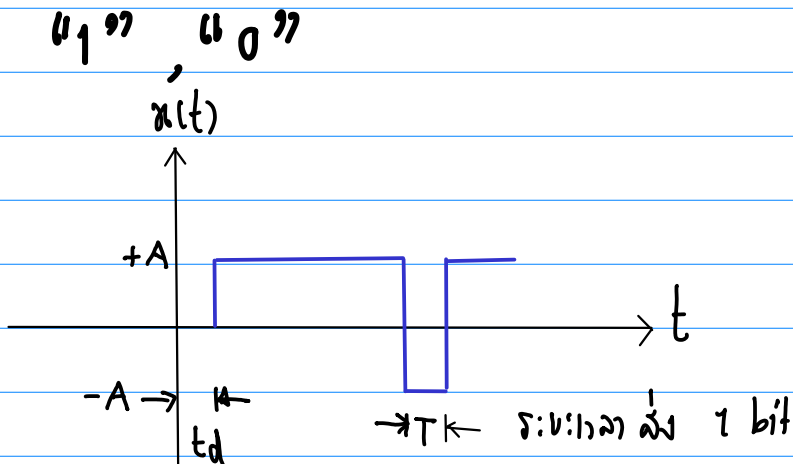
$$\frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_c \tau)$$

$$= \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_c \tau) \quad (1.17)$$

```
t=SR.symbol("t",domain="real")
f=SR.symbol("f",domain="real")
tau=SR.symbol("tau",domain="real")
theta=SR.symbol("theta",domain="real")
integral((1/2/pi)*cos(4*pi*f*t+2*pi*f*tau+2*theta),theta,-pi,pi)
0
```

Ex Random binary wave

Given  $X(t)$  is a random sequence of binary symbols



Given  $+A \triangleq "1"$ ,  $-A \triangleq "0"$  duration of 1 bit is  $T$

we:  $f_{T_d}(t_d) = \begin{cases} \frac{1}{T}, & 0 \leq t_d \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

9.  $n$   $n$   $(n-1)T < t - t_d < nT$   $n$   $n$   $n$

ដំណើរការ ជំហាន "0" និង "1" តាម ឯកសារដែលបានផ្តល់ឲ្យ

1.  $\text{M} - A$     2.  $+A$     3.  $\text{M} + A$     4.  $\text{M} - A$     5.  $+A$     6.  $\text{M} + A$     7.  $\text{M} - A$     8.  $+A$     9.  $\text{M} + A$     10.  $\text{M} - A$     11.  $+A$     12.  $\text{M} + A$     13.  $\text{M} - A$     14.  $+A$     15.  $\text{M} + A$     16.  $\text{M} - A$     17.  $+A$     18.  $\text{M} + A$     19.  $\text{M} - A$     20.  $+A$     21.  $\text{M} + A$     22.  $\text{M} - A$     23.  $+A$     24.  $\text{M} + A$     25.  $\text{M} - A$     26.  $+A$     27.  $\text{M} + A$     28.  $\text{M} - A$     29.  $+A$     30.  $\text{M} + A$     31.  $\text{M} - A$     32.  $+A$     33.  $\text{M} + A$     34.  $\text{M} - A$     35.  $+A$     36.  $\text{M} + A$     37.  $\text{M} - A$     38.  $+A$     39.  $\text{M} + A$     40.  $\text{M} - A$     41.  $+A$     42.  $\text{M} + A$     43.  $\text{M} - A$     44.  $+A$     45.  $\text{M} + A$     46.  $\text{M} - A$     47.  $+A$     48.  $\text{M} + A$     49.  $\text{M} - A$     50.  $+A$     51.  $\text{M} + A$     52.  $\text{M} - A$     53.  $+A$     54.  $\text{M} + A$     55.  $\text{M} - A$     56.  $+A$     57.  $\text{M} + A$     58.  $\text{M} - A$     59.  $+A$     60.  $\text{M} + A$     61.  $\text{M} - A$     62.  $+A$     63.  $\text{M} + A$     64.  $\text{M} - A$     65.  $+A$     66.  $\text{M} + A$     67.  $\text{M} - A$     68.  $+A$     69.  $\text{M} + A$     70.  $\text{M} - A$     71.  $+A$     72.  $\text{M} + A$     73.  $\text{M} - A$     74.  $+A$     75.  $\text{M} + A$     76.  $\text{M} - A$     77.  $+A$     78.  $\text{M} + A$     79.  $\text{M} - A$     80.  $+A$     81.  $\text{M} + A$     82.  $\text{M} - A$     83.  $+A$     84.  $\text{M} + A$     85.  $\text{M} - A$     86.  $+A$     87.  $\text{M} + A$     88.  $\text{M} - A$     89.  $+A$     90.  $\text{M} + A$     91.  $\text{M} - A$     92.  $+A$     93.  $\text{M} + A$     94.  $\text{M} - A$     95.  $+A$     96.  $\text{M} + A$     97.  $\text{M} - A$     98.  $+A$     99.  $\text{M} + A$     100.  $\text{M} - A$     101.  $+A$     102.  $\text{M} + A$     103.  $\text{M} - A$     104.  $+A$     105.  $\text{M} + A$     106.  $\text{M} - A$     107.  $+A$     108.  $\text{M} + A$     109.  $\text{M} - A$     110.  $+A$     111.  $\text{M} + A$     112.  $\text{M} - A$     113.  $+A$     114.  $\text{M} + A$     115.  $\text{M} - A$     116.  $+A$     117.  $\text{M} + A$     118.  $\text{M} - A$     119.  $+A$     120.  $\text{M} + A$     121.  $\text{M} - A$     122.  $+A$     123.  $\text{M} + A$     124.  $\text{M} - A$     125.  $+A$     126.  $\text{M} + A$     127.  $\text{M} - A$     128.  $+A$     129.  $\text{M} + A$     130.  $\text{M} - A$     131.  $+A$     132.  $\text{M} + A$     133.  $\text{M} - A$     134.  $+A$     135.  $\text{M} + A$     136.  $\text{M} - A$     137.  $+A$     138.  $\text{M} + A$     139.  $\text{M} - A$     140.  $+A$     141.  $\text{M} + A$     142.  $\text{M} - A$     143.  $+A$     144.  $\text{M} + A$     145.  $\text{M} - A$     146.  $+A$     147.  $\text{M} + A$     148.  $\text{M} - A$     149.  $+A$     150.  $\text{M} + A$     151.  $\text{M} - A$     152.  $+A$     153.  $\text{M} + A$     154.  $\text{M} - A$     155.  $+A$     156.  $\text{M} + A$     157.  $\text{M} - A$     158.  $+A$     159.  $\text{M} + A$     160.  $\text{M} - A$     161.  $+A$     162.  $\text{M} + A$     163.  $\text{M} - A$     164.  $+A$     165.  $\text{M} + A$     166.  $\text{M} - A$     167.  $+A$     168.  $\text{M} + A$     169.  $\text{M} - A$     170.  $+A$     171.  $\text{M} + A$     172.  $\text{M} - A$     173.  $+A$     174.  $\text{M} + A$     175.  $\text{M} - A$     176.  $+A$     177.  $\text{M} + A$     178.  $\text{M} - A$     179.  $+A$     180.  $\text{M} + A$     181.  $\text{M} - A$     182.  $+A$     183.  $\text{M} + A$     184.  $\text{M} - A$     185.  $+A$     186.  $\text{M} + A$     187.  $\text{M} - A$     188.  $+A$     189.  $\text{M} + A$     190.  $\text{M} - A$     191.  $+A$     192.  $\text{M} + A$     193.  $\text{M} - A$     194.  $+A$     195.  $\text{M} + A$     196.  $\text{M} - A$     197.  $+A$     198.  $\text{M} + A$     199.  $\text{M} - A$     200.  $+A$     201.  $\text{M} + A$     202.  $\text{M} - A$     203.  $+A$     204.  $\text{M} + A$     205.  $\text{M} - A$     206.  $+A$     207.  $\text{M} + A$     208.  $\text{M} - A$     209.  $+A$     210.  $\text{M} + A$     211.  $\text{M} - A$     212.  $+A$     213.  $\text{M} + A$     214.  $\text{M} - A$     215.  $+A$     216.  $\text{M} + A$     217.  $\text{M} - A$     218.  $+A$     219.  $\text{M} + A$     220.  $\text{M} - A$     221.  $+A$     222.  $\text{M} + A$     223.  $\text{M} - A$     224.  $+A$     225.  $\text{M} + A$     226.  $\text{M} - A$     227.  $+A$     228.  $\text{M} + A$     229.  $\text{M} - A$     230.  $+A$     231.  $\text{M} + A$     232.  $\text{M} - A$     233.  $+A$     234.  $\text{M} + A$     235.  $\text{M} - A$     236.  $+A$     237.  $\text{M} + A$     238.  $\text{M} - A$     239.  $+A$     240.  $\text{M} + A$     241.  $\text{M} - A$     242.  $+A$     243.

מאחר  $\mu_{x(t)} = \mu_x = 0$

normalized autocorrelation fn,  $R_x(t_k, t_i)$

การบูรณาการ 14 2 วัน

לכיוון זה  $|t_k - t_i| > T : \text{מסלול } N \text{ לא } H_i^N \text{ (ה)א'}$

r.v.s  $X(t_k)$  และ  $X(t_i)$  เป็นค่าของฟังก์ชันที่ต่อเนื่องกัน

r.v.s hij 59 (de overvloedige tijd)

$$E[X(t_k)X(t_i)] = E[X(t_k)]E[X(t_i)] = 0, \quad |t_k - t_i| > T$$

UMV/UM ၏ r.v.s ၏တိုက်ရိုက်တိုက်ရိုက် မှတ်တမ်း autocorrelation f<sup>2</sup>

104 0

ឧទាហរណ៍ :  $|t_k - t_i| < T$  ពេល  $t_k = 0$  ឯ:  $t_i < t_k$

78 r.v.s  $X(t_i)$  and  $X(t_k)$  ကာ ချိတ် ဖလ် ဖြစ်တတ်သည်

กำหนดให้

$$t_d \text{ สอดคล้องกับ } t_d < T - |t_k - t_i|$$

ในทำ conditional expectation :

$$E[X(t_k)X(t_i) | t_d] = \begin{cases} A^2, & 0 < t_d < T - |t_k - t_i| \\ 0, & t_d \text{ ใหญ่เกินไป} \end{cases}$$

ในทำ auto correlation สำหรับสัญญาณ  $t_d$  ในทำ  
 $R_x(x(t_k), x(t_i))$

$$E[X(t_k)X(t_i)] = \int_0^{T - |t_k - t_i|} A^2 \cdot f_{T_d}(t_d) dt_d$$

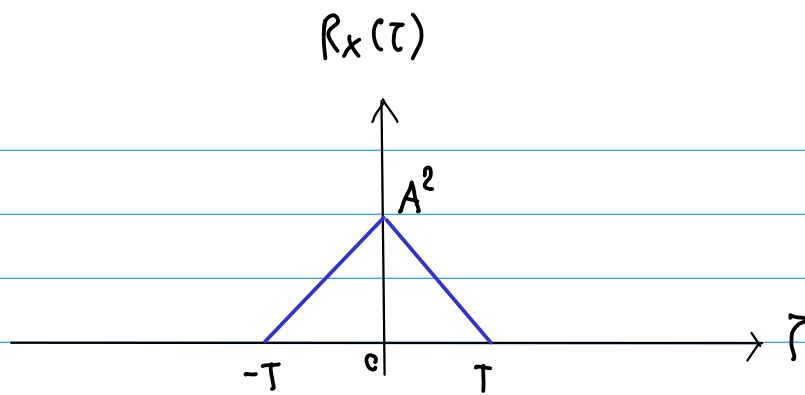
$$= \int_0^{T - |t_k - t_i|} A^2 \cdot \frac{1}{T} dt_d$$

$$= A^2 \left( 1 - \frac{|t_k - t_i|}{T} \right), \quad |t_k - t_i| < T$$

จึงสรุปได้ว่า

$$R_x(\tau) = \begin{cases} A^2 \left( 1 - \frac{|\tau|}{T} \right), & |\tau| < T \\ 0, & |\tau| \geq T \end{cases} \quad (1.19)$$

ในทำ plot graph



Cross-correlation fn for stationary

Two random process  $X(t)$  and  $Y(t)$  and autocorrelation

fn  $R_X(t, u)$  and  $R_Y(t, u)$  independent

Cross-correlation fn for  $X(t)$  and  $Y(t)$  jointly

$$R_{XY}(t, u) = E[X(t)Y(u)] \quad (1.19)$$

and

$$R_{YX}(t, u) = E[Y(t)X(u)] \quad (1.20)$$

if  $t$  and  $u$  are any two observable random variables

the matrix is called correlation matrix

$$R(t, u) = \begin{bmatrix} R_X(t, u) & R_{XY}(t, u) \\ R_{YX}(t, u) & R_Y(t, u) \end{bmatrix}$$

and for jointly stationary for  $X(t)$  and  $Y(t)$

Task 4.2 correlation matrix is

$$R(\tau) = \begin{bmatrix} R_x(\tau) & R_{xy}(\tau) \\ R_{yx}(\tau) & R_y(\tau) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Let  $\tau = t - u$

where  $u$  is

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau) \quad (1.22)$$

Ex Consider quadrature-modulated process

$X_1(t)$  and  $X_2(t)$  are jointly stationary process  $X(t)$  is

$$X_1(t) = X(t) \cos(2\pi f_c t + \theta)$$

$$X_2(t) = X(t) \sin(2\pi f_c t + \theta)$$

Let  $f_c$  and  $\theta$  are independent

$\theta$  is a r.v. that is uniformly distributed over

$[0, 2\pi]$  and  $X(t)$  is

Minimum Cross-correlation for  $X_1(t)$  and

$X_2(t)$

$$\begin{aligned} R_{12}(\tau) &= E[X_1(t) X_2(t-\tau)] \\ &= E\left[ X(t) \cos(2\pi f_c t + \Theta) \cdot \right. \\ &\quad \left. X(t-\tau) \sin(2\pi f_c (t-\tau) + \Theta) \right] \\ &= E\left[ X(t) X(t-\tau) \cos(2\pi f_c t + \Theta) \cdot \right. \\ &\quad \left. \sin(2\pi f_c (t-\tau) + \Theta) \right] \\ &= \frac{1}{2} R_X(\tau) E\left[ \sin(4\pi f_c t - 2\pi f_c \tau + 2\Theta) \right. \\ &\quad \left. - \sin(2\pi f_c \tau) \right] \\ &= -\frac{1}{2} R_X(\tau) \sin(2\pi f_c \tau) \end{aligned}$$

Therefore

$$R_{12}(0) = -\frac{1}{2} R_X(0) \sin(2\pi f_c \cdot 0) = 0$$

Therefore the minimum cross-correlation for quadrature modulated process

$X_1(t)$ ,  $X_2(t)$  is minimum at  $t = 0$ : orthogonal at

initially

✗