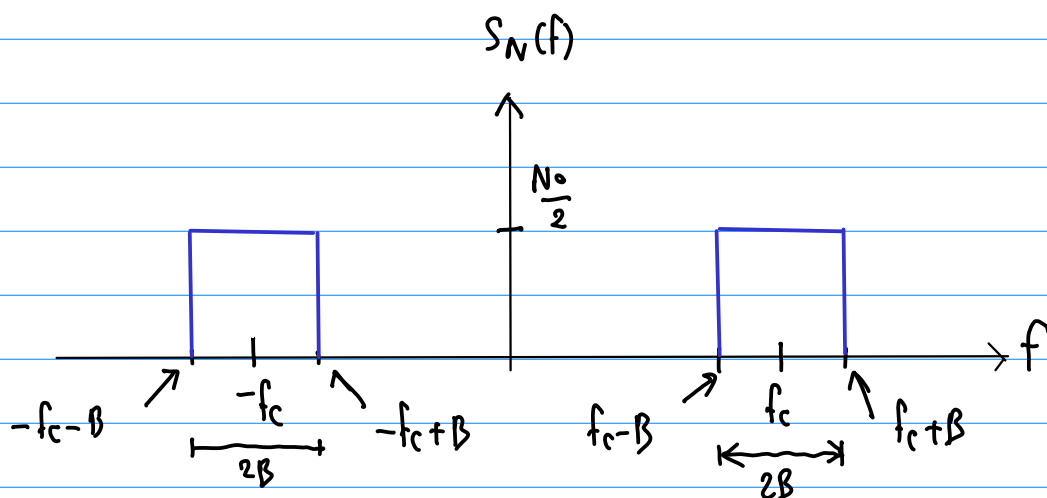


- Gaussian Process
- Noise
- Narrowband noise
- Fund. Limits in Information Theory
  - Uncertain, Information and Entropy
  - Source-Coding Theorem

$$S_N(f) = S_X(f) \cdot |H(f)|^2$$

EX ideal Band-pass filtered white noise

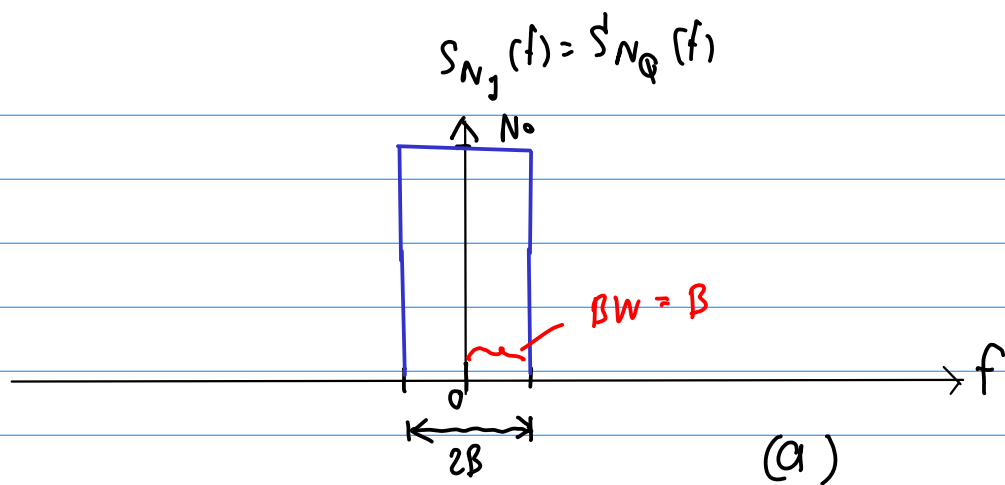
In gaussian noise with mean zero power spectral density,  $\frac{N_0}{2}$   
 with ideal Band-pass filter with magnitude response  $|H(f)|$   
 centered (midband frequency) at  $f_c$  with Bandwidth  $2B$   
 the output has noise spectrum  $S_N(f)$  (a)



the Property of (a) is inphase and quadrature component

for

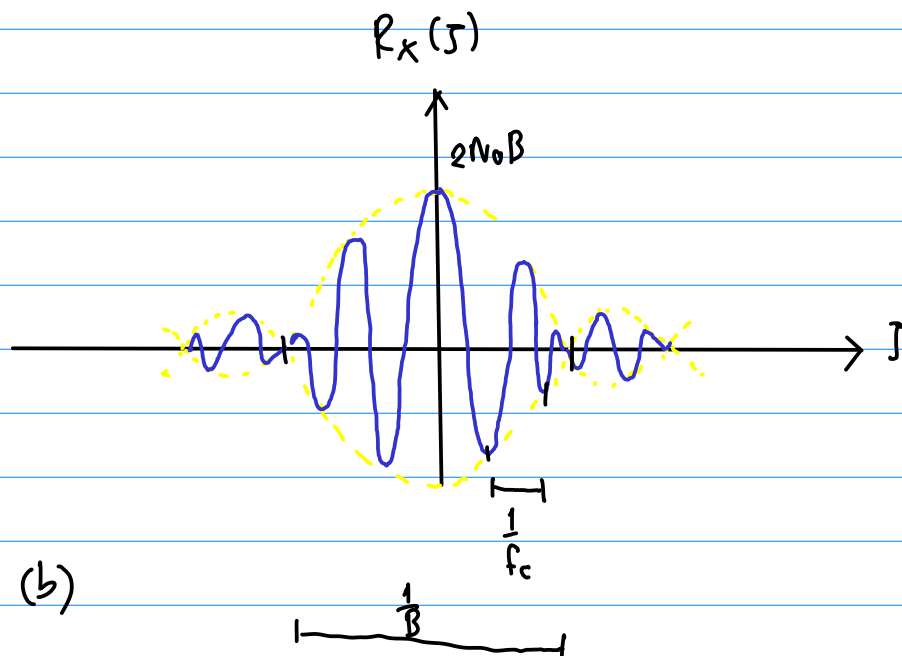
$$S_{N_I}(f) = S_{N_Q}(f) = \begin{cases} S_N(f - f_c) + S_N(f + f_c), & -B \leq f \leq B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$Y_{\alpha} R_z(\tau) = \int_{-f_c-B}^{-f_c+B} \frac{N_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df$$

$$+ \int_{f_c-B}^{f_c+B} \frac{N_0}{2} e^{j2\pi f\tau} df$$

$$= 2N_0 B \operatorname{sinc}(2B\tau) \cos(2\pi f_c \tau) \quad (1.103)$$



## Fundamental limits and information theory

74 Communication systems มี 4 มุมมอง

- efficiency  $\begin{matrix} \text{time} \\ \text{space} \end{matrix}$
- reliable / ความน่าเชื่อถือ

ข้อที่ 1: การวัด

- Entropy = การวัดความไม่แน่นอน

- การวัด efficiency ในการส่งข้อมูล : Source coding theorem  
การ remove ข้อมูลที่ไม่จำเป็น คือ data compression Alg.  
ใน Tool prob.

- mutual information ที่ส่งได้สูงสุด capacity of channel.



WiFi: 54 Mbps

Wireless  $\Rightarrow$  100 Mbps

- channel coding theorem  $\times$

- การวัดความน่าเชื่อถือ: channel bandwidth คือ

Signal-to-noise ratio

- Rate-distortion theorem เกี่ยวข้อง Source coding

## uncertainty, Information and Entropy

ឆ្លើយតប ឯកសារបញ្ជាក់ output របស់ a discrete source  
រយៈពេល ឯកសារបញ្ជាក់ (signaling interval) គឺ

$$\mathcal{S} = \{s_0, s_1, \dots, s_{K-1}\} \quad (9.1)$$

alphabet      symbol

ប្រូបាប៊ីលីតេ

$$P(\underbrace{S = s_k}_{\substack{\text{prop រវាង } s \text{ ទៅ } s_k \\ \text{in } \mathcal{S}}}) = p_k, \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (9.2)$$

ឯកសារ

$$\sum_{k=0}^{K-1} p_k = 1 \quad (9.3)$$

ឆ្លើយតប symbols រវាង ឯកសារបញ្ជាក់ source output រយៈពេល  
signaling interval ឬ statistically independent  
ឬ ឯកសារបញ្ជាក់ source គឺ discrete memoryless source

นิยาม 9.1 ฟังก์ชันเอนโทรปีของแหล่งกำเนิดข้อมูล  $S = s_k$

ที่  $s_k$  คือ  $I(s_k)$  คือ

ความไม่แน่นอน

$$I(s_k) = \log\left(\frac{1}{p_k}\right) \quad \text{หรือ} \quad \log \text{ หรือ } \log \text{ base } e$$

มีคุณสมบัติ properties ของ  $I(\cdot)$  :

1.  $I(s_k) = 0$  สำหรับ  $p_k = 1$  (9.5)

2.  $I(s_k) \geq 0$  สำหรับ  $0 \leq p_k \leq 1$  (9.6)

3.  $I(s_k) > I(s_i)$  สำหรับ  $p_k < p_i$  (9.7)

กรณี  $s_k$  คือ  $s_k$  และ  $s_i$  คือ  $s_i$  และ  $s_j$  คือ  $s_j$  ที่  $s_k < s_i < s_j$

(9.8) ความไม่แน่นอน

$$I(s_k) = \log_2\left(\frac{1}{p_k}\right) = -\log_2 p_k \quad \text{สำหรับ } k=0,1,\dots,K-1 \quad (9.8)$$

ฟังก์ชัน  $I(s_k)$  และ  $I(s_i)$  และ  $I(s_j)$  เป็นฟังก์ชันที่เพิ่มขึ้น

โดยที่  $s_k < s_i < s_j$  และ  $p_k < p_i < p_j$  และ  $s_k < s_i < s_j$

ดังนั้น  $I(s_k) < I(s_i) < I(s_j)$  หรือ  $s_k < s_i < s_j$  หรือ  $s_k < s_i < s_j$

$$\begin{aligned}
 \underbrace{H(\mathcal{S})}_{\text{entropy of discrete memoryless source}} &= E[I(s_k)] \\
 &= \sum_{k=0}^{K-1} p_k \cdot I(s_k) \\
 &= \sum_{k=0}^{K-1} p_k \log_2 \left( \frac{1}{p_k} \right) \quad \text{9.9} \\
 &\quad \text{per source symbol}
 \end{aligned}$$

avg entropy is average information content  
per source symbol

### Properties of entropy

For source is discrete memoryless source

has

$$0 \leq H(\mathcal{S}) \leq \log_2 K \quad (9.10)$$

if  $K$  is radix (number of symbols or alphabet) of source

### Ex Entropy of Binary Memoryless Source

$$\begin{aligned}
 \text{For } \mathcal{S} = \{0, 1\} \quad \text{w. } p(S = \overset{0}{s_0}) &= p_0 \\
 p(S = \overset{1}{s_1}) &= p_1 = 1 - p_0
 \end{aligned}$$

ln

entropy :

$$H(\mathcal{P}) = \sum_{k=0}^1 p_k \log_2 \left( \frac{1}{p_k} \right)$$

$$= p_0 \log_2 \left( \frac{1}{p_0} \right) + (1-p_0) \log_2 \left( \frac{1}{1-p_0} \right) \quad \text{v.m}$$

1.5 plot graph

