
แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาจุดยอด จุดโฟกัส ความยาวลาตัสเรกตัม สมการไดเรกตริกซ์ พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1.1) $y^2 - 4x = 0$

(1.2) $x^2 - 8y = 0$

(1.3) $2y^2 - 9x = 0$

(1.4) $4x^2 + 5y = 0$

2. จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส ความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(2.1) \quad 9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$$

$$(2.2) \quad 36x^2 + 100y^2 - 3600 = 0$$

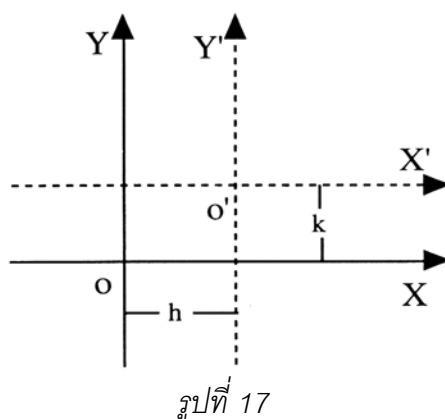
3. จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส ความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนตั้งยุค พร้อมทั้งเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลาที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(3.1) \quad 9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$$

$$(3.2) \quad 16y^2 - 16x^2 - 64 = 0$$

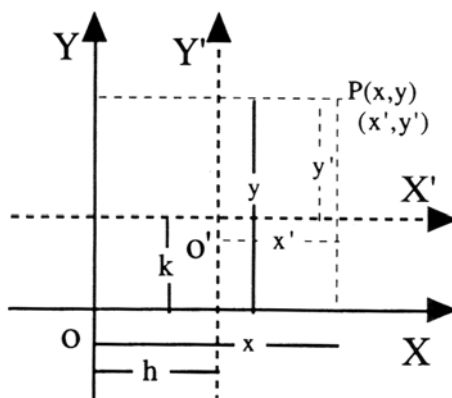
การเลื่อนแกนทางขนาน (Translation of axis)

บนระบบพิกัดฉาก XY สามารถสร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ใหม่โดยที่ แกน X' และแกน Y' ได้จากการเลื่อนแกน X และแกน Y ตามทางขนาน ดังรูปที่ 17



จากรูปจะได้ O เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก XY และ O' เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ต่อไปจะหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัด (x, y) และ (x', y') ดังนี้

ให้ P เป็นจุดใด ๆ บนระนาบ มีพิกัดเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY เป็น (x, y) และมีพิกัดเทียบกับระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เป็น (x', y') ให้ O' เทียบกับพิกัดฉาก XY มีพิกัดเป็น (h, k) ดังรูปที่ 18



รูปที่ 18

จะได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$x = x' + h \quad \text{และ} \quad y = y' + k$$

หรือ

$$x' = x - h \quad \text{และ} \quad y' = y - k$$

เรียกการสร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ บนระบบพิกัดฉาก XY โดยที่พิกัดทั้งสองระบบสอดคล้องกับสมการข้างต้น และเรียกสมการข้างต้นว่า **สมการของการเลื่อนแกนทางขนาน** (Equations of axes translation)

ตัวอย่างที่ 6 ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-3, 4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จุด $(4, 3)$ บนระบบพิกัดฉาก XY จะมีพิกัดเป็นเท่าใดเมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $X'Y'$

วิธีทำ เนื่องจากระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-3, 4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จากที่กำหนดให้ จะได้ $h = -3, k = 4, x = 4$ และ $y = 3$ ดังนั้น จะได้พิกัดของจุด $(4, 3)$ บนพิกัด $X'Y'$ เป็น $x' = x - h = 4 - (-3) = 7$ และ $y' = y - k = 3 - 4 = -1$ นั่นคือ $(x', y') = (7, -1)$ ♦

ตัวอย่างที่ 7 จงเลื่อนแกนทางขนานเพื่อให้ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ จุดตัดของเส้นตรง $3x - 7y + 1 = 0$ และ $2x - 5y + 6 = 0$ พร้อมทั้งเขียนสมการเส้นตรงทั้งสองในระบบพิกัดฉากใหม่

วิธีทำ จากสมการเส้นตรง

$$3x - 7y + 1 = 0 \tag{1}$$

$$2x - 5y + 6 = 0 \tag{2}$$

แก้สมการ (1) และ (2) ได้จุดตัดเป็น $(37, 16)$ ให้ $O' = (h, k)$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ โดยที่ $(h, k) = (37, 16)$ ดังนั้น $h = 37$ และ $k = 16$

จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x = x' + h$ และ $y = y' + k$ จะได้ $x = x' + 37$ และ $y = y' + 16$ แทนค่าลงในสมการที่ (1) และ (2) จะได้สมการเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ดังนี้

$$3x' - 7y' = 0 \quad \text{และ} \quad 2x' - 5y' = 0 \quad \blacklozenge$$

ตัวอย่างที่ 8 จงเปลี่ยนสมการ $x^2 + 3xy - y^2 + 5x - 3y + 2 = 0$ ในระบบพิกัดฉาก XY เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(2, 4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY

วิธีทำ กำหนดให้ $O' = (2, 4)$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จากสมการของการเลื่อนแกนจะได้ $x = x' + 2$ และ $y = y' + 4$ แทนค่า x และ y ในสมการ $x^2 + 3xy - y^2 + 5x - 3y + 2 = 0$ จะได้

$$(x' + 2)^2 + 3(x' + 2)(y' + 4) - (y' + 4)^2 + 5(x' + 2) - 3(y' + 4) + 2 = 0 \text{ เมื่อจัดรูปใหม่ จะได้}$$

$$(x')^2 + 3x'y' - (y')^2 + 21x' - 5y' + 12 = 0 \text{ เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก } X'Y'$$

การวิเคราะห์สมการในรูป $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้ศึกษาของสมการภาคตัดกรวยในรูปต่างๆ ซึ่งพบว่าสมการดังกล่าวต่างก็เป็นสมการระดับขั้นที่สองของตัวแปร x และ y และมีรูปทั่วไป คือ

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

โดยที่ A, B, C, D, E , และ F เป็นค่าคงตัว เมื่อ A, B และ C ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาลักษณะกราฟของสมการระดับขั้นที่สองตัวแปรเมื่อ $B = 0$ นั่นคือ จะพิจารณาลักษณะกราฟของสมการในรูป $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยใช้คุณสมบัติของการเลื่อนแกนทางขนานเพื่อความสะดวกในการเปลี่ยนรูปของสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของสมการภาคตัดกรวย

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $9x^2 + 25y^2 + 18x - 100y - 116 = 0$

วิธีทำ จัดสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จะได้

$$9(x^2 + 2x + 1) + 25(y^2 - 4y + 4) = 116 + 9 + 100$$

หรือ

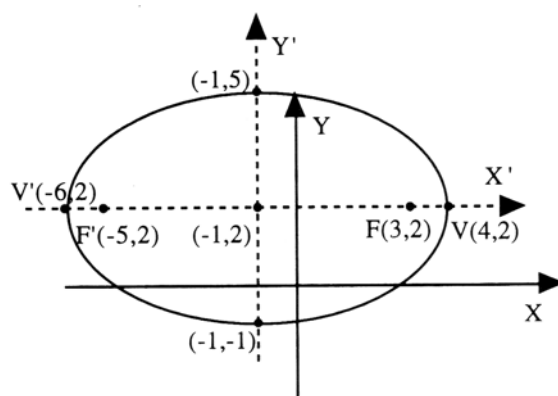
$$9(x + 1)^2 + 25(y - 2)^2 = 225 \quad (1)$$

โดยการเลื่อนแกนทางขนาน สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ให้มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-1, 2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x = x' + h$ และ $y = y' + k$ จะได้ $x = x' - 1$ และ $y = y' + 2$ แทนค่าลงในสมการที่ (1) จะได้สมการใหม่เป็น $9(x')^2 + 25(y')^2 = 225$ หรือ เมื่อจัดรูปใหม่ก็จะได้

$$\frac{(x')^2}{25} + \frac{(y')^2}{9} = 1 \text{ เป็นสมการวงรีที่มีค่า } a = 5, b = 3 \text{ และ } c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ จึงสรุปได้ว่า}$$

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นสมการของวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ จุดยอดที่ $(\pm 5, 0)$ จุดโฟกัสที่ $(\pm 4, 0)$ สมการไคเรตริกซ์ คือ $x' = \pm \frac{25}{4}$

ในระบบพิกัดฉาก XY สมการที่กำหนดให้เป็นสมการของวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$ จุดยอดที่ $(4, 2)$ และ $(-6, 2)$ จุดโฟกัสที่ $(3, 2)$ และ $(-5, 2)$ และมีกราฟดังรูปที่ 19



รูปที่ 19

ตัวอย่างที่ 10 จงเขียนสมการวงรีที่มีค่า $e = 1/2$ มีจุดโฟกัสที่ $(4, 2)$ และ $(2, 2)$ ในระบบพิกัดฉาก XY

วิธีทำ กำหนดให้ $X'Y'$ เป็นระบบพิกัดฉากที่ได้จากการเลื่อนแกนทางขนานของระบบพิกัดฉาก XY และให้ (h, k) เป็นจุดกำเนิดของวงรีในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY

เนื่องจากจุดศูนย์กลางของวงรีเป็นจุดกึ่งกลางของจุดโฟกัสทั้งสอง จะได้

$$h = \frac{4+2}{2} = 3 \text{ และ } k = \frac{2+2}{2} = 2$$

จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x = x' + h$ และ $y = y' + k$ จะได้ $x' = x - 3$ และ $y' = y - 2$ และ

เนื่องจาก $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $a = 2$, $c = 1$ และได้ $b^2 = a^2 - c^2 = 4 - 1 = 3$ จึงสรุปได้ว่า

$$\text{ในระบบพิกัดฉาก } X'Y' \text{ สมการวงรี คือ } \frac{(x')^2}{4} + \frac{(y')^2}{3} = 1$$

$$\text{ในระบบพิกัดฉาก } XY \text{ สมการวงรี คือ } \frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$$

◆

เนื่องจากกราฟของสมการ $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ มีหลายลักษณะ ถ้าทราบลักษณะกราฟอย่างคร่าวๆ จะช่วยในการพิจารณาลักษณะกราฟอย่างละเอียดได้ถูกต้องยิ่งขึ้น การพิจารณาลักษณะกราฟอย่างคร่าวๆ ทำได้โดยอาศัยทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท กราฟของสมการ $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ สามารถพิจารณาได้จากค่าของ A และ C ได้ดังต่อไปนี้

1. ถ้า A และ C มีเครื่องหมายเหมือนกัน แล้วสมการมีกราฟเป็นวงรีหรือวงกลมหรือจุด 1 จุดหรือไม่มีกราฟ
2. ถ้า A และ C มีเครื่องหมายต่างกัน แล้วสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือ เส้นตรงสองเส้นตัดกัน
3. ถ้า A และ C เป็นศูนย์ แล้วสมการมีกราฟเป็นพาราโบลา หรือเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเส้นตรงเส้นหนึ่ง หรือไม่มีกราฟ

ในที่นี้จะไม่แสดงการพิสูจน์ แต่จะยกตัวอย่างการพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยอาศัยทฤษฎีดังกล่าวประกอบการพิจารณาดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2 + 9y^2 + 8x - 36y + 4 = 0$

วิธีทำ จะเห็นว่าเมื่อเทียบกับรูปสมการ $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ได้ค่า $A=4, C=9$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน ซึ่งจะได้ว่าสมการมีกราฟเป็นวงรีหรือวงกลมหรือจุด 1 จุดหรือไม่มีกราฟ ต่อไปจะพิจารณากราฟอย่างละเอียดโดยการเลื่อนแกนทางขนาน จัดรูปสมการใหม่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้

$$4(x^2 + 2x + 1) + 9(y^2 - 4y + 4) = -4 + 4 + 36 = 36 \text{ หรือ}$$

$$4(x+1)^2 + 9(y-2)^2 = 36$$

สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดที่ $(-1, 2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนานจะได้ $x' = x + 1$ และ $y' = y - 2$ และจะได้สมการในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ใหม่เป็น

$$4(x')^2 + 9(y')^2 = 36 \text{ หรือ } \frac{(x')^2}{9} + \frac{(y')^2}{4} = 1 \text{ เป็นสมการวงรี ที่มี } a=3, b=2 \text{ และได้ } c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5} \text{ ได้}$$

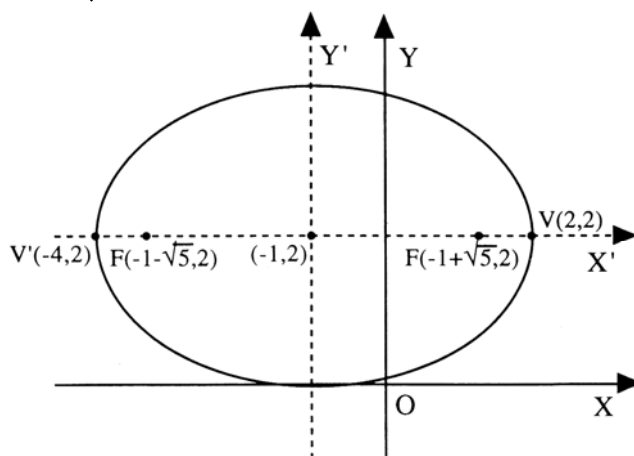
ค่าเยื้องศูนย์กลาง $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นวงรี มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ จุดยอดที่ $(\pm 3, 0)$

จุดโฟกัสที่ $(\pm\sqrt{5}, 0)$ และสมการไดเรกทริกซ์ เป็น $x = \pm \frac{9}{\sqrt{5}}$

ในระบบพิกัด XY จะหาค่าของ x และ y ได้จากสมการ $x = x' - 1$ และ $y = y' + 2$ ดังนั้นสมการที่กำหนดให้เป็นวงรี มีจุดศูนย์กลางที่ $(-4, 2)$ และ $(2, 2)$ จุดโฟกัสที่ $(-5 + \sqrt{5}, 2)$ และ $(-5 - \sqrt{5}, 2)$

สมการไดเรกทริกซ์ คือ $x = -1 \pm \frac{9}{\sqrt{5}}$ ดังรูปที่ 20



รูปที่ 20

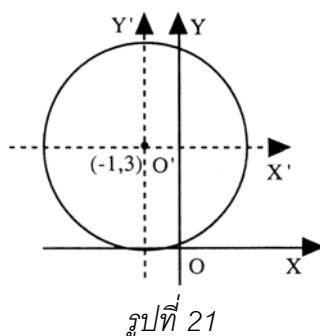
ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 1 = 0$

วิธีทำ เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐาน จะได้ $A=1$, $C=1$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน ดังนั้นกราฟอาจจะเป็นวงรี วงกลม จุด 1 จุด หรือไม่มีกราฟ พิจารณากราฟอย่างละเอียด โดยการเลื่อนแกนทางขนาน และจัดรูปสมการใหม่ได้

$$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -1 + 1 + 9 = 9$$

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

จะเห็นว่าเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 3)$ รัศมี 3 หน่วย ดังรูป



ตัวอย่างที่ 13 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2 + 7y^2 - 16x + 14y + 23 = 0$

วิธีทำ จะเห็นว่า $A=4$, $C=7$ เครื่องหมายเหมือนกัน ดังนั้นกราฟอาจจะเป็นวงรี วงกลม จุด 1 จุด หรือไม่มีกราฟ พิจารณากราฟอย่างละเอียด โดยการเลื่อนแกนทางขนาน และจัดรูปสมการใหม่ได้

$$4(x^2 - 4x + 4) + 7(y^2 - 2y + 1) = -23 + 16 + 7 = 0$$

$$4(x-2)^2 + 7(y-1)^2 = 0$$

จากสมการที่จัดได้ข้างต้น มีเพียงค่า $x=2, y=1$ เท่านั้นที่สอดคล้องกับสมการ ดังนั้น สมการที่กำหนดให้เป็นจุด $(2, 1)$ เพียงจุดเดียว ♦

ตัวอย่างที่ 14 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ

(1) $3x^2 + y^2 + 5 = 0$

และ (2) $5x^2 - 10x + 9 = 0$

วิธีทำ (1) $3x^2 + y^2 + 5 = 0$ ($A=3, C=1$ เครื่องหมายเหมือนกัน) จัดรูปสมการใหม่ได้

$3x^2 + y^2 = -5$ ซึ่งไม่มีทางเป็นไปได้ เนื่องจาก $3x^2 \geq 0$ และ $y^2 \geq 0$ ดังนั้นสมการนี้จึงไม่สามารถหาค่าของ x และ y ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการนี้ได้ สรุปว่า สมการที่กำหนดให้ไม่มีกราฟ

(2) $5x^2 - 10x + 9 = 0$ ซึ่งมีค่า $A=5, C=0$ โดยทฤษฎีบทจะได้สมการมีกราฟเป็นพาราโบลา หรือเป็นเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเป็นเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือไม่มีกราฟ เมื่อพิจารณาสมการโดยละเอียด และจัดรูปสมการใหม่ได้ $5(x-1)^2 = -4$ เนื่องจาก $(x-1)^2 \geq 0$ ดังนั้นสมการนี้จึงไม่สามารถหาค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการนี้ได้ สรุปว่า สมการที่กำหนดให้ไม่มีกราฟ

ตัวอย่างที่ 15 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $x^2 + 4x - 4y - 4 = 0$

วิธีทำ จากสมการรูปมาตรฐานได้ค่า $A=1, C=0$ โดยทฤษฎีบทจะได้สมการมีกราฟเป็นพาราโบลาหรือเป็นเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเป็นเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือไม่มีกราฟ เมื่อพิจารณาสมการโดยละเอียด และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$(x+2)^2 + 4(y-2) = 0$$

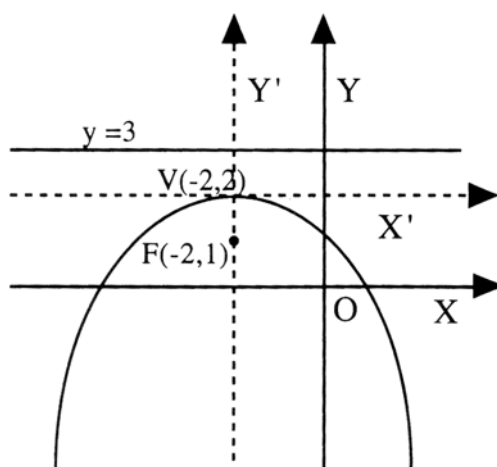
ดังนั้น

$$(x+2)^2 = -4(y-2)$$

โดยการเลื่อนแกนทางขนาน สร้างระบบพิกัดฉาก $X'O'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-2, 2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก XY จะได้ $x' = x + 2$ และ $y' = y - 2$ ดังนั้น $(x')^2 = -4y'$ เป็นสมการพาราโบลาที่มีค่า $c = -1$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'O'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นพาราโบลา จุดยอดที่ $(0, 0)$ โฟกัสที่ $(0, -1)$ สมการไดเรกตริกซ์ $y' = 1$

ในระบบพิกัดฉาก XY สมการที่กำหนดให้เป็นพาราโบลา จุดยอดที่ $(-2, 2)$ โฟกัสที่ $(-2, 1)$ สมการไดเรกตริกซ์ $y = 3$ ดังรูปที่ 22



รูปที่ 22

ตัวอย่างที่ 16 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y + 29 = 0$

วิธีทำ กำหนดให้ $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y + 29 = 0$ เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐานได้ $A=9, C=-4$ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน พิจารณากราฟอย่างละเอียด จะได้

$$9(x+1)^2 - 4(y-2)^2 = -29 - 16 + 9 = -36$$

ดังนั้น

$$\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{4} = 1$$

สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ จุดกำเนิดที่ $(2, -1)$ จะได้ $x' = x + 1$ และ $y' = y - 2$ นั่นคือได้

$$\frac{(y')^2}{9} - \frac{(x')^2}{4} = 1$$

เป็นสมการไฮเพอร์โบลา มีค่า $a = 3, b = 2, c = \sqrt{13}$ และ $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ จุดยอดที่ $(0, \pm 3)$ จุดโฟกัสที่ $(0, \pm \sqrt{13})$ สมการไคเรตริกซ์ที่ $y' = \pm \frac{9}{\sqrt{13}}$ เส้นกำกับไฮเพอร์โบลา คือ $y' = \pm \frac{3}{2}x'$

ในระบบพิกัดฉาก XY ได้ค่า $x = x' - 1$ และ $y = y' + 2$ ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$ จุดยอดที่ $(-1, 5)$ และ $(-1, -1)$ จุดโฟกัสที่ $(-1, 2 \pm \sqrt{13})$ สมการไคเรตริกซ์ที่ $y = 2 \pm \frac{9}{\sqrt{13}}$ เส้นกำกับไฮเพอร์โบลา คือ $y = 2 \pm \frac{3}{2}(x + 1)$ ♦

ตัวอย่างที่ 17 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2 - 3y^2 + 8x + 12y - 8 = 0$

วิธีทำ กำหนดให้ $4x^2 - 3y^2 + 8x + 12y - 8 = 0$ เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐานได้ $A = 4, C = -3$ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน พิจารณากราฟอย่างละเอียดจะได้

$$4(x+1)^2 - 3(y-2)^2 = 0$$

ดังนั้น

$$[2(x+1) - \sqrt{3}(y-2)][2(x+1) + \sqrt{3}(y-2)] = 0$$

นั่นคือ

$$2(x+1) - \sqrt{3}(y-2) = 0 \quad \text{และ} \quad 2(x+1) + \sqrt{3}(y-2) = 0$$

ดังนั้น เป็นสมการของเส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุด $(-1, 2)$ ♦

ตัวอย่างที่ 18 จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $2x^2 - 7x - 10 = 0$

วิธีทำ จัดรูปสมการใหม่โดยการแยกตัวประกอบได้ $(2x-7)(x+2) = 0$ ดังนั้น $x = \frac{7}{2}$ และ $x = -2$

เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน ♦

แบบฝึกหัด

1. จงเลื่อนแกนทางขนานเพื่อให้ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่จุดตัดของเส้นตรง $2x + 3y - 4 = 0$ และ $x + 4y - 1 = 0$ พร้อมทั้งเขียนสมการเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$

2. จงพิจารณาการเลื่อนแกนทางขนาน พิจารณาลักษณะกราฟต่อไปนี้

$$(2.1) \quad y^2 + 8x - 6y + 1 = 0$$

$$(2.2) \quad 25x^2 + 16y^2 + 50x - 64y - 311 = 0$$

$$(2.3) \quad x^2 - 4x + 6y + 16 = 0$$

$$(2.4) \quad x^2 + 8y^2 + 10 = 0$$

$$(2.5) \quad 3x^2 - 2y^2 + 6x - 8y - 17 = 0$$

$$(2.6) \quad 9x^2 + 4y^2 - 18x + 8y + 4 = 0$$

$$(2.7) \quad 2y^2 - 3x^2 + 4y + 12x - 10 = 0$$

$$(2.8) \quad 5x^2 + 17x - 12 = 0$$