

มหาวิทยาลัยขอนแก่น
คณะวิศวกรรมศาสตร์
170120 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1

การสอบย่อยครั้งที่ 1 ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2548

วันเสาร์ที่ 9 กรกฎาคม พ.ศ. 2548

ผู้ตรวจข้อสอบ : ยิ่งศักดิ์ และ สัมฤทธิ์

เวลา 18.00-21.00 น.

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 2 ส่วนรวม 10 ข้อให้ทำทุกข้อ
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 9 แผ่น (กระดาษคำตอบ 7 แผ่นและ กระดาษทด 2 แผ่น)
3. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารใดๆและเครื่องคำนวณทุกประเภทเข้าห้องสอบ
4. ให้เขียน ชื่อ-สกุล รหัสประจำตัวนักศึกษา และ Section ทุกหน้าของกระดาษคำตอบ แผ่นกระดาษคำตอบที่ไม่เขียนจะไม่สามารถรับการตรวจให้คะแนน
5. ให้เขียนตอบโดยแสดงวิธีทำโดยละเอียด ถ้าที่เขียนไม่พอ อนุญาตให้ทำใ้ด้านหลังได้ แต่ห้ามทำข้ามส่วน
6. อนุญาตให้ดึงกระดาษทดออกจากข้อสอบได้

การส่งข้อสอบ ให้ส่งข้อสอบแยกส่วน คือ ส่วนที่ 1 ส่งในกองของส่วนที่ 1 และ ส่วนที่ 2 ส่งในกองของส่วนที่ 2 โดยมีกรรมการคุมสอบเป็นคนกำหนดกองของแต่ละส่วน

ส่วนที่ 1 ลิมิตและความต่อเนื่อง (รศ. ยิ่งศักดิ์ พรรณเชษฐ์)

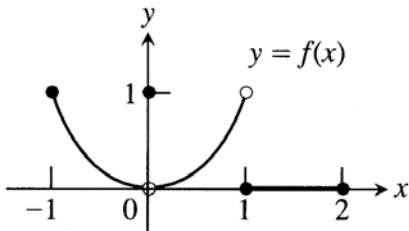
ข้อ.1 จงหาลิมิตต่อไปนี้

1.1) $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y-1}{\sqrt{y+3}-2}$ (5 คะแนน)

1.2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2+3}$ (5 คะแนน)

ข้อ. 2 2.1) กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 3-x & ; x > 2 \\ \frac{x}{2}+1 & ; x < 2 \end{cases}$ จงสเก็ตช์ (Sketch) $f(x)$ (5 คะแนน)

2.2) กำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ ตามรูป



จงหาลิมิตต่อไปนี้ (5 คะแนน)

2.2.1 $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

2.2.2 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2.2.3 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

2.2.4 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

2.2.5 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ข้อ. 3 จงระบุช่วง (โดเมน) ที่ฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้มีค่าต่อเนื่อง

3.1) $y = \frac{1}{(x-2)^2} + 4$ (5 คะแนน)

3.2) $s = \sqrt{2v+3}$ (5 คะแนน)

ข้อ. 4 4.1) จงเขียนกราฟของสมการเชิงขั้ว (Polar coordinate) $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, -1 \leq r \leq 1$ (5 คะแนน)

4.2) จงแปลงสมการเชิงขั้ว $r^2 + 2r^2 \cos \theta \sin \theta = 1$ ให้เป็นสมการพิกัดฉาก (Cartesian coordinate)
(5 คะแนน)

ข้อ. 5 จงใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Induction) พิสูจน์ว่า

$\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n}$ สำหรับทุกค่า n ที่เป็นจำนวนเต็มบวก (10 คะแนน)

ส่วนที่ 2 อนุพันธ์ (ผศ.ดร.สัมฤทธิ์ หังสะสูตร)

ข้อ. 6 6.1) จงหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $s = 2t^3 - 3t^2 + t$ (5 คะแนน)

6.2) จงหาอนุพันธ์อันดับสองของ $y = \frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{4}{x}$ (5 คะแนน)

ข้อ. 7 กำหนดเส้นโค้ง $y = x^2 - 4x + 1$

7.1) จงหาสมการของเส้นสัมผัส (Tangent line) กับเส้นโค้ง ที่จุด $(2, -3)$ (5 คะแนน)

7.2) จงหาสมการของเส้นสัมผัสกับเส้นโค้ง เมื่อเส้นสัมผัสมีความชันเท่ากับ 4 (5 คะแนน)

ข้อ. 8 กาลิเลโอปล่อยลูกหินจากหอเอนปิซ่าที่ระดับความสูง 179 ฟุตจากพื้นดิน ความสูงของลูกหินที่เวลา t ใดๆมีสมการเป็น $s = 179 - 16t^2$

8.1) จงหาความเร็ว และอัตราเร็วของลูกหินที่เวลา t ใดๆ (5 คะแนน)

8.2) จงหาความเร็วของลูกหินขณะตกกระทบพื้น (5 คะแนน)

ข้อ. 9 9.1) จงหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $s = \frac{1 + \csc t}{1 - \csc t}$ (5 คะแนน)

9.2) ให้ $s = 2 - 2 \sin t$ เป็นสมการของตำแหน่งของวัตถุที่เวลา t ใดๆ จงหาความเร่งของวัตถุที่เวลา $t = \frac{\pi}{4}$ (5 คะแนน)

ข้อ. 10 10.1) จงหา $\frac{dy}{dx}$ จาก $y^2 = \frac{x^2 - 2y}{x+1}$ (5 คะแนน)

10.2) วัตถุเคลื่อนที่ในระนาบ x - y มีอนุพันธ์ ที่จุด $(5,12)$ เป็น $\frac{dx}{dt} = -1, \frac{dy}{dt} = -5$ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางของวัตถุนี้จากจุดกำเนิด (5 คะแนน)

กระดาษทด

กระดาษทด