

Fluid Mechanics

Chapter 2

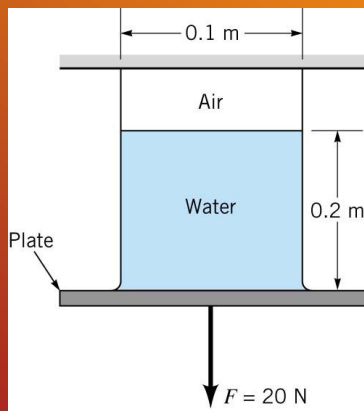
Fluid Statics

Asst.Prof.Denpong Soodphakdee

มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Department of Mechanical Engineering



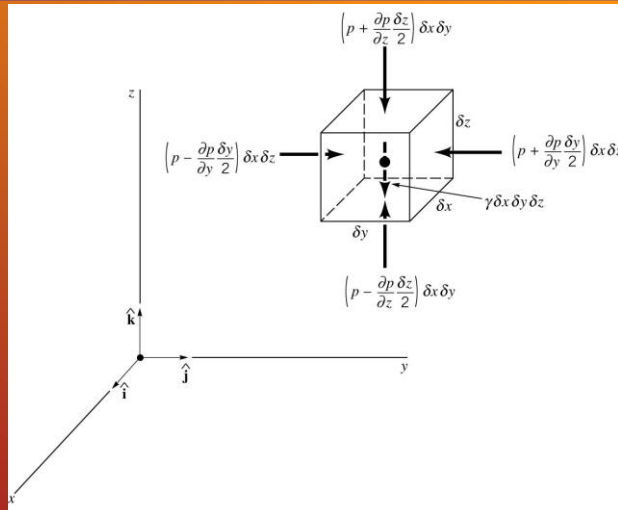
Fluid Statics



- ✦ Important assumption is there is no shearing stress present in a fluid at rest



Basic Equation for Pressure Field



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

[3]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Pressure Variation in a Fluid at rest

For a fluid at rest $\mathbf{a} = 0$, then

$$\nabla p + \gamma \hat{\mathbf{k}} = 0$$

or in component form

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$$

or

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma$$

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

[4]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Pressure Variation in a Fluid at rest --- Incompressible Fluid

Integrate previous equation

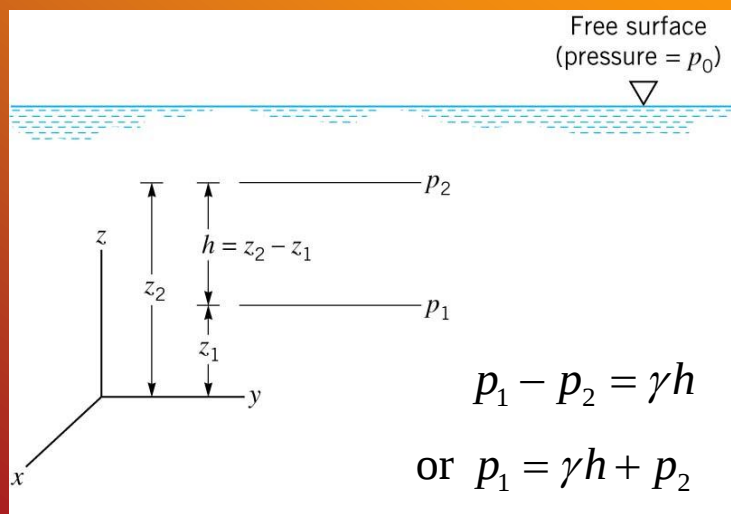
$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$$

yield

$$p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1) \quad \text{or} \quad p_1 - p_2 = \gamma(z_2 - z_1)$$



Pressure Variation in a Fluid at rest --- Incompressible Fluid





Pressure Variation in a Fluid at rest --- Incompressible Fluid

The pressure different between two points can be specified by the distance, h since

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

The **pressure head**, h , is the height of a column of fluid that would give the specified pressure difference.

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

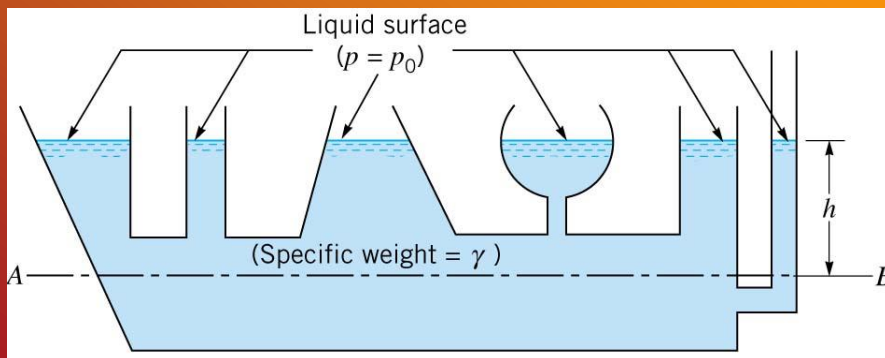
[7]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Pressure Variation in a Fluid at rest --- Incompressible Fluid

- ✦ In a work that fluid is expose to atmosphere at free surface, it is convenient to use free surface pressure as a reference pressure, p_0



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[8]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Standard Atmosphere

- ◆ Temperature 288.15 K
- ◆ Pressure 101.33 kPa (abs)
- ◆ Density 1.225 kg/m³
- ◆ Specific weight 12.014 N/m³
- ◆ Viscosity 1.789×10^{-5} N.s/m²

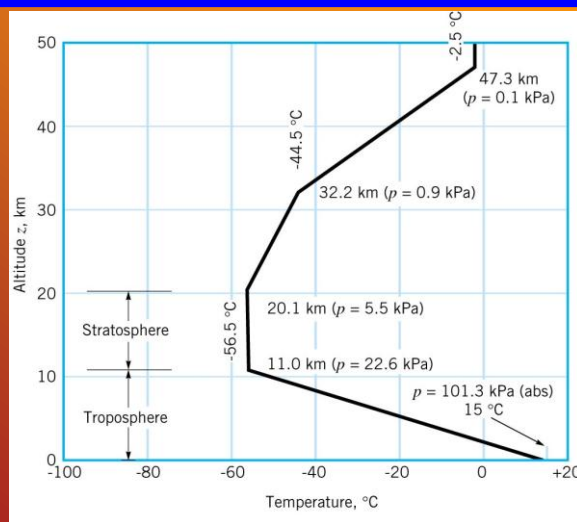
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

[9]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Variation of Temperature with Altitude



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

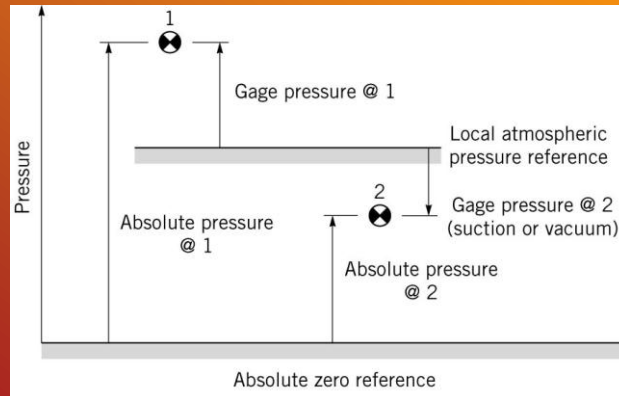
[10]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Measurement of Pressure

Pressure is designate as either absolute pressure or gage pressure



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

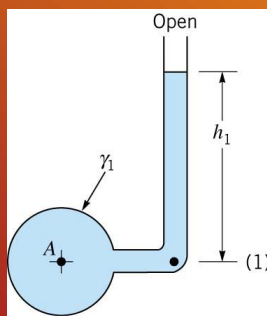
[11]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



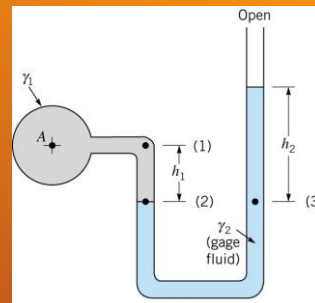
Manometry

Manometers use vertical or inclined liquid columns to measure pressure



Piezometer Tube

$$p_A = \gamma_1 h_1$$



U-Tube Manometer

$$p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

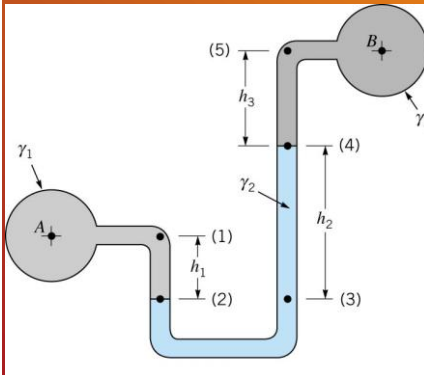
[12]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



Manometry

Manometer are often used to measure the difference in pressure between two points



$$p_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = p_B$$

or

$$p_A - p_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

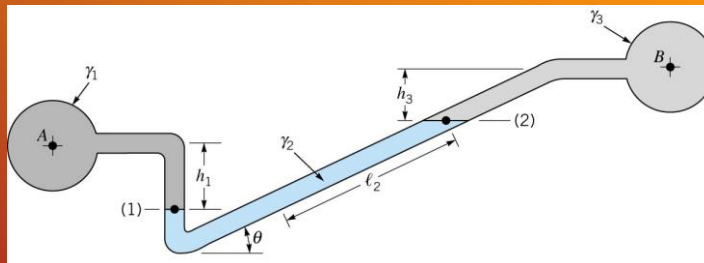
[13]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Inclined-Tube Manometer

Inclined-tube manometer can be used to measure small pressure differences accurately



$$p_A - p_B = \gamma_2 \ell_2 \sin \theta \quad \text{or} \quad \ell_2 = \frac{p_A - p_B}{\gamma_2 \sin \theta}$$

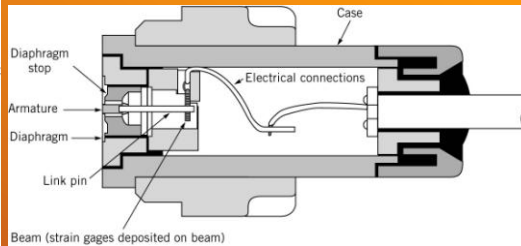
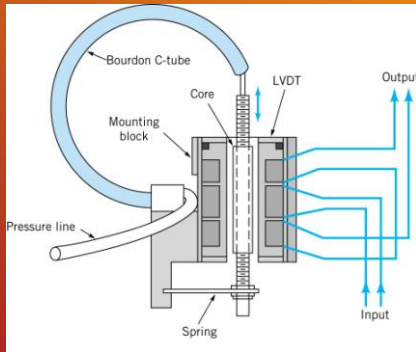
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[14]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Pressure Gage



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

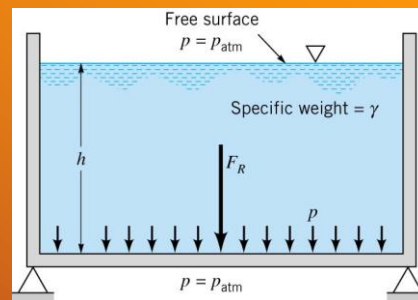
[15]

ศส.ดร.เต็มพงษ์ สุขภักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface

- When a surface submerged in a fluid, forces develop on the surface due to fluid.
- Resultant force is important in the design of storage tanks, ships, dams, and other hydraulic structure.
- For fluid at rest, the force is perpendicular to the surface since there are no shearing stresses present.
- For horizontal surface, the magnitude of resultant force is simply, $F_R = pA$.



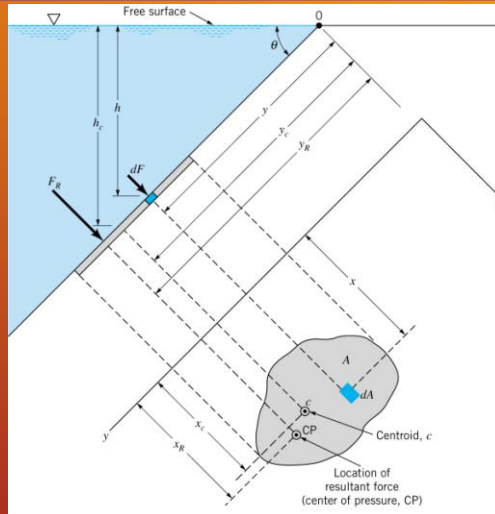
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[16]

ศส.ดร.เต็มพงษ์ สุขภักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



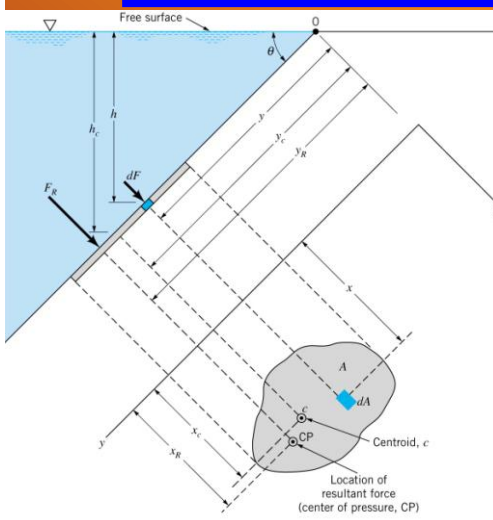
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[17]

ศศ.ดร.เต็มพงษ์ สุขภักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



$$dF = p dA = \gamma h dA$$

$$\begin{aligned} F_R &= \int_A \gamma h dA \\ &= \int_A \gamma y \sin \theta dA \\ &= \gamma \sin \theta \int_A y dA \end{aligned}$$

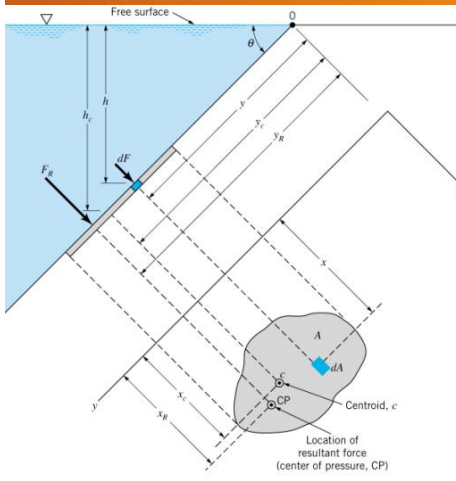
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[18]

ศศ.ดร.เต็มพงษ์ สุขภักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



$$\int_A y dA \text{ is the}$$

first moment of area.

where y_c is the y coordinate of the centroid.

$$F_R = \gamma A y_c \sin \theta$$

or

$$F_R = \gamma h_c A$$



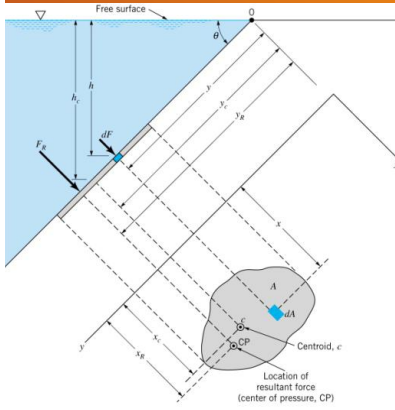
Hydrostatic Force on a Plane Surface

$$F_R = \gamma h_c A$$

- ✦ h_c is the **vertical distance** from the fluid surface to the centroid of the area.
- ✦ The magnitude of the resultant force is depend only on **the specific weight** of the fluid, **the total area**, and **the depth of the centroid** of the area.
OR
- ✦ The magnitude of the resultant force is equal to the **pressure at the centroid of the area multiply by the total area**.
- ✦ The line of action of the resultant force is **NOT** pass through the centroid of the area.



Hydrostatic Force on a Plane Surface



The y coordinate of the resultant force can be determined by summation of moments around the x -axis.

$$F_R y_R = \int_A y dF = \int_A \gamma \sin \theta y^2 dA$$

$$= \gamma \sin \theta \int_A y^2 dA$$

since $F_R = \gamma A y_c \sin \theta$ therefore

$$y_R = \frac{\int_A y^2 dA}{y_c A}$$

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[21]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface

The integral term is the **second moment of the area** (moment of inertia), I_x , thus

$$y_R = \frac{I_x}{y_c A}$$

by parallel axis theorem, $I_x = I_{xc} + A y_c^2$

$$y_R = \frac{I_{xc}}{y_c A} + y_c$$

Similarly for x_R ,

$$F_R x_R = \int_A \gamma \sin \theta x y dA$$

therefore

$$x_R = \frac{\int_A x y dA}{y_c A} = \frac{I_{xy}}{y_c A}$$

by parallel axis theorem

$$x_R = \frac{I_{xyc}}{y_c A} + x_c$$

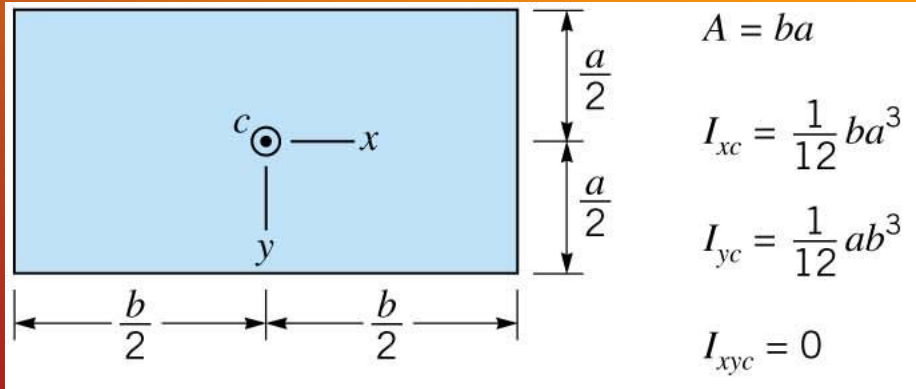
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[22]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



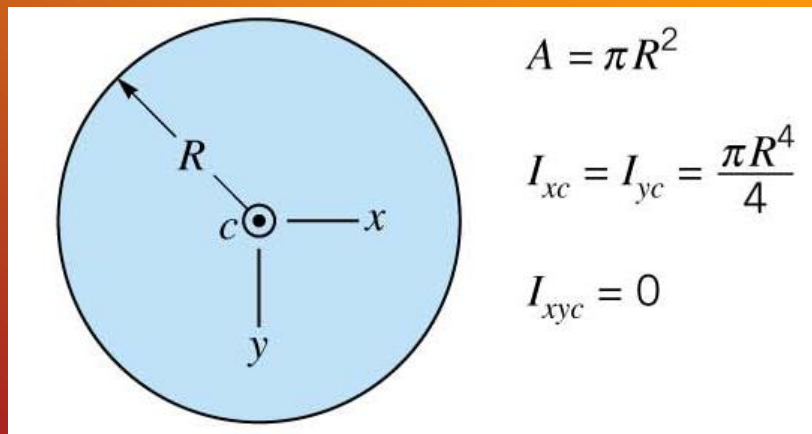
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[23]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Hydrostatic Force on a Plane Surface



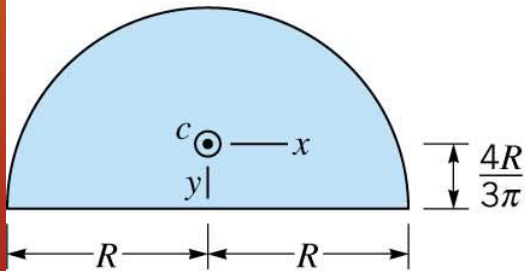
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[24]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Hydrostatic Force on a Plane Surface



$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$I_{xc} = 0.1098R^4$$

$$I_{yc} = 0.3927R^4$$

$$I_{xyc} = 0$$

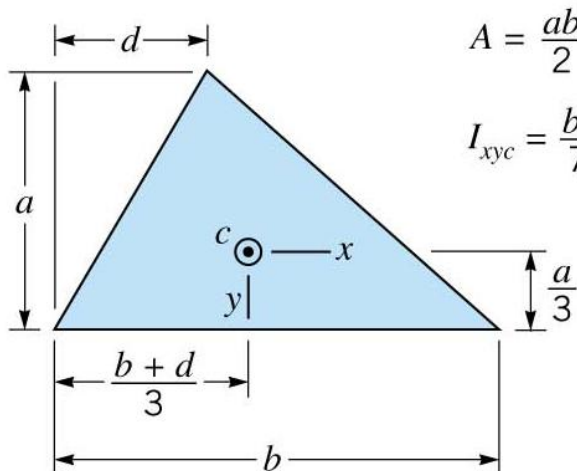
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[25]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



$$A = \frac{ab}{2} \quad I_{xc} = \frac{ba^3}{36}$$

$$I_{xyc} = \frac{ba^2}{72}(b - 2d)$$

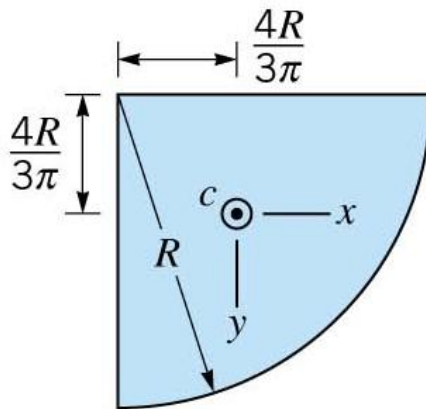
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[26]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Hydrostatic Force on a Plane Surface



$$A = \frac{\pi R^2}{4}$$

$$I_{xc} = I_{yc} = 0.05488R^4$$

$$I_{xyc} = -0.01647R^4$$

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[27]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Pressure Prism

- ◆ The pressure prism is a geometric representation of the hydrostatic force on a plane surface.
- ◆ When we draw pressure variation on depth, h , acting on area, A , the volume is the **pressure prism**.
- ◆ The magnitude of the resultant fluid force is equal to the volume of the pressure prism and passes through its centroid.

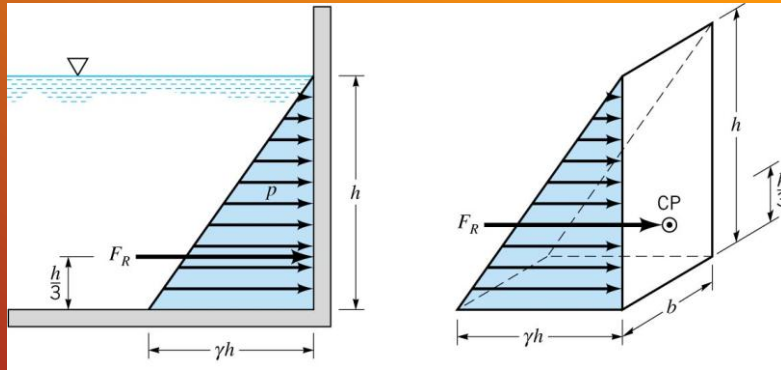
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[28]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Pressure Prism



$$F_R = \text{volume} = \frac{1}{2}(\gamma h)(bh) = \gamma \left(\frac{h}{2} \right) A$$

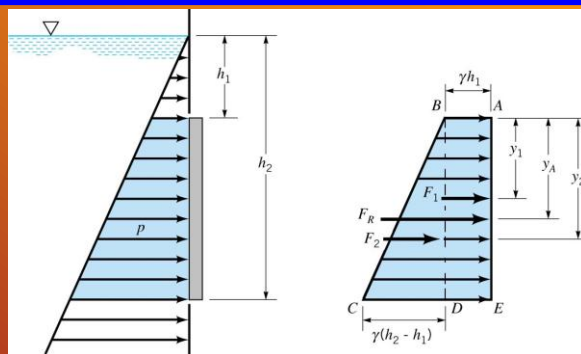
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[29]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



Pressure Prism



Magnitude:

$$F_R = F_1 + F_2$$

Line of action:

$$F_R y_A = F_1 y_1 + F_2 y_2$$

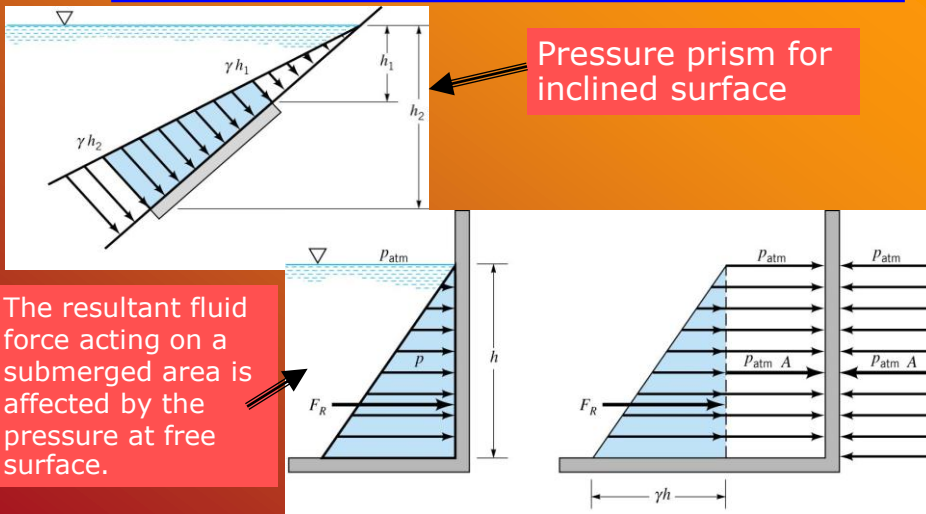
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[30]

ศาสตราจารย์ สุวัฒน์ศักดิ์



Pressure Prism



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[31]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Hydrostatic Force on a Curved Surface



- ♦ The development of a free-body diagram of a suitable volume of fluid can be used to determine the resultant fluid force acting on a curved surface.
- ♦ Although the resultant fluid force can be determined by integration, as was done for plane surface, this is generally a rather tedious process and no simple general formulas can be developed for nonplanar surface.

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

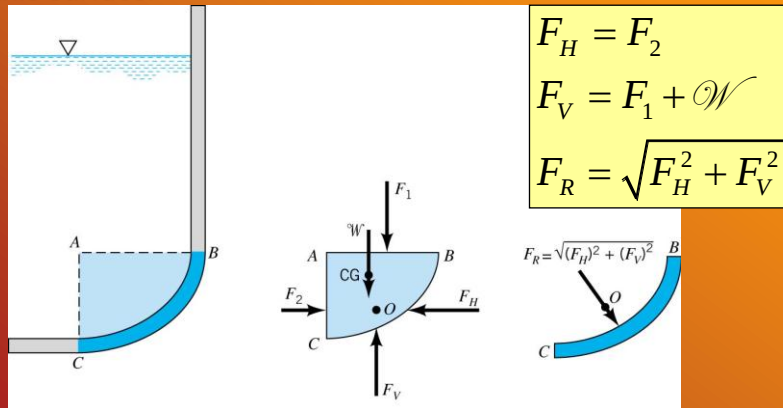
[32]

ศศ.ดร.เด่นพงษ์ สุดภักดี



Hydrostatic Force on a Curved Surface

- An alternative approach is the consideration of the **equilibrium of the fluid volume** enclosed by the curved surface of interest and the horizontal and vertical **projection** of this surface.



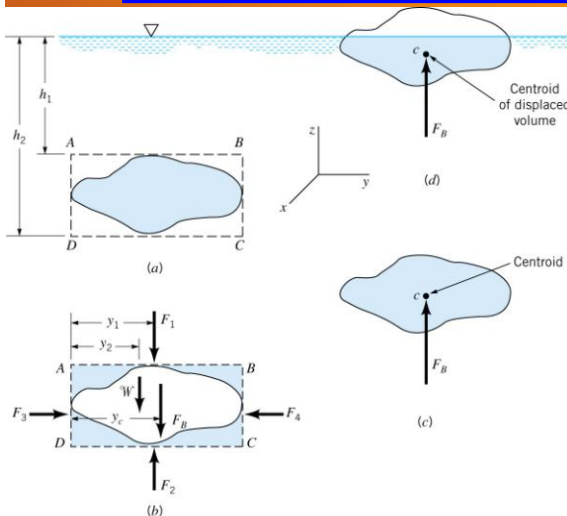
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[33]

ผศ.ดร.เต็มพงษ์ สุดภักดี



Buoyancy



$$F_B = F_2 - F_1 - W$$

where $F_2 - F_1 = \gamma(h_2 - h_1)A$

$$F_B = \gamma(h_2 - h_1)A - \gamma[(h_2 - h_1)A - V]$$

$$F_B = \gamma V$$

Archimedes' principle states that **the buoyant force has a magnitude equal to the weight of the fluid displaced by the body and is directed vertically upward.**

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[34]

ผศ.ดร.เต็มพงษ์ สุดภักดี

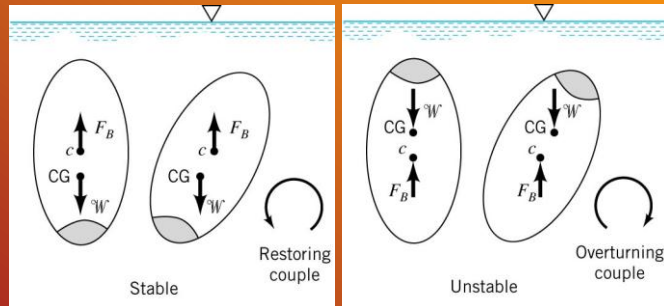


Stability



- Submerged or floating bodies can be either in a stable or unstable position.
- The Stability of a body can be determined by considering what happens when it is displaced from its equilibrium position.

Submerged body



ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

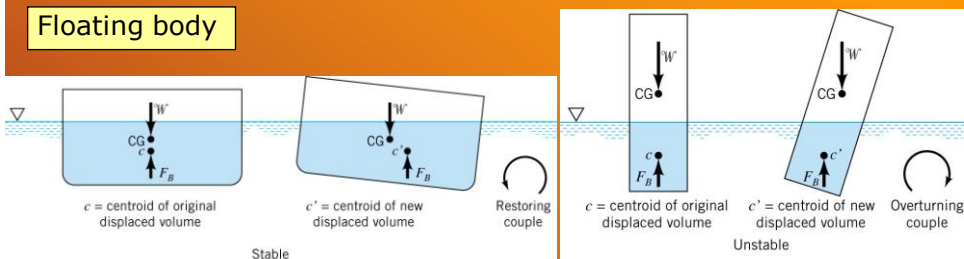
[35]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์



Stability

Floating body



- The determination of the stability of submerged or floating bodies can be difficult since the analysis depends in a complicated fashion on the particular geometry and weight distribution of the body.

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[36]

ศาสตราจารย์สุศักดิ์