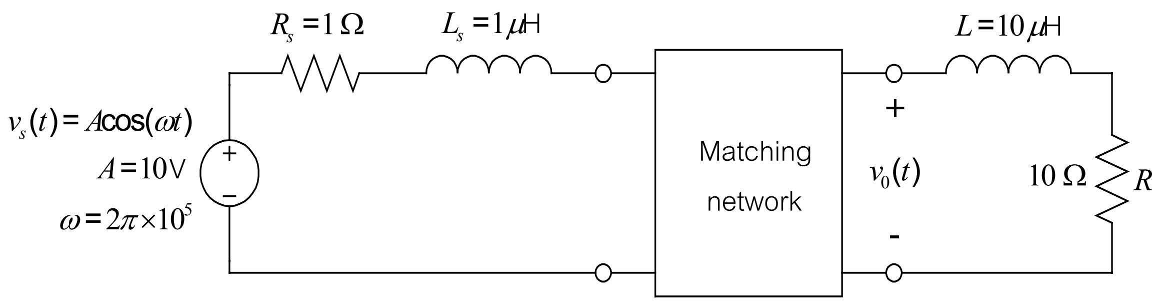
บทที่ 10
กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในสภาวะคงตัว
AC Steady-State Power

ในบทที่แล้วได้ศึกษาการหาผลตอบสนองต่อกระแสหรือแรงดันไซนูซอยด์ เรียกโดยรวมว่าเป็นการวิเคราะห์วงจรกระแสสลับ (Alternating Current Circuit) ในบทนี้จะได้กล่าวถึงการหาค่ากำลังไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับและกำลังที่จ่ายให้กับโหลดอิมพีแดนซ์ นอกจากนี้จะได้พิจารณาหลักการซุปเปอร์โพสิชันและทฤษฎีบทการส่งกำลังสูงสุดสำหรับวงจรกระแสสลับ

10.1 กำลังไฟฟ้า

ส่วนหนึ่งของการพัฒนาความเจริญและอารยธรรมของมนุษย์เกิดขึ้นจากความสามารถในการควบคุมและกระจายการใช้พลังงาน ไฟฟ้าเป็นพลังงานที่สามารถส่งผ่านจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้สะดวกโดยการแปลงพลังงานรูปแบบอื่นๆ ให้เป็นพลังงานไฟฟ้า เราจะสามารถส่งและกระจายพลังงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการใช้ระบบสายส่งกำลัง กำลังไฟฟ้าจะสามารถส่งจากแหล่งผลิตไปยังโรงงานอุตสาหกรรม บ้านพักอาศัย และอาคารสำหรับการค้า ทั่วประเทศ

เนื่องจากมีการใช้พลังงานไฟฟ้าแพร่หลายทั่วโลก และนิยมใช้ระบบไฟฟ้ากระแสสลับ 50 Hz หรือ 60 Hz ดังนั้นการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีและการคำนวณกำลังไฟฟ้ากระแสสลับจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับวิศวกรไฟฟ้า นอกจากการใช้ระบบกำลังไฟฟ้ากระแสสลับแล้วในระบบไฟฟ้าอย่างอื่นๆ เช่นระบบสื่อสารก็มีการใช้สัญญาณไซนูซอยด์เช่นเดียวกัน แต่อาจจะใช้ความถี่สูงกว่าในระบบไฟฟ้ากำลังมาก เช่นในระบบโทรศัพท์มือถืออาจใช้ความถี่ 1800 MHz เป็นต้น รูปที่ 10.1 แสดงปัญหาการส่งผ่านกำลังสูงสุดในระบบโทรศัพท์มือถือ โดยการออกแบบวงจรแมชชิ่งสำหรับโหลดอิมพีแดนซ์ ซึ่งในกรณีนี้คือสายอากาศนั่นเอง



รูปที่ 10.1 การส่งผ่านกำลังสูงสุดในระบบโทรศัพท์มือถือ

10.2 กำลังไฟฟ้าชั่วขณะและกำลังไฟฟ้าเฉลี่ย

เราสนใจที่จะหาค่ากำลังที่ผลิตและใช้ไปในวงจรที่กำลังพิจารณา โดยจะเริ่มที่การพิจารณากำลังไฟฟ้าชั่วขณะ (Instantaneous Power) ซึ่งคือผลคูณของกระแสและแรงดันในโดเมนเวลา ซึ่งจะทำให้เราสามารถหาค่ากำลังที่เวลาใดๆ ได้ กำลังไฟฟ้าชั่วขณะที่ส่งให้กับองค์ประกอบหนึ่งซึ่งมีกระแสไหลผ่าน $i(t)$ และแรงดันตกคร่อม $v(t)$ คือ

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) = vi \tag{10.1}$$

หน่วยของกำลังคือ วัตต์ (W) พิจารณาวงจรในรูปที่ 10.2 เมื่อ $v(t) = V_m \cos\omega t$ ในโดเมนเวลาค่าผลการตอบสนองในสภาวะคงตัว $i(t)$ คือ

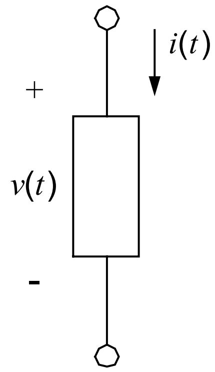
$$i(t) = I_m(\cos\omega t + \theta)$$

เมื่อ

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

และ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$



รูปที่ 10.2 องค์ประกอบวงจร

ค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะที่ส่งให้กับวงจรนี้คือ

$$p = V_m I_m(\cos\omega t)(\cos\omega t + \theta)$$

ใช้ตรีโกณมิติของผลคูณของฟังก์ชันโคไซน์สองฟังก์ชัน

$$\cos\alpha\cos(\alpha+\beta) = \cos\beta + \cos(2\alpha+\beta)$$

จะได้

$$p = \frac{V_m I_m}{2}\left[\cos\theta + (\cos 2\omega t + \theta)\right] \tag{10.2}$$

จากสมการ (10.2) จะเห็นว่าค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะประกอบด้วยสองพจน์ พจน์แรกเป็นค่าไม่ขึ้นกับเวลา ส่วนพจน์ที่สองเปลี่ยนแปลงแบบไซนูซอยด์กับเวลาโดยมีความถี่เป็นสองเท่าของความถี่ของกระแสและแรงดัน ค่าเฉลี่ยในหนึ่งคาบของพจน์ที่สองจะเป็นศูนย์ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของกำลังที่ส่งไปให้กับวงจรจึงอยู่ในพจน์แรก

พิจารณาตัวอย่าง กำหนดให้ $v(t) = 10\cos\omega t$ V $\omega = 10^4$ rad/s $L = 12$ mH และ $R = 50\,\Omega$ ดังนั้นกระแส

$$i(t) = I_m(\cos\omega t + \theta)$$

โดยที่ $I_m = 10/130 = 0.077$ A และ $\theta = -\tan^{-1}(120/50) = -67.4°$
จะได้ค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

$$p = 0.15 + 0.38\cos(2\omega t - 67.4°) \text{ W}$$

ในการหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย (Average Power) ของรูปคลื่นไซนูซอยด์ในช่วงเวลาหนึ่งคาบ T เมื่อแหล่งจ่ายเป็นสัญญาณคาบไซนูซอยด์

$$v(t) = v(t+T)$$

เนื่องจากสำหรับวงจรเชิงเส้นเมื่อแรงดันมีการซ้ำเป็นคาบจะทำให้กระแสก็จะมีการซ้ำเป็นคาบเช่นเดียวกัน

$$i(t) = i(t+T)$$

จะได้ค่ากำลัง

$$p(t) = v(t+T) \times i(t+T)$$

จากค่า p ในสมการ (10.2) ซึ่งมีพจน์แรกเป็นค่าคงที่ และพจน์ที่สองเป็นฟังก์ชันคาบ ที่มีคาบคือ $T_2 = \pi/\omega = T/2$ และอาศัยนิยามค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันคาบคือค่าอินตริกรัลของฟังก์ชันนั้นในช่วงเวลาหนึ่งคาบหารด้วยค่าคาบ ใช้ตัวอักษรใหญ่ P แทนค่ากำลังเฉลี่ย

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt \tag{10.3}$$

เมื่อ t_0 คือค่าเวลาเริ่มต้นใดๆ เนื่องจาก $T = 2T_2$ เราอาจเขียน

$$P = \frac{1}{2T_2}\int_{t_0}^{t_0+2T_2} p(t)dt$$

สังเกตว่าการอินตริเกรทในช่วงเวลา $2T_2$ จะให้ผลเท่ากับการอินตริเกรทในช่วงเวลา T_2

กำหนดค่าแรงดัน $v(t) = V_m(\cos\omega t + \theta_V)$ และกระแส $i(t) = I_m(\cos\omega t + \theta_I)$ จะได้ค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

$$p(t) = V_m I_m(\cos\omega t + \theta_V)(\cos\omega t + \theta_I)$$

หรือ

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2}\left[\cos(\theta_V - \theta_I) + \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I)\right]$$

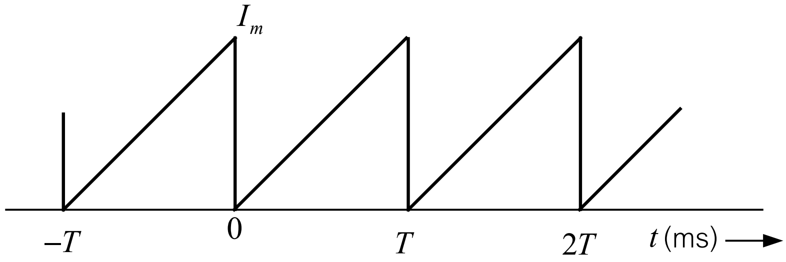
แทน $p(t)$ ลงในสมการ (10.3)

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_m I_m}{2}\left[\cos(\theta_V - \theta_I) + \cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I)\right]dt \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I)\,dt \\ &= \frac{V_m I_m}{2T}\cos(\theta_V - \theta_I)\int_0^T dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_V + \theta_I)\,dt \end{aligned}$$

ผลการอินตริเกรทพจน์ที่สองจะเป็นศูนย์ เนื่องจากค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันคาบโคไซน์เป็นศูนย์ ดังนั้น

$$\begin{aligned} P &= \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) + 0 \\ &= \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 10.1 จงหาค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับตัวต้านทาน R เมื่อกระแส $i(t)$ ที่ไหลผ่านตัวมันมีลักษณะดังแสดงในรูป Ex 10.1



รูปที่ Ex 10.1

วิธีทำ ค่ากระแสมีการซ้ำค่าทุกๆคาบ T ดังนั้นเลือกใช้ค่าเริ่มต้น $t_0 = 0$ จะได้

$$i = \frac{I_m}{T}t \quad 0 \le t \le T$$

ค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

$$p = i^2 R = \frac{I_m{}^2 R}{T^2} t^2 \quad 0 \le t \le T$$

จะได้ค่ากำลังเฉลี่ยคือ

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{I_m{}^2 R}{T^2} t^2 dt$$

ทำการอินตริเกรท

$$P = \frac{I_m{}^2 R}{T^3}\int_0^T t^2 dt = \frac{I_m{}^2 R}{T^3}\frac{T^3}{3} = \frac{I_m{}^2 R}{3} \quad \text{W}$$

เพื่อความสะดวกในการอ้างอิง ได้นำผลการอินตริเกรทฟังก์ชันไซนูซอยด์ที่มีคาบ $T = 2\pi/\omega$ มาสรุปไว้ในตาราง 10.1

ตาราง 10.1 ผลการอินตริเกรทฟังก์ชันคาบไซนูซอยด์

$y(t)$	$\int_0^T y(t)dt$
$\sin(n\omega t + \phi); \cos(n\omega t + \phi)$	0
$\sin^2(\omega t + \phi); \cos^2(\omega t + \phi)$	$T/2$
$\sin(n\omega t + \phi)\cos(m\omega t + \theta)$	$\begin{cases} 0 & m = n \\ \dfrac{T\sin(\phi - \theta)}{2} & m \ne n \end{cases}$
$\cos(n\omega t + \phi)\cos(m\omega t + \theta)$	$\begin{cases} 0 & m \ne n \\ \dfrac{T\cos(\phi - \theta)}{2} & m = n \end{cases}$

พิจารณาค่ากำลังเฉลี่ยที่อิมพีแดนซ์ $\mathbf{Z}$ ได้รับจากวงจรที่ถูกกระตุ้นด้วยไซนูซอยด์ ค่าเฟสเซอร์ของแรงดันสัมพันธ์กับค่าเฟสเซอร์ของกระแสด้วย

$$\mathbf{V} = \mathbf{ZI}$$

ถ้า $v(t) = V_m \cos\omega t$ และ $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ จะได้

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \theta)$$

ค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับอิมพีแดนซ์ $\mathbf{Z}$ คือ

$$P = \frac{V_m I_m}{T}\int_0^T \cos\omega t \cos(\omega t - \theta) dt$$

ทำการอินตริเกรท อาศัยผลการอินตริเกรทจากตาราง 10.1

$$P = \frac{V_m I_m}{T}\left(\frac{T}{2}\cos\theta\right) = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta \qquad (10.4)$$

ในกรณีที่อิมพีแดนซ์เป็นตัวต้านทาน R ซึ่ง $\theta = 0°$ จะได้ค่ากำลังเฉลี่ย

$$P_R = \frac{V_m I_m}{2}$$

ถ้าอิมพีแดนซ์เป็นตัวเหนี่ยวนำ จะได้

$$\mathbf{Z}_L = \omega L \angle 90°$$

ดังนั้นค่ากำลังเฉลี่ยกันสำหรับตัวเหนี่ยวนำ

$$P_L = \frac{V_m I_m}{2}\cos 90° = 0$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับตัวเก็บประจุ

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{\omega C}\angle -90°$$

ค่ากำลังเฉลี่ยสำหรับตัวเก็บประจุ

$$P_C = \frac{V_m I_m}{2}\cos(-90°) = 0$$

สรุปได้ว่าค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยที่ส่งให้กับตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ โดยแหล่งจ่ายไซนูซอยด์จะมีค่าเป็นศูนย์ ส่วนในกรณีที่ค่าอิมพีแดนซ์เป็นตัวแทนของหลายองค์ประกอบ

$$\mathbf{Z} = R + jX = Z\angle\theta$$

จากบทที่ 2 เราทราบแล้วว่าอิมพีแดนซ์พาสซีฟ ต้องการพลังงานสุทธิเป็นค่าบวก หรือค่าเฉลี่ยกำลังต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เนื่องจากค่ากำลังเฉลี่ยคือ

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta$$

ดังนั้นอิมพีแดนซ์พาสซีฟจะต้องมีเฟส $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$

ตัวอย่าง 10.2 จงหาค่ากำลังเฉลี่ยที่ (ก) ส่งให้กับตัวต้านทาน R (ข) จ่ายออกจากแหล่งจ่ายสำหรับวงจรดังแสดงในรูป Ex 10.2 เมื่อแรงดัน $v(t) = 100\cos 1000t$ V

วิธีทำ หาค่าอิมพีแดนซ์ขององค์ประกอบที่ต่ออนุกรมกัน

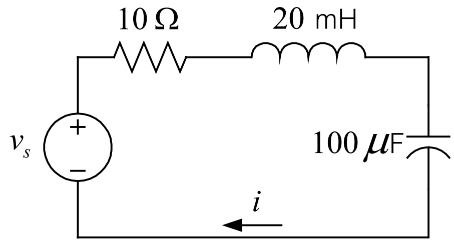
$$\mathbf{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 10 + j10 = \sqrt{200}\angle 45°$$

ดังนั้นค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายออกจากแหล่งจ่ายให้กับอิมพีแดนซ์นี้คือ

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta$$

เมื่อ $\theta = 45°$ และ $V_m = 100$ V หาค่ากระแสได้จาก

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}} = \frac{100\angle 0°}{10\sqrt{2}\angle 45°} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -45°$$



รูปที่ Ex 10.2

ดังนั้น $I_m = 10\sqrt{2}$ A จะได้ค่ากำลังเฉลี่ย

$$P = \frac{100}{2}\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)\cos 45° = 250 \text{ W}$$

ซึ่งจะเท่ากับกำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับตัวต้านทาน R อีกวิธีหนึ่งในการหาค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับอิมพีแดนซ์ใดๆ จาก

$$\cos\theta = \frac{R}{Z}$$

เมื่อ $\mathbf{Z} = R + jX$ และ $Z = |\mathbf{Z}|$ และจาก

$$V_m = Z I_m$$

จะได้ค่ากำลังเฉลี่ย

$$\begin{aligned} P &= \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta \\ &= \frac{(Z I_m) I_m}{2}\left(\frac{R}{Z}\right) \\ &= \frac{I_m^2}{2} R \end{aligned}$$

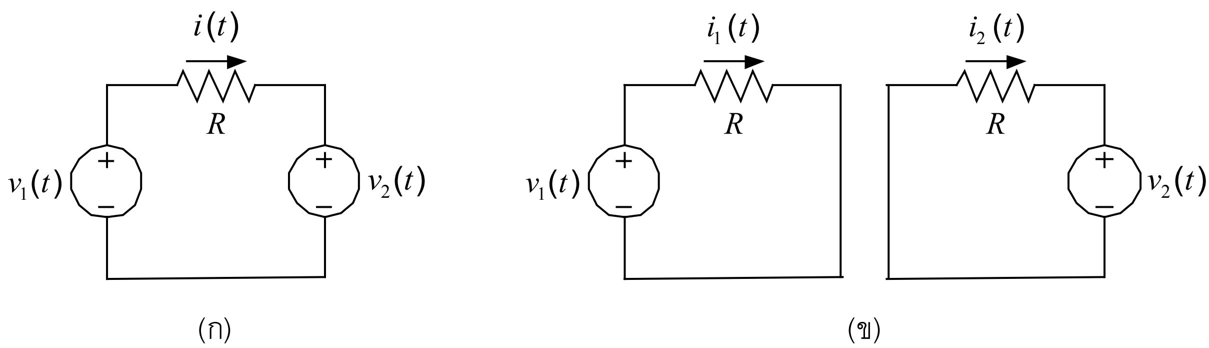
ซึ่ง R คือส่วนจริงของอิมพีแดนซ์ $\mathbf{Z}$ และค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้อิมพีแดนซ์ก็คือค่ากำลังที่ส่งให้ความต้านทาน R เพราะ ค่ากำลังเฉลี่ยในตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุมีค่าเป็นศูนย์นั่นเอง แทนค่าในตัวอย่างที่ 10.2 จะได้ค่ากำลังเฉลี่ย

$$P = \frac{I_m^2}{2} R = \frac{1}{2}\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 10 = 250 \text{ W}$$

10.3 หลักการซุปเปอร์โพสิชันกำลังไฟฟ้าและทฤษฎีการส่งกำลังสูงสุด

ในหัวข้อนี้จะได้พิจารณากรณีที่วงจรประกอบด้วยแหล่งจ่ายอิสระตั้งแต่สองแหล่งจ่ายขึ้นไป ดังเช่นวงจรในรูปที่ 10.3 (ก) ซึ่งมีแหล่งจ่ายแรงดันไซนูซอยด์สองแหล่งจ่าย ถ้าเราหาผลตอบสนองสุทธิโดยพิจารณาผลจากแหล่งจ่ายทีละแหล่ง จะสามารถนำหลักการซุปเปอร์โพสิชันมาใช้ได้ ดังแสดงในรูปที่ 10.3 (ข) กำหนดให้ i_1 เป็นผลตอบสนองเนื่องจากแหล่งจ่ายแรงดัน v_1 และ i_2 เป็นผลตอบสนองเนื่องจากแหล่งจ่ายแรงดัน v_2 จะได้

$$i = i_1 + i_2$$



รูปที่ 10.3 (ก) วงจรประกอบด้วยแหล่งจ่ายอิสระสองแหล่งจ่าย

(ข) การหาค่ากระแสโดยใช้หลักการซุปเปอร์โพสิชัน

ค่ากำลังชั่วขณะ

$$\begin{aligned} p &= i^2 R \\ &= (i_1 + i_2)^2 R \\ &= (i_1^2 + 2i_1 i_2 + i_2^2) R \end{aligned}$$

เมื่อคือ R ค่าความต้านทานของวงจร ค่ากำลังเฉลี่ยคือ

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt \\ &= \frac{R}{T}\int_0^T (i_1^2 + 2i_1 i_2 + i_2^2)dt \\ &= \frac{R}{T}\int_0^T (i_1^2)dt + \frac{R}{T}\int_0^T (2i_1 i_2)dt + \frac{R}{T}\int_0^T (i_2^2)dt \\ &= P_1 + \frac{2R}{T}\int_0^T (i_1 i_2)dt + P_2 \end{aligned}$$

เมื่อคือ P_1 ค่ากำลังเฉลี่ยเนื่องจากแหล่งจ่ายแรงดัน v_1 และ P_2 คือค่ากำลังเฉลี่ยเนื่องจากแหล่งจ่ายแรงดัน v_2

พิจารณากรณีที่จะทำให้พจน์ $\frac{2R}{T}\int_0^T (i_1 i_2)dt$ มีค่าเป็นศูนย์ ถ้าให้แหล่งจ่ายแรงดัน v_1 มีค่าความถี่ $m\omega$ และแหล่งจ่ายแรงดัน v_2 มีค่าความถี่ $n\omega$ โดยที่ m และ n เป็นตัวเลขจำนวนเต็ม ค่ากระแสจะแทนได้ในรูปทั่วไป

$$i_1 = I_1 \cos(m\omega t + \phi)$$

และ

$$i_2 = I_2 \cos(n\omega t + \theta)$$

ดังนั้นจะได้ค่ากำลังเฉลี่ยของผลคูณของกระแสทั้งสอง

$$P_{12} = \frac{2R}{T}\int_0^T I_1 I_2 \cos(m\omega t + \phi)\cos(n\omega t + \theta)dt$$

จากตาราง 10.1 จะได้ว่าผลการอินตริเกรทจะเป็นศูนย์เมื่อ $m \neq n$ และจะไม่เป็นศูนย์เมื่อ $m = n$

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิจะเท่ากับผลรวมของค่ากำลังเฉลี่ยที่ได้จากแหล่งจ่ายแต่ละแหล่ง เมื่อความถี่เชิงมุมของแต่ละแหล่งจ่ายเป็นจำนวนเท่าที่เป็นจำนวนเต็มของแหล่งจ่ายอื่นๆ ถ้าแหล่งจ่ายมีเมื่อความถี่เชิงมุมเดียวกัน จะไม่สามารถหาค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิจากผลรวมของค่ากำลังเฉลี่ยที่ได้จากแหล่งจ่ายแต่ละแหล่งได้

ในกรณีที่ m และ/หรือ n ไม่เป็นตัวเลขจำนวนเต็ม เช่น $m = 1 \quad n = 1.5 \quad \theta = \phi = 0^\circ$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P_{12} &= \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} p dt \\
&= \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left[2RI_1 I_2 \cos(\omega t)\cos(1.5\omega t)\right]dt \\
&= \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left[RI_1 I_2 \cos(0.5\omega t) + \cos(2.5\omega t)\right]dt \\
&= 0
\end{aligned}$$

ในสมการข้างบนต้องกลับไปใช้นิยามของกำลังเฉลี่ยเนื่องจากเรากำลังหาค่ากำลังเฉลี่ยของฟังก์ชันโคไซน์สองฟังก์ชันซึ่งมีฟังก์ชันหนึ่งมีคาบไม่เป็นจำนวนเท่าที่เป็นจำนวนเต็มของคาบ T

โดยสรุปจะกล่าวได้ว่า หลักการซุปเปอร์โพสิชันสำหรับกำลังเฉลี่ยเนื่องจากแหล่งจ่ายหลายแหล่งสามารถใช้ได้ หากไม่มีแหล่งจ่ายใดมีความถี่เดียวกันกับแหล่งจ่ายอื่นๆ ในวงจร

ในกรณีที่แหล่งจ่ายคู่ใดคู่หนึ่งมีความถี่เดียวกันจะไม่สามารถใช้หลักการซุปเปอร์โพสิชันสำหรับกำลังเฉลี่ยได้ กรณีนี้รวมในกรณีแหล่งจ่ายกระแสตรง $\omega = 0$ ด้วย หากต้องการหาค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิ ให้ใช้

หลักการซุปเปอร์โพสิชันหาค่าผลรวมเฟสเซอร์ของกระแสจากแต่ละแหล่งจ่าย เช่นในกรณีมี N แหล่งจ่ายจะได้

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \ldots + \mathbf{I}_N$$

จากนั้นจึงคำนวณหาค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิจาก

$$P = \frac{I_m^2}{2} R$$

โดยที่ $\mathbf{I} = I_m \cos\omega t$ และควรต้องระมัดระวังว่าเราไม่สามารถบวกเฟสเซอร์ที่ได้มาจากแหล่งจ่ายที่มีความถี่ไม่เท่ากัน

ตัวอย่าง 10.3 จงหาค่ากำลังเฉลี่ยสำหรับวงจรดังแสดงในรูปที่ 10.3 (ก) เมื่อ $R = 1\,\Omega$ แรงดัน $v_1 = 10\cos 10t$ V และแรงดัน (ก) $v_2 = 2\cos 20t$ (ข) $v_2 = 2\cos 10t$

วิธีทำ (ก) ในกรณีนี้แหล่งจ่ายแรงดัน v_1 และ v_2 มีความถี่ต่างกัน ดังนั้นสามารถใช้หลักการซุปเปอร์โพสิชันได้

$$P = P_1 + P_2$$

โดยที่

$$P_1 = \frac{I_1^2}{2} R = \frac{10^2}{2} = 50 \text{ W}$$

และ

$$P_2 = \frac{I_2^2}{2} R = \frac{2^2}{2} = 2 \text{ W}$$

ดังนั้นจะได้ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิ

$$P = 50 + 2 = 52 \text{ W}$$

(ข) ในกรณีนี้ แหล่งจ่ายแรงดัน v_1 และ v_2 มีความถี่เดียวกัน ดังนั้นไม่สามารถใช้หลักการซุปเปอร์โพสิชันได้ เนื่องจากวงจรเป็นเชิงเส้นดังนั้นจะหาค่าเฟสเซอร์ของกระแสสุทธิในตัวต้านทานได้จาก

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$

จากวงจรได้ว่า $\mathbf{I}_1 = 10$ A และ $\mathbf{I}_2 = -2$ A ดังนั้น

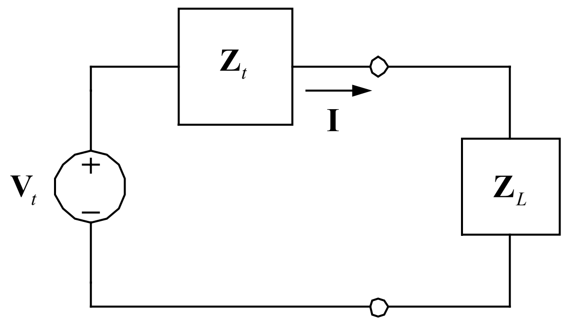
$$\mathbf{I} = 10 - 2 = 8 \text{ A}$$

และจะได้ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิ

$$P = \frac{I^2}{2} R = \frac{8^2}{2} = 32 \text{ W}$$

ในบทที่ 5 เราได้พิสูจน์แล้วว่า สำหรับวงจรตัวต้านทาน ค่ากำลังสูงสุดจะถูกส่งผ่านเมื่อ ค่าความต้านทานโหลดมีค่าเท่ากับค่าความต้านทานเสมือนเทวินิน ในหัวข้อนี้จะพิจารณากรณีวงจรกระตุ้นด้วยไซนูซอยด์ในสภาวะคงตัว ดังแสดงในรูปที่ 10.4 ซึ่งมีอิมพีแดนซ์โหลด $\mathbf{Z}_L$ ต่ออยู่ค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายไปยังโหลดคือ

$$P = \frac{I_m^2}{2} R_L$$



รูปที่ 10.4 วงจรสมมูลเทวินินต่อกับอิมพีแดนซ์โหลด $\mathbf{Z}_L$

ค่าเฟสเซอร์ของกระแส

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{Z}_t + \mathbf{Z}_L}$$

$$= \frac{\mathbf{V}_t}{(R_t + jX_t) + (R_L + jX_L)}$$

โดยที่เราสามารถเลือกค่า R_L และ X_L ได้ ค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายให้โหลดคือ

$$P = \frac{I^2}{2} R_L = \frac{|\mathbf{V}_t|^2 R_L/2}{(R_t + R_L)^2 + (X_t + X_L)^2}$$

เราต้องการค่ากำลังสูงสุดที่โหลด สามารถกำจัดพจน์ $(X_t + X_L)^2$ ได้โดยให้ $X_L = -X_t$ จะได้

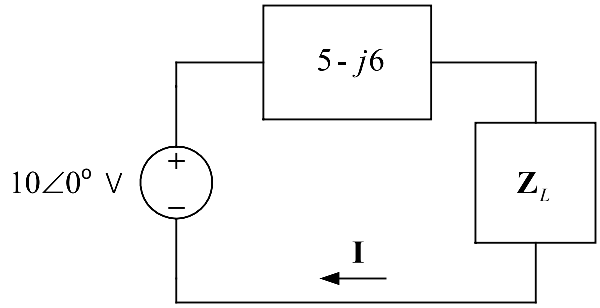
$$P = \frac{|\mathbf{V}_t|^2 R_L}{2(R_t + R_L)^2}$$

ค่ากำลังเฉลี่ยสูงสุดหาได้โดยการหาอนุพันธ์ dP/dR_L และให้มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเราจะพบว่า $dP/dR_L = 0$ เมื่อ $R_L = R_t$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathbf{Z}_L = R_t - jX_t$$

หรือกล่าวว่าค่ากำลังเฉลี่ยสูงสุดที่อิมพีแดนซ์โหลดจะเกิดขึ้นเมื่อค่าอิมพีแดนซ์โหลด $\mathbf{Z}_L$ คือคอนจูเกต (Conjugate) ของอิมพีแดนซ์เสมือนเทวินิน $\mathbf{Z}_t^*$

ตัวอย่าง 10.4 จงหาค่าอิมพีแดนซ์โหลดที่จะทำให้ค่ากำลังเฉลี่ยสำหรับวงจรดังแสดงในรูป Ex 10.4 มีค่าสูงสุด



รูปที่ Ex 10.4

วิธีทำ เราเลือกค่าอิมพีแดนซ์โหลด $\mathbf{Z}_L$ ให้เท่ากับคอนจูเกตของอิมพีแดนซ์เสมือนเทวินิน $\mathbf{Z}_t^*$

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_t^* = 5 + j6$$

หาค่ากำลังสูงสุดได้ โดยที่ค่ากระแส

$$\mathbf{I} = \frac{10\angle 0^\circ}{5+5} = 1\angle 0^\circ$$

ดังนั้นค่ากำลังเฉลี่ยสูงสุดที่ส่งให้อิมพีแดนซ์โหลดคือ

$$P = \frac{I_m^2}{2} R_L = \frac{1^2}{2} \times 5 = 2.5 \text{ W}$$

10.4 ค่าประสิทธิผลของรูปคลื่นไซนูซอยด์

ค่าแรงดันที่วัดได้จากปลั๊กไฟฟ้าในบ้านมีค่า 220 V ซึ่งย่อมไม่ใช่ค่าเฉลี่ยของแรงดันไซนูซอยด์ ที่เราทราบว่าจะมีค่าเป็นศูนย์ และคงไม่ใช่ค่าชั่วขณะหรือค่าสูงสุด V_m ของแรงดัน $v = V_m \cos \omega t$ เช่นกัน

ค่าประสิทธิผล (Effective Value) ของแรงดัน คือการวัดความสัมฤทธิ์ผลของการส่งกำลังไปยังตัวต้านทานโหลด เกิดขึ้นมาจากความต้องการที่จะให้แหล่งจ่ายแรงดัน (หรือกระแส) ส่งกำลังเฉลี่ยไปยังตัวต้านทานโหลดเท่ากับแหล่งจ่ายแรงดัน (หรือกระแส) กระแสตรงที่มีค่าแรงดัน (หรือกระแส) เท่ากัน รูปที่ 10.5 แสดงแนวคิด และเป้าหมายของการหาค่าประสิทธิผล ซึ่งก็คือ การหาค่า V_{eff} (หรือ I_{eff}) ที่จะส่งกำลังหรือพลังงานเท่ากับแหล่งจ่ายที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาเป็นฟังก์ชันคาบ $v_s(t)$ (หรือ $i_s(t)$)

ค่าพลังงานที่ส่งในช่วงเวลาหนึ่งคาบ T คือ

$$w = PT$$

โดยที่ P คือค่ากำลังเฉลี่ย

ค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับตัวต้านทาน R โดยกระแส i คือ

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 R dt \tag{10.5}$$

เราเลือกค่าคาบของกระแสที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาเป็นช่วงในการอินตริเกรท

ค่ากำลังเฉลี่ยที่ส่งให้กับตัวต้านทาน R โดยกระแสตรง I_{eff} คือ

$$P = I_{eff}^2 R \tag{10.6}$$

เมื่อ I_{eff} คือค่ากระแสตรงที่จะส่งกำลังค่าเดียวกับกระแสที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา นั่นคือ I_{eff} ถูกนิยามว่าเป็นค่ากระแสคงตัวหรือคงที่ ที่มีประสิทธิผลในการส่งกำลังค่าเดียวกับค่ากำลังเฉลี่ยของกระแสที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา

ให้สมการ (10.5) เท่ากับสมการ (10.6) จะได้

$$I_{eff}^2 R = \frac{R}{T}\int_0^T i^2 dt$$

แก้สมการหาค่า I_{eff} ได้

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \tag{10.7}$$

จากสมการ (10.7) จะเห็นได้ว่าค่า I_{eff} คือค่ารากกำลังสองของค่าเฉลี่ยของกระแสยกกำลังสองดังนั้นจึงนิยมเรียกค่าประสิทธิผล I_{eff} ว่าค่ากระแสรากของกำลังสองเฉลี่ย (Root-Mean-Square) I_{rms}

พิจารณาค่ากระแสรากของกำลังสองเฉลี่ย I_{rms} ของกระแสไซนูซอยด์ $i = I_m \cos\omega t$ จะได้จากสมการ (10.7) ว่า

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2\omega t dt} \\ &= \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(1+\cos 2\omega t) dt} \end{aligned}$$

จากตาราง 10.1 ได้ผลการอินตริเกรทเท่ากับ $T/2$ ดังนั้น

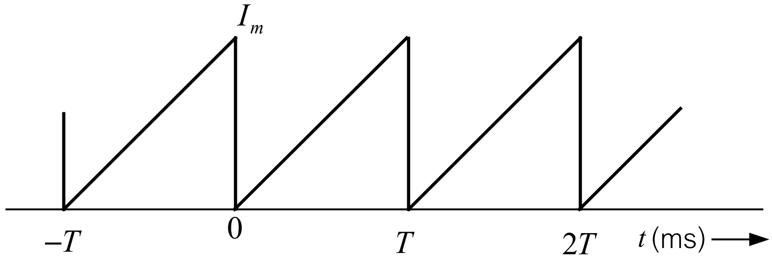
$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \tag{10.8}$$

ค่ากระแสรากของกำลังสองเฉลี่ย I_{rms} ตามสมการ (10.8) ใช้สำหรับกระแสไซนูซอยด์เท่านั้นหากกระแสเปลี่ยนแปลงกับเวลาเป็นรูปคลื่นอื่นๆ จะต้องทำการแทนฟังก์ชันรูปคลื่นนั้นแล้วทำการหาค่าจากนิยามของค่ากระแสรากของกำลังสองเฉลี่ยในสมการที่ (10.7)

ในทำนองเดียวกัน ค่าแรงดันรากของกำลังสองเฉลี่ย V_{rms} ก็จะหาได้จากสมการ

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt} \tag{10.9}$$

ตัวอย่าง 10.5 จงหาค่าประสิทธิผลของกระแสซึ่งมีรูปคลื่น ดังแสดงในรูป Ex 10.5



รูปที่ Ex 10.5

วิธีทำ เขียนฟังก์ชันของกระแสในช่วงหนึ่งคาบ $0 \le t \le T$ จะได้

$$i = \frac{I_m}{T}t \quad 0 \le t \le T$$

ค่ากระแสประสิทธิผลคือ

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{I_m^2}{T^2}t^2 dt}$$
$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T^3}\left[\frac{t^3}{T^3}\right]_0^T} = \sqrt{\frac{I_m^2}{3}}$$

หริอ

$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

ในทางปฏิบัติจะต้องระมัดระวังว่าค่าแรงดันไซนูซอยด์อยู่ในรูปของค่าประสิทธิผล $V_{eff} = V_{rms}$ หรือค่าสูงสุด V_m ซึ่งบางครั้งนิยมเรียกว่าค่ายอด (Peak Value) V_p ในระบบส่งและจำหน่ายไฟฟ้ากำลัง หรือตามบ้านทั่วไป ค่าแรงดัน 220 V จะเป็นค่ารากของกำลังสองเฉลี่ย V_{rms} หรือค่าประสิทธิผล V_{eff} แต่ในระบบอิเล็กทรอนิกส์ หรือระบบสื่อสารค่าแรงดันอาจบอกเป็นค่าสูงสุด V_m ค่ายอด V_p ก็ได้ ในกรณีที่ไม่เขียนตัวห้อยให้พิจารณาจากระบบหรือวงจรที่เกี่ยวข้องหรือดูจากนัยของผู้ให้ข้อมูล ในการศึกษาต่อไปนี้จะเขียนสัญลักษณ์ของค่ารากของกำลังสองเฉลี่ยหรือค่าประสิทธิผลโดยไม่เขียนตัวห้อย

เนื่องจากค่ากำลังเฉลี่ยถูกนำมาใช้ในการหาค่ารากของกำลังสองเฉลี่ย ดังนั้นเรากล่าวได้ว่าค่ากำลังเฉลี่ยในรูปของกระแสประสิทธิผลคือ

$$P = (I_1^2 + I_1^2 + \ldots + I_N^2)R \tag{10.10}$$

ถ้ากระแสประสิทธิผลแต่ละค่ามีความถี่ต่างกัน ถ้ามีกระแสคู่ใดมีความถี่เหมือนกัน จะไม่สามารถใช้วิธีการรวมตามสมการที่ 10.10 ได้ ตัวอย่างเช่น ถ้ามีค่ากระแสประสิทธิผล 5 A ที่ความถี่ 50 Hz และ 2 A ที่ความถี่ 60 Hz จะได้ค่ากำลังเฉลี่ยที่ถูกใช้โดยตัวต้านทาน $3\,\Omega$ เท่ากับ

$$P = (5^2 + 2^2) \times 3 = 87 \text{ W}$$

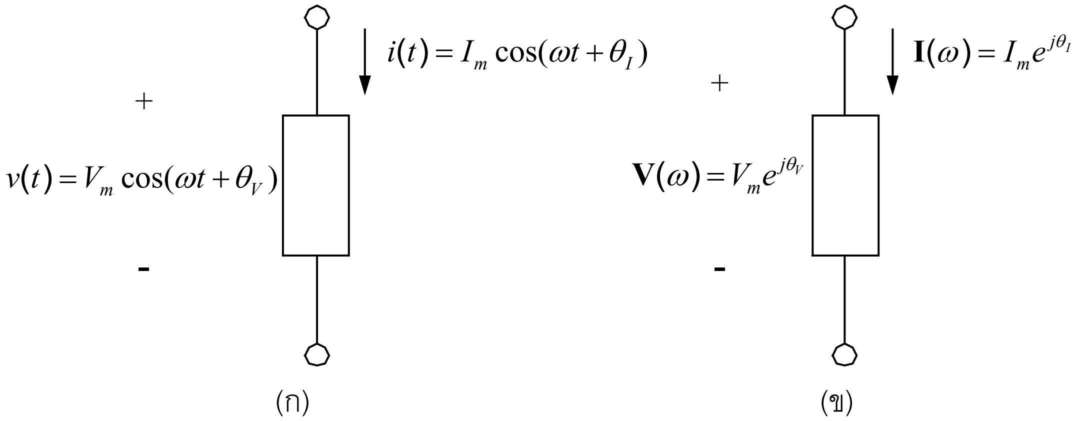
แต่ถ้ามีค่ากระแสประสิทธิผล 5 A ที่ความถี่ 50 Hz และ 2 A ที่ความถี่ 50 Hz ค่ากำลังเฉลี่ยสุทธิจะขึ้นกับเฟสของกระแสไซนูซอยด์ทั้งสองด้วย ซึ่งอาจมีค่าตั้งแต่ 3 A ถึง 7 A แล้วแต่ความต่างเฟส

ถ้าต้องการหาค่าประสิทธิผลของกระแส I ซึ่งประกอบด้วยกระแสไซนูซอยด์หลายความถี่ จะสามารถใช้สมการ (10.10) พิสูจน์ได้ว่าค่ากำลังสองของค่าประสิทธิผลคือ

$$I^2 = I_1^2 + I_1^2 + \ldots + I_N^2 \tag{10.11}$$

10.5 กำลังเชิงซ้อน

พิจารณาวงจรเชิงเส้นในสภาวะคงตัว ค่าแรงดันและกระแสของแต่ละองค์ประกอบจะเป็นไซนูซอยด์ที่มีความถี่เดียวกับความถี่ของสัญญาณเข้า เราสามารถวิเคราะห์วงจรนี้ในโดเมนความถี่ได้โดยใช้เฟสเซอร์



รูปที่ 10.5 ค่ากระแสและแรงดันขององค์ประกอบหนึ่ง

(ก) ในโดเมนเวลา (ข) โดเมนความถี่

รูปที่ 10.5 แสดงค่ากระแสและแรงดันขององค์ประกอบหนึ่ง ในโดเมนเวลา (ก) และโดเมนความถี่ (ข) สังเกตว่าใช้ทิศทางอ้างอิงตามสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ ในหัวข้อที่แล้วเราได้ศึกษาการคำนวณค่ากำลังชั่วขณะและกำลังเฉลี่ย จากค่ากระแสและแรงดันขององค์ประกอบนี้ในโดเมนเวลา ในหัวข้อนี้จะศึกษาการหาค่ากำลังไฟฟ้าจากค่ากระแสและแรงดันขององค์ประกอบในโดเมนความถี่

$$\mathbf{I}(\omega) = I_m \angle \theta_I \tag{10.12}$$

และ

$$\mathbf{V}(\omega) = V_m \angle \theta_V \tag{10.13}$$

นิยามของค่ากำลังเชิงซ้อนที่ส่งมายังองค์ประกอบนี้คือ

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{\mathbf{VI}^*}{2} = \frac{(I_m \angle -\theta_I)(V_m \angle \theta_V)}{2} \\ &= \frac{I_m V_m}{2} \angle(\theta_V - \theta_I)\end{aligned} \tag{10.14}$$

โดยที่ $\mathbf{I}^*$ คือค่าคอนจูเกตของเฟสเซอร์ $\mathbf{I}$ เรียกขนาดของกำลังเชิงซ้อน

$$|\mathbf{S}| = \frac{V_m I_m}{2} \tag{10.15}$$

ว่าค่ากำลังปรากฏ (Apparent Power) เขียนค่ากำลังเชิงซ้อนจากสมการ (10.14) ในรูปโพลาร์ได้

$$\mathbf{S} = \underbrace{\frac{I_m V_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I)}_{P} + j\underbrace{\frac{I_m V_m}{2}\sin(\theta_V - \theta_I)}_{Q} \tag{10.16}$$

หรือ

$$\mathbf{S} = P + jQ \tag{10.17}$$

โดยที่ค่ากำลังเฉลี่ยหรือกำลังจริง (Real Power) คือ

$$P = \frac{I_m V_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) \tag{10.18}$$

และค่ากำลังรีแอกทีฟ (Reactive Power) หรือกำลังส่วนจินตภาพ (Imaginary Part Power) คือ

$$Q = \frac{I_m V_m}{2}\sin(\theta_V - \theta_I) \tag{10.19}$$

แม้ว่าค่ากำลังทั้งสามค่าคือ กำลังเชิงซ้อน กำลังจริง และกำลังรีแอกทีฟ จะคำนวณมาจากผลคูณของค่ากระแส และแรงดัน แต่จะใช้หน่วยแตกต่างกันคือ กำลังเชิงซ้อนมีหน่วยเป็น โวลท์แอมป์ (VA) กำลังจริงมีหน่วยเป็น วัตต์ (W) และกำลังรีแอกทีฟมีหน่วยเป็น โวลท์แอมป์รีแอกทีฟ (VAR) ตาราง 10.2 สรุปการคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าในโดเมนความถี่

ตาราง 10.2 การคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าในโดเมนความถี่

ปริมาณ	**ความสัมพันธ์ โดยใช้ค่ายอด**	**ความสัมพันธ์ โดยใช้ค่ารากของกำลังสองเฉลี่ย**	**หน่วย**
แรงดัน	$v(t) = V_m(\cos\omega t + \theta_V)$	$v(t) = \sqrt{2}V_{rms}(\cos\omega t + \theta_V)$	V
กระแส	$i(t) = I_m(\cos\omega t + \theta_I)$	$i(t) = \sqrt{2}I_{rms}(\cos\omega t + \theta_I)$	A

ปริมาณ	ความสัมพันธ์ โดยใช้ค่ายอด	ความสัมพันธ์ โดยใช้ค่ารากของกำลังสองเฉลี่ย	หน่วย
กำลังเชิงซ้อน	$\mathbf{S}=\frac{I_mV_m}{2}\cos(\theta_V-\theta_I)+j\frac{I_mV_m}{2}\sin(\theta_V-\theta_I)$	$\mathbf{S}=I_{rms}V_{rms}\cos(\theta_V-\theta_I)+jI_{rms}V_{rms}\sin(\theta_V-\theta_I)$	VA
กำลังปรากฏ	$\lvert\mathbf{S}\rvert=\frac{V_mI_m}{2}$	$\lvert\mathbf{S}\rvert=V_{rms}I_{rms}$	VA
กำลังเฉลี่ย	$\frac{I_mV_m}{2}\cos(\theta_V-\theta_I)$	$I_{rms}V_{rms}\cos(\theta_V-\theta_I)$	W
กำลังรีแอกทีฟ	$\frac{I_mV_m}{2}\sin(\theta_V-\theta_I)$	$I_{rms}V_{rms}\sin(\theta_V-\theta_I)$	VAR

จากรูปที่ 10.5 (ข) ค่าอิมพีแดนซ์ขององค์ประกอบนี้คือ

$$\mathbf{Z}(\omega)=\frac{\mathbf{V}(\omega)}{\mathbf{I}(\omega)}=\frac{V_m\angle\theta_V}{I_m\angle\theta_I}=\frac{V_m}{I_m}\angle(\theta_V-\theta_I) \qquad (10.20)$$

เขียนในรูปเรกแทงกูลาร์ได้

$$\mathbf{Z}(\omega)=\underbrace{\frac{V_m}{I_m}\cos(\theta_V-\theta_I)}_{R}+j\underbrace{\frac{V_m}{I_m}\sin(\theta_V-\theta_I)}_{X} \qquad (10.21)$$

หรือ

$$\mathbf{Z}(\omega)=R+jX$$

เมื่อค่าความต้านทาน

$$R=\frac{V_m}{I_m}\cos(\theta_V-\theta_I)$$

และค่ารีแอกทีฟ

$$X=\frac{V_m}{I_m}\sin(\theta_V-\theta_I)$$

สมการ (10.16) และ (10.21) อยู่ในรูปแบบเหมือนกัน ดังนั้นเราเขียนกำลังเชิงซ้อนในรูปของอิมพีแดนซ์ได้

$$
\begin{aligned}
\mathbf{S} &= \frac{I_m V_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) + j\frac{I_m V_m}{2}\sin(\theta_V - \theta_I) \\
&= \left(\frac{I_m^2}{2}\right)\frac{V_m}{I_m}\cos(\theta_V - \theta_I) + j\left(\frac{I_m^2}{2}\right)\frac{V_m}{I_m}\sin(\theta_V - \theta_I) \qquad (10.22) \\
&= \underbrace{\left(\frac{I_m^2}{2}\right)\mathrm{Re}(\mathbf{Z})}_{P} + j\underbrace{\left(\frac{I_m^2}{2}\right)\mathrm{Im}(\mathbf{Z})}_{Q}
\end{aligned}
$$

ค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายให้กับองค์ประกอบนี้คือ

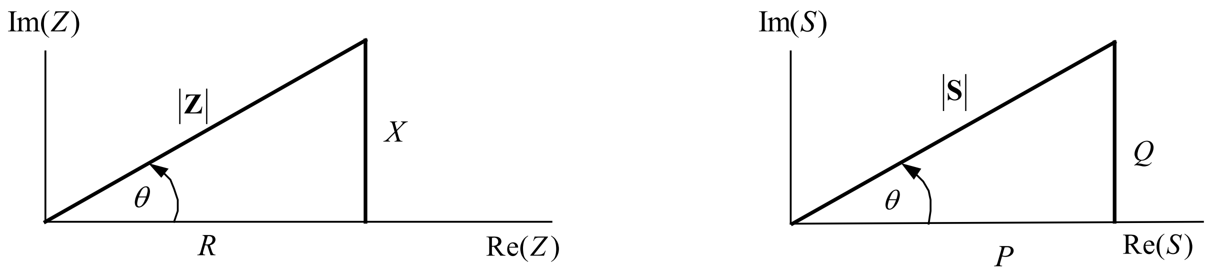
$$P = \left(\frac{I_m^2}{2}\right)\mathrm{Re}(\mathbf{Z}) \qquad (10.23)$$

เมื่อองค์ประกอบนี้คือตัวต้านทาน $\mathrm{Re}(\mathbf{Z}) = R$ จะได้

$$P_R = \left(\frac{I_m^2}{2}\right)R$$

เมื่อองค์ประกอบนี้คือตัวเก็บประจุหรือตัวเหนี่ยวนำ ค่า $\mathrm{Re}(\mathbf{Z}) = 0$ ดังนั้นค่ากำลังเฉลี่ยที่จ่ายให้กับองค์ประกอบนี้จะเป็นศูนย์

รูปที่ 10.6 สรุปสมการ (10.16) และ (10.21) ในรูปสามเหลี่ยมอิมพีแดนซ์และสามเหลี่ยมกำลัง



รูปที่ 10.6 (ก) สามเหลี่ยมอิมพีแดนซ์ (ข) สามเหลี่ยมกำลัง

ค่ากำลังเชิงซ้อนจะอนุรักษ์ คือผลรวมของกำลังเชิงซ้อนที่ใช้โดยองค์ประกอบทุกองค์ประกอบในวงจรจะมีค่าเป็นศูนย์ ตามสมการ

$$\sum_{\substack{all \\ elements}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = 0 \qquad (10.24)$$

เมื่อ $\mathbf{V}_k$ และ $\mathbf{I}_k$ คือเฟสเซอร์ของแรงดันและกระแสขององค์ที่ k^{th} ซึ่งมีทิศทางตามสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ ค่า $\mathbf{V}_k\mathbf{I}_k^*/2$ คือค่ากำลังเชิงซ้อนที่ใช้โดยสาขาที่ k^{th} ผลรวมของกำลังเชิงซ้อนตามสมการ (10.24) นั้นเป็นการรวมผลจากทุกองค์ประกอบในวงจร หากมีองค์ประกอบหนึ่งในวงจรทำหน้าที่จ่ายพลังงานให้กับวงจร ค่า $\mathbf{V}_k\mathbf{I}_k^*/2$ ขององค์ประกอบนั้นจะเป็นลบ ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบนี้กำลังจ่ายพลังงานไม่ใช่กำลังใช้พลังงาน ในบางครั้งเราจะเขียนสมการ (10.24) ใหม่ดังนี้

$$\sum_{sources} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = \sum_{\substack{other \\ elements}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} \tag{10.25}$$

เมื่อทุกองค์ประกอบในวงจรมีทิศทางอ้างอิงตามสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ ยกเว้นองค์ประกอบแหล่งจ่าย เมื่อไม่อ้างอิงทิศทางตามสัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ จะทำให้ค่า $\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*/2$ คือกำลังเชิงซ้อนที่จ่ายออกมาโดยสาขาที่ k^{th} ดังนั้นสมการ (10.25) จะหมายความว่ากำลังเชิงซ้อนที่จ่ายโดยแหล่งจ่ายจะเท่ากับกำลังเชิงซ้อนที่ใช้โดยองค์ประกอบอื่นๆของวงจร

สมการ (10.24) มีนัยว่าทั้งค่าส่วนจริง

$$\mathrm{Re}\left(\sum_{\substack{all \\ elements}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} \right) = \sum_{\substack{all \\ elements}} \mathrm{Re} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = 0$$

และส่วนจินตภาพ

$$\mathrm{Im}\left(\sum_{\substack{all \\ elements}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} \right) = \sum_{\substack{all \\ elements}} \mathrm{Im} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = 0$$

หรือ

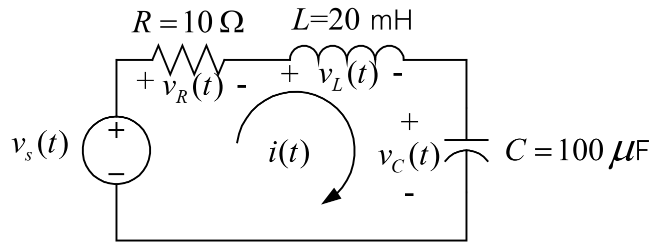
$$\sum_{\substack{all \\ elements}} P_k = 0$$

และ

$$\sum_{\substack{all \\ elements}} Q_k = 0$$

กล่าวได้ว่าค่ากำลังทั้งสามค่าคือ กำลังเชิงซ้อน กำลังจริง และกำลังรีแอกทีฟจะอนุรักษ์นั่นเอง

ตัวอย่าง 10.6 จงตรวจสอบว่าค่ากำลังเชิงซ้อนของวงจร ดังแสดงในรูป Ex 10.6 อนุรักษ์หรือไม่ เมื่อกำหนด $v_s = 100\cos 1000t$ V



รูปที่ Ex 10.6