

แบบฝึกหัดที่ 1

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression)

1. $2x^2 - 3xy$

2. $4x + 8y + 12z$

3. $3x^2 + 6x^3 + 12x^4$

4. $9s^4t + 15s^2t^3 - 3s^2t^2$

5. $10a^2b^3c^4 - 15a^3b^2c^4 + 30a^4b^3c^2$

6. $4a^{n+1} - 8a^{2n}$

ตอบ $4a^{n+1}(1 - 2a^{n-1})$

7. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

a) $32x276 + 64x362$

b) $79x1125 - 79x125$

c) $12345x567 - 567x2345$

8. $9mn^2 - 45m^2n^3l + 81m^3n^2l^2$

9. $a^2x + abx + ac + aby + b^2y + bc$

10. $3xyz + 9x^2y^2z - 18xyz^2$

11. $bx - ab + x^2 - ax$

12. $3ax - ay - 3bx + by$

13. $9a^3b^2 + 6a^2b - 12a^2b$

14. $5x - 5y - ax + ay$

15. $ax^2 + ax - b - bx$

16. $(a+b-c)(x+y) - (a+b-c)$

17. $a(x^2 - y) + 2b(x^2 - y)$

18. $(4u+v)^2 + (4u+3v)(4u-3v)$

19. $2k(y-m) - 3n(m-y)$

20. $xy^3 + 2y^2 - xy - 2$

21. $bx - ab + x^2 - ax$

22. $3ay-ay-3bx+by$

23. $6x^2-4ax-9bx+6ab$

24. $ax+ay+x+y$

25. x^2-4y^2+x+2y

26. $x^3+x^2y+xy^2+y^3$

27. $x^7+27x^4-x^3-27$

ตอบ $[(x+3)(x^2-3x+9)(x^2+1)(x+1)(x-1)]$

28. $a^2c-abd-abc+a^2d$

29. $2x^2-15z-6x+5yz-xy-5xz$

แบบฝึกหัดที่ 2

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression) เฉพาะข้อยากได้วงเล็บ คำตอบไว้ข้างล่างของแต่ละข้อแล้ว

1. $x^2+12x+20$

2. $x^2-7x+12$

3. $x^2+2x-15$

4. $x^2-5x-24$

5. $x^2-11x-12$

6. $m^2-14m+48$

7. $r^2+16r+64$

8. $y^2-28y-60$

9. $a^2b^2+10ab+16$

10. $a^2b^2+12ab+35$

11. $x^2+16xy+63y^2$

12. $2x^2-14x-120$

13. $5b^2+15b-50$

14. $x^2-7xy+12y^2$

15. $x^2+xy-12y^2$

16. $16-10x+x^2$

17. $20-x-x^2$

18. $3x^3-3x^2-18x$

19. y^4+7y^2+12

20. m^4+m^2-2

21. $2w^2-8w+6$

22. $18n^2+24n+6$

23. $x^2+14x-147$

24. $27x^2+210x-125$

25. $5m^3-120m^2+720m$

26. $(a+b)^2-5a-5b+6$

27. $x^3y^3 + x^2y^2 - 72xy$

28. $(x+1)^2 + 3(x+1) + 2 + [(x+3)(x+2)]$

29. $(x+y)^2 - 3(x+y)a + 42a^2$

30. $(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) + 9$

31. $2(x^2 - 1)^2 - 5(x^2 + 1) + 3$

32. $45ab^2 + 60abz + 20az^2$

33. $s^2t^2 - 2st^3 - 63t^2$

[ตอบ $t^2(s-9t)(s+7t)$]

34. $z^4 - 10z^2 + 9$

[ตอบ $(z+1)(z-1)(z+3)(z-3)$]

35. $x^2 - 2xy + y^2 + 10(x-9) + 9$

[ตอบ $(x-y+1)(x-y+9)$]

36. $x^{2a} - x^a - 30$

[ตอบ $(x^a - 6)(x^a + 5)$]

37. $x^{m+2n} + 7x^{m+n} + 10x^m$

[ตอบ $(x^m(x^n + 2)(x^n + 5))$]

38. $a^{2(y-1)} - 5a^{y-1} + 6$

[ตอบ $(a^{y-1} - 3)(a^{y-1} - 2)$]

39. $12(x+y)^2 + 8(x+y) - 15$

[ตอบ $(6x+6y-5)(2x+2y+3)$]

40. $6b^{2n+1} + 5b^{n+1} - 6b$

[ตอบ $b(2b^n + 3)(3b^n - 2)$]

41. $18x^{4p+m} - 66^{2p+m}y^2 - 24x^m y^4$

[ตอบ $6x^m(3x^{2p} + y^2)(x^p + 2y)(x^p - 2y)$]

42. $64x^{12}y^3 - 68x^8y^7 + 4x^m y^n$

[ตอบ $4x^4y^3(4x^2 + y^2)(2x+y)(2x-y)(x^2 + y^2)(x+y)(x-y)$]

แบบฝึกหัดที่ 3

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression)

1. $x^2 - 9$

2. $x^3y - y^3x$

3. $1 - x^8$

4. $x^4 - y^4$

5. $(x+1)^2 - 36y^2$

6. $(5x+2y)^2 - (3x-7y)^2$

7. $y^4 - 1000$

8. $1 - a^4$

9. $64x - x^3$

10. $8x^4 - 128$

11. $5x^4 - 5y^4$

12. $64x^3 - 8y^3$

13. $x^6 - y^6$

14. $81x^5 - 16xy^4$

15. $ax^8 - a^9$

16. $49x^2 - 81y^2$

17. $16a^4 - 81b^4$

18. $121P^2 - 139Q^2$

19. $1 - 256x^8$

20. $11x^3y - 11y^3x$

21. $12x^2 - 48$

22. $(x+4)^2 - 25y^2$

23. $32a^5b^2 - 162ab^6$

24. $(6x+3y)^2 - (4x-11y)^2$

25. $(3a-7b)^2 - (2a+3b)^2$

26. $9x^2 - (11x-18y)^2$

27. $(a^2y^4z - aby)^2 - 1444$

28. $(16129)^2 - (15129)^2$

29. $(2729)^2 - (3271)^2$

30. $(2a-b)^4 - (a-3b)^4$

31. $(3a-b)^4 - (a-3b)^4$

32. $w^2 + 10w + 25 - 1 + 8t - 16t^2$

33. $c^2 - d^2 - 8d - 16$

34. $x^2 - 14x + 49 - y^2 + 2yz - z^2$

แบบฝึกหัดที่ 4

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ

1. $x^2 + 12x + 36$

2. $x^2 - 4x + 4$

3. $a^2 - 18a + 81$

4. $y^2 + 8y + 16$

5. $4x^2 + 12x + 9$

6. $144 + 24y + y^2$

7. $4x^2 - 24x + 36$

8. $25y^2 - 30y + 9$

9. $25x^2 - 20xy + 4y^2$

10. $16a^2b^2 - 8abc + c^2$

11. $225x^2 + 30x + 1$

12. $1 + 4y + 4y^2$

13. $x^2 - 16xy + 64y^2$

14. $t^2 - 4t + 4$

15. $75x^2 + 180xy + 108y^2$

16. $4x^2 - 0.4x + 0.01$

17. $b^2 + 0.4b + 0.04$

18. $y^2 + 5y + \frac{25}{4}$

19. $\frac{1}{4}x^2 - xy + y^2$

20. $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{4}y^2$

21. $\frac{2}{3}y^2 + \frac{4}{3}by + \frac{2}{3}b^2$

23. $x^2 + 12x + 36$

24. $25x^2 - 30xy + 9y^2$

25. $25x^2 - 70xy + 49y^2$

26. $2xy^2 + 50x - 20xy^2$

27. $2a^3x^4z - 4a^2bx^3yz + 2ab^2x^2y^2z$

28. $8m^6n^6 + 64m^4n^4 + 128m^2n^2$

29. $6x^3y^3 + 48x^2y^4 + 96xy^5$

30. $4a^2+4b^2-9-8xy$

31. $4x^2-56x+196+y^2+2yz-z^2$

32. $(a+2b)^2+10(a+2b)+25$

33. $x^2-2(a+b)x+(a+b)^2$

34. $16a^4-72a^2b^2+81b^4$ โจทย์ข้อนี้ขอให้แยกให้ถึงที่สุด ลองทำดูว่าได้คำตอบถูกต้องดังให้ไว้หรือไม่

ตอบ $[(2a+3b)^2(2a-3b)^2]$

แบบฝึกหัดที่ 5

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression)

1. $8a^3-27$

2. $27-y^3$

3. $1-8x^3$

4. $64x^6+8y^3$

5. x^3y^3+8

6. $8z^4-27z^7$

7. $8x^4y-64xy^4$

8. m^9-n^9

9. $(x-2)^3+(y+1)^3$

10. $a^{12}+b^{12}$

11. $64x^3+125y^3$

12. x^6-7x^3-8

13. $ข้าง^6-มา^6$

14. $X^3y^3z^3-27$

15. $216-a^3b^3$

16. $343a^3-125b^3$

17. $8x^6+7x^3-1$

[ตอบ $(2x-1)(4x^2+2x+1)(x+1)(x^2-x+1)$]

18. $8a^3+b^3$

19. $64x^3+75x^2y+(5xy^2+y^3)$

20. $125u^2+150u^2v^4+60uv^2+8v^3$

21. $\frac{m^3}{8}+3\frac{m^2a}{4}+3\frac{ma^2}{2}+a^3$

แบบฝึกหัดที่ 6

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression)

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. u^8-14u^4+25 | 2. $64x^4+y^4$ |
| 3. $4m^6n^6+64m^2n^2$ | 4. $16a^4+18b^4$ |
| 5. $16m^2-40mn+21n^2$ | 6. x^2+x-1 |
| 7. $4a^4-21a^2x^2+x^4$ | 8. $625a^4+25a^2x^2+x^4$ |
| 9. $x^2+32xy+207y^2$ | 10. $a^2+32a+247$ |
| 11. $12a^2-102a+48$ | 12. $36x^4+15x^2+4$ |
| 13. u^4-14u^2+25 | 14. $6ab+4-a^2-9b^2$ |
| 15. x^8-12x^4+16 | 16. $4x^2+3x^2y^2+y^4$ |
| 17. $a^4+2a^2b^2+9b^4$ | 18. $a^4+3a^2b^2+4b^4$ |
| 19. $x^4-4x^2y^2+36y^4$ | 20. $9x^4+16y^4-x^2y^2$ |

แบบฝึกหัดที่ 7

จงแยกออกเป็นตัวประกอบ (Factor each expression)

- | | |
|--------------------|--|
| 1. a^3+b^3 | 2. $243x^5+64$ |
| 3. $P^{20}+Q^{20}$ | 4. X^7+128y^7 |
| 5. a^3-b^3 | 6. $27x^3-y^3$ |
| 7. $1-8x^3$ | 8. $R^{20}-S^{20}$ |
| 9. $32x^5+1$ | 10. x^7-1 |
| 11. $(a+x)^5$ | 12. $(x-y^2)^6$ |
| 13. $(3a^3-2b)^4$ | 14. $\left(\frac{x}{3}+\frac{2}{y}\right)^4$ |

แบบฝึกหัดที่ 8

(โจทย์ระคน)

เพื่อเป็นการฝึกซ้อมมือ และฝึกความคิดของนักเรียน จึงได้ลองคิดโจทย์ระคน 64 ข้อข้างล่างนี้ได้
ให้ทำคำตอบไว้ทุกข้อแล้ว วงเล็บได้โจทย์ คือคำตอบ

จงแยกตัวประกอบต่อไปนี้:-

- | | |
|---|--|
| 1. $2mm + m^2 - 1 + n^2$ | $[(m + n + 1)(m + n - 1)]$ |
| 2. $x + 3y + x^3 + 27y^3$ | $[(x + 3y) + (x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)]$ |
| 3. $a^3 + 2a^2 + 2a + 1$ | $[(a + 1)(a^2 + a + 1)]$ |
| 4. $9b^2 - 6bc + c^2 - 16$ | $[(3b - c + 4)(3b - c - 4)]$ |
| 5. $a^4b - a^2b^3 - a^3b^2 + ab^4$ | $[ab(a - b)(a^2 - b^2)]$ |
| 6. $x^2 + 40x + 391$ | $[(x + 23)(x + 17)]$ |
| 7. $(a + b)^3 - a - b$ | $[(a + b)((a + b + 1)(a + b - 1))]$ |
| 8. $p^2 + 10p - 551$ | $[(p + 29)(p - 19)]$ |
| 9. $9(x - 2)^2 - 4(x - 1)^2$ | $[(x - 4)(5x - 3)]$ |
| 10. $10x(x - 1) - 3(x + 1)$ | $[(5x + 1)(2x - 3)]$ |
| 11. $x^6 - 64y^6$ | $\{(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)\}$ |
| 12. $x^3 + 3 + 2x^2 - 2x$ | $[(x + 3)(x^2 - x + 1)]$ |
| 13. $m^4 - 3m^2n^2 + n^4$ | $[(m^2 - mn - n^2)(m^2 + mn - n^2)]$ |
| 14. $(3a - b)^4 - (a - 3b)^4$ | |
| 15. $(x + y)^2(x - y) - (x - y)^2(x + y)$ | $[2y(x + y)(x - y)]$ |
| 16. $\frac{4x^3}{7} + \frac{49y^3}{2}$ | $\left[\frac{1}{14} \{(2x + 7y)(4x^2 - 14xy + 49y^2)\} \right]$ |
| 17. $3(x^2 - y^2) - 4x + 4y$ | $[(x - y)(3x + 3y - 4)]$ |
| 18. $\frac{27x^3}{8} + \frac{8y^3}{27}$ | $\left[\left(\frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} \right) \left(\frac{6x^2}{4} - \frac{6xy}{6} + \frac{4y^2}{9} \right) \right]$ |
| 19. $(a^2 - b^2)^2 - 3a - 3b$ | $[(a + b)((a - b - 3))]$ |
| 20. $12x^4 - 27a^2x^2$ | $[3x^2 \{(2x - 3a)(2x + 3a)\}]$ |

- | | |
|---|--|
| 21. $(bx + ay)^2 + (by - ay)^2 - c^2(x^2 + y^2)$ | $[(x^2 + y^2)(a^2 + b^2 - c^2)]$ |
| 22. $x^4 - 64y^4$ | $[(x^2 + 4xy + 8y^2)(x^2 - 4xy + 8y^2)]$ |
| 23. $a^3x^2 + b^3y^2 - a^3y^2 - b^3x^2$ | $[(a - b)(a^2 + ab + b^2)(x + y)(x - y)]$ |
| 24. $x^4 + 4$ | $[(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)]$ |
| 25. $x^3 - x^2y - 9xy^2 + 9y^3$ | $[(x - y)(x - 3y)(x + 3y)]$ |
| 26. $4x^4 + 27x^2y^2 + 81y^4$ | $[(2x^2 + 2xy + 9y^2)(2x^2 - 3xy + 9y^2)]$ |
| 27. $40x + 625x^4$ | $[5x(2 + 5x)(4 - 10x + 25x^2)]$ |
| 28. $16x^8 + 7x^4y^2 + 4y^4$ | $[(4x^4 - 3x^2y + 2y^2)]$ |
| 29. $a^4 - 16(b - c)^4$ | $[a - 2(b - c)]$ |
| 30. $x^2 + ax^2 + a^2x + a^3$ | $[(x + a)(x^2 + a^2)]$ |
| 31. $49x^4 + 62x^2y^2 + 81x^4$ | $[(7x^2 + 8xy + 9y^2)(7x^2 - 8xy + 9y^2)]$ |
| 32. $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(b + \frac{1}{2}\right)^2$ | $[(2a + b + 2)(2a - b)]$ |
| 33. $25x^8 + 54x^4y^4 + 49y^8$ | $[(5x^4 + 4x^2y^2 + 7y^4)]$ |
| 34. $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ | $[(x - 1)^2(x - 2)]$ |
| 35. $x^2y^2 - 1 - x^2 + y^2$ | $[(x^2 + 1)(y - 1)(y + 1)]$ |
| 36. $9a^4 + 4b^4 + 12a^2b^2$ | $[(3a^2 + 2b^2)]^2$ |
| 37. $x^3 - 7x^2y + 11xy^2 - 5y^3$ | $[(x - y)^2(x - 5y)]$ |
| 38. $a^4 - b^4 + 2ab(a^2 - b^2)$ | $[(a + b)^3(a - b)]$ |
| 39. $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 72x + 2$ | $[(x - 1)^3(x - 2)]$ |
| 40. $3x^2 - \frac{1}{3}$ | $[(3x - 1)(3x + 1)]$ |
| 41. $x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2$ | $[(2x - 2)(x - 3)]$ |
| 42. $x^2y^2 + 1 - x^2 - y^2$ | $[(x - 1)(x + 1)(y - 1)(y + 1)]$ |
| 43. $x^2 + 2xy + y^2 - x - y$ | $[(x + y)(x + y - 1)]$ |
| 44. $x^4 + x^2 + 1$ | $[(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)]$ |
| 45. $a(a + 1) - b(b + 1)$ | $[(a - b)(a + b + 1)]$ |
| 46. $x^5 + 11x^4 + 12x^3 - 8x^2 + 5x - 6$ | $[(x + 2)(x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x - 3)]$ |

47. $(x-z)^3 - (x-z)$
48. $2x^6 - 128$ $2[(x-2)(x+2)(x^2-2x+4)(x^2+2x-4)]$
49. $x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$ $[(x-y)(x^2+y^2)^2]$
50. $3x^2 - (4a+2b)x + a^2 + 2ab$ $[(x-a)(3x-a-2b)]$
51. $2x^2yz - 4xyz^2 + 8xy^2z^3$ $[2xyz(x-2z+4yz^2)]$
52. $x^2y^2 - 8xy + 16$ $[(xy-4)^2]$
53. $(m^2 - n^2)^2 + 8(m^2 - n^2) + 16$ $[(m^2 - n^2 + 4)^2]$
54. $x^{2m+4} + 5x^{m+4} - 50x^4$ $[x^4(x^m-5)(x^m+10)]$
55. $4x^{2n+2} - 4x^{n+2} - 3x^2$ $[x^2(2x^n+1)(2x^n-3)]$
56. $2PR - PS + 6QR - 3QS$ $[(2R-S)(P+3Q)]$
57. $x^3 - xy^2 - x^2y + y^3$ $[(x-y)^2(x+y)]$
58. $z^7 - 2z^6 + z^4 - 2z^3$ $[z^3(z-2)(z+1)(z^2-z+1)]$
59. $m^3 - mn^2 + m^2n - n^3 + m^2 - n^2$ $[(m+n)(m-n)(m+n+1)]$
60. $x^2 + y^2 - 4z^2 + 2xy + 3xz + 3yz$ $[(x+y+4z)(x+y-z)]$
61. $9x^2 - x^2y^2 + 12xy$ $[(3x+xy+2y)(3x-xy+2y)]$
62. $9c^2 + 25d^4 - 6c^2d^2$ $[(3c^2+5d^2)-36c^2d^2]$
63. $25x^4 + 60x^2y^2 + 36y^4 - 9x^2y^2$ $[(5x^2+3xy+6y^2)(5x^2-3xy+6y^2)]$
64. $9a^4 + 15a^2b^2 + 16b^4$ $[(3a+4b+3ab)(3a+4b-3ab)]$

แบบฝึกหัดที่ 9

เฉพาะข้อยาก มีคำตอบไว้ให้ดูในวงเล็บ

1. ถ้า $f(x) = 2x^3 - x^2 - x + 2$ จงหาค่าของ

a.) $f(0)$, b.) $f(2)$, c.) $f(-1)$,

d.) $f(1/2)$, e.) $f(\sqrt{2})$,

คำตอบ ข้อ d.) $= \frac{3}{2}$ ข้อ e.) $= 3\sqrt{2}$

2. จงหาเศษของโจทย์ต่อไปนี้

a) $(2x^5 - 7) \div (x + 1)$

b) $(x^3 + 3x^2 - 4x + 2) \div (x - 2)$

c) $(3x^3 + 4x - 4) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$ [Ans. 0]

d) $(4y^3 + y + 27) \div (2y + 3)$

e) $(x^{12} + x^6 + 1) \div (x - \sqrt{-1})$ [Ans. 1]

f) $(2x^3 + 35) \div (x + 1)$ [Ans. 33]

3. จงพิสูจน์ว่า $x + 3$ เป็นแฟกเตอร์หนึ่งของ $x^3 + 7x^2 + 10x - 6$ และพิสูจน์ว่า $x = -3$ เป็นรากรากหนึ่งของสมการ $x^3 + 7x^2 + 10x - 6 = 0$

4. จงแยกออกเป็นตัวประกอบ

ก. $2x^3 + 16 - 8x - 4x^2$

ข. $1 - x^3 - x^4 + x^7$

$$[(1-x)(1+x+x^2)(1+x^2)(1+x)(1-x)]$$

5. จงพิจารณาว่า คำตอบใดเป็นราก (root) ของสมการ $y^4 + 3y^3 + 12y - 16 = 0$

ก. 2

ข. -4

ค. 3

ง. 1

จ. 2i

[ตอบ -4, 1 และ 2i]

6. จงหาค่า k จากสมการ

a) $4x^3 + 3x^2 - kx + 6k$ ซึ่งหารด้วย $(x + 3)$ ลงตัว

b) $x^5 + 4kx - 4k^2 = 0$ มีรากเป็น $x = 2$

7. จงหาค่าของ a และ b เมื่อหาร $x^4 - ax^3 + (b-1)x^2 + ax - 4$ ด้วย $(x-1)$ และหารด้วย $(x-4)$ ได้ลงตัว
8. ถ้า $x^3 + 2x^2 + 3x + a$ และ $a^3 + x^2 + 9$ หารด้วย $a+2$ แล้วเหลือเศษเท่ากัน จงหาค่าของ a
9. ถ้า $ax^3 + bx^2 - 58x - 15$ หารด้วย $(x+5)$ และ $(x-3)$ ลงตัว จงหาค่าของ a และ b
10. จงพิสูจน์ว่า $2x+3a$ เป็นตัวประกอบของ $4x^3 + 4ax^2 - 15a^2x - 18a^3$ แล้วหารตัวประกอบอื่นทั้งหมดด้วย
11. จงแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ
- $x^3 + x^2 - 10x + 8$
 - $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
 - $x^4 - 2x^3 - 6x + 9$
 - $P^3 - 4P^2Q + 4PQ^2 - Q^3$ [Ans. $(P-3Q)(P^2 - PQ + Q^2)$]
 - $2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x + 6$
12. จงแสดงว่า $x+a$ เป็นแฟกเตอร์หนึ่งของ $x^n - a^n$ เมื่อ n เป็นเลขจำนวนเต็มชนิดคู่และบวก และจะไม่ใช่แฟกเตอร์หนึ่งของมัน ถ้า n เป็นเลขจำนวนเต็มชนิดคี่และบวก กำหนดให้ว่า $a \neq 0$
- [คำอธิบาย วิธีคิด จาก $f(x) = x^n - a^n$
- หา $f(-a)$ เมื่อ n เป็นเลขคู่ (even) จะได้=?
- และเมื่อ n เป็นเลขคี่ (odd) =? พบว่า
- เมื่อ n เป็นเลขคี่ได้ $f(-a) = 2a^n \dots\dots$
13. จงพิสูจน์ทฤษฎีบทตัวประกอบ ถ้า r เป็นรากของสมการ $f(x) = 0$ แล้ว $(x-r)$ จะเป็นแฟกเตอร์ของ $f(x)$; และกลับกัน ถ้า $(x-r)$ เป็นแฟกเตอร์ของ $f(x)$ แล้ว r จะเป็นรากของสมการ $f(x) = 0$
14. ถ้า $f(x) = ax^2 + bx + c$ จงพิสูจน์ว่า
- $$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} - \frac{f(y)-f(z)}{y-z} = a(x-z)$$
15. ถ้า $f(x) = Ax + B$ เมื่อ A และ B เป็นตัวคงที่ จงพิสูจน์ว่า

$$f(x+1) - f(x) = A$$

$$\text{และ } f(x+2) - 2f(x+1) + f(x) = 0$$

$$\text{และ } [f(x+2) - f(x+1)] - [f(x+1) - f(x)] = 0$$

16. ถ้า $f(x) = ax^3 + b$ เมื่อ a และ b เป็นตัวคงที่ จงพิสูจน์ว่า

a) $f(x+2) - f(x)$ หารด้วย 2 ลงตัว

b) $f(x+y) - f(x)$ หารด้วย y ลงตัว