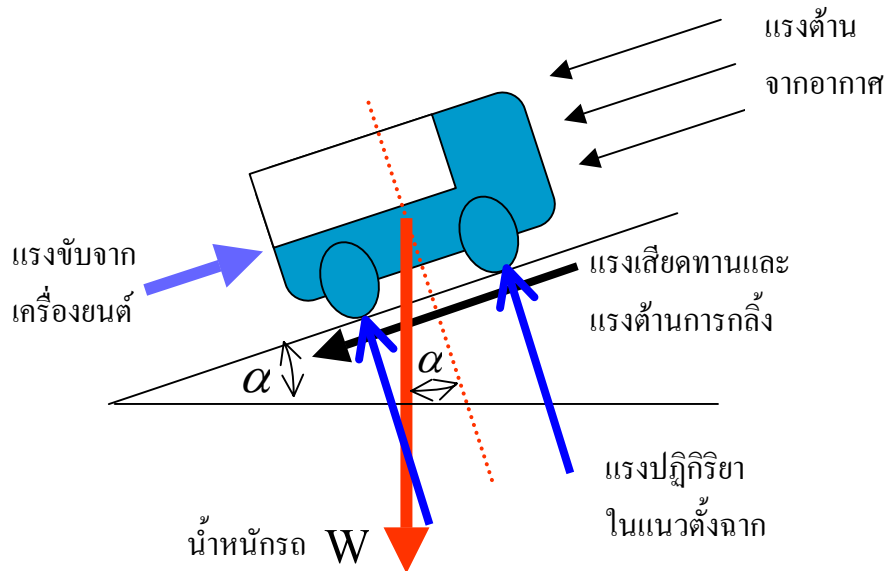


3.2.2 ระยะเบรก (Braking Distance)

ในกรณีทั่วไปของการเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรง จะเกี่ยวข้องกับการเบรกของรถในพื้นที่เอียง นั่นคือ ในขณะที่รถเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงเนิน รูปที่ 3.2.1 แสดงแรงซึ่งกระทำต่อรถขณะขึ้นเนิน



รูปที่ 3.2.1 แรงซึ่งกระทำต่อรถขณะขึ้นเนิน

รูปที่ 3.2.2 แสดงแผนภาพวัตถุอิสระ (free-body diagram) ของรถในขณะเบรก โดยพิจารณาแรงต้านเฉพาะแรงต้านทานจากความเสียดทาน (friction) และจากความลาดเอียง โดยกำหนดให้แนวเอียงอยู่ในแกน x

ปกติระยะเบรก D_b จะวัดตามแนวราบ ในกรณี มุมเอียง α มีค่าน้อย ระยะทางในแนวราบจะแตกต่างกับระยะทางตามแนวเอียงน้อยมาก ความสัมพันธ์ระหว่างระยะเบรกในแนวราบกับระยะเบรกในแนวเอียงเป็นดังนี้

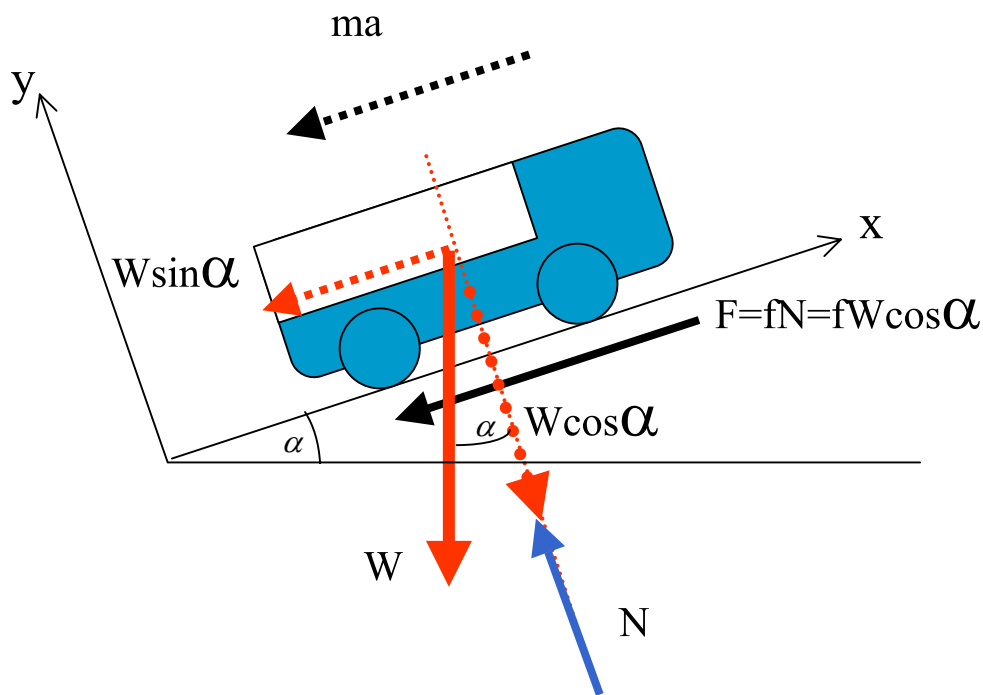
$$D_b = x \cos \alpha \quad (3.2.10)$$

เมื่อ

D_b = ระยะเบรกในแนวราบ

x = ระยะเบรกในแนวเอียง

α = มุมเอียง



รูปที่ 3.2.2 แผนภาพวัตถุอิสระของรถขณะเบรก

จากแผนภาพวัตถุอิสระของรถในรูปที่ 3.2.2 สภาวะสมดุลเป็นจริงในแกน y โดยน้ำหนักของรถในแกน y จะถูกต้านด้วยแรงปฏิกิริยาจากพื้นในแนวตั้งฉาก ดังนั้น $N = W \cos \alpha$ ส่วนในแกน x ใช้สมการ (3.2.9) ได้

$$\left(\frac{W}{g}\right)a + Wf \cos \alpha + W \sin \alpha = 0 \quad (3.2.11)$$

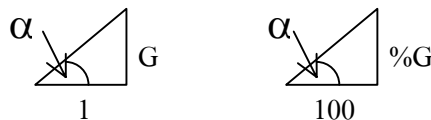
แทนค่าจากสมการ (3.2.10) ลงในสมการ (3.2.6) แล้วแก้สมการหา a ได้

$$a = (v^2 - v_o^2) \frac{\cos \alpha}{2D_b} \quad (3.2.12)$$

แทนค่าสมการ (3.2.12) ลงในสมการ (3.2.11) และหารตลอดด้วย $W \cos \alpha$ แล้วแก้สมการหา D_b ได้

$$D_b = \frac{(v_o^2 - v^2)}{2g(f + G)} \quad (3.2.13)$$

เมื่อ D_b = ระยะเบรกในแนวราบ, m
 v_o = ความเร็วของรถขณะเริ่มแตะเบรก, m/s
 v = ความเร็วของรถในขณะใด ๆ หลังจากแตะเบรก, m/s
 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
 f = สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อยางรถและผิวถนน
 G = ความลาดเอียงตามยาว (grade) โดย $G = \tan\alpha$ ถ้าทราบความลาดเอียงตามยาวเป็นเปอร์เซ็นต์ เช่น $\%G = 5\%$ ค่า G จะเท่ากับ $5/100 = 0.05$



ในกรณีที่รถแล่นลงเนิน ยังคงใช้สมการ (3.2.13) ได้ ยกเว้นเครื่องหมายหน้า G ต้องเปลี่ยนเป็น ลบ เขียนสมการ (3.2.13) ใหม่ เพื่อให้ใช้ได้ทั้งกรณีรถแล่นขึ้นเนินและลงเนิน เป็นดังนี้

$$D_b = \frac{(v_o^2 - v^2)}{2g(f \pm G)} \quad (3.2.14)$$

เมื่อเครื่องหมาย บวก และ ลบ ใช้กับกรณีขึ้นและลงเนินตามลำดับ นั่นคือระยะเบรกตอนขึ้นเนินจะน้อยกว่าตอนลงเนินเนื่องจากผลของความโน้มถ่วง

ในการคำนวณหาระยะเบรกทั้งหมดจากความเร็วเริ่มแรก v_o จนกระทั่งรถหยุด แทนค่าความเร็วสุดท้าย $v = 0$ สำหรับกรณีรถอยู่ในแนวราบค่าความลาดเอียงตามยาว $G = 0$

จากการพิสูจน์หาระยะเบรกดังกล่าวโดยใช้สมการ (3.2.6) ซึ่งสมมติว่าความเร่ง a คงตัว สมมติฐานนี้ถูกสะท้อนออกมาในค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน f ซึ่งแทนค่าเฉลี่ยระหว่างการเบรกทั้งหมด ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานนี้ขึ้นกับคุณลักษณะของผิวสัมผัสระหว่างยางล้อรถกับผิวถนน เนื่องจากสภาพยางล้อรถกับผิวถนนมีช่วงค่าแปรผันค่อนข้างกว้าง สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจึงนิยมคำนวณจากการทดลองดังนี้ ณ สถานที่ซึ่งสนใจและทราบค่าความลาดเอียงตามยาว G ทำการวัดระยะเบรกจากการทดลองซึ่งใช้ในการหยุดรถจากความเร็วเริ่มต้นที่ทราบค่า จากนั้นแทนค่าเหล่านั้นลงในสมการ (3.2.14) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน f ทำการทดลองดังกล่าวหลาย ๆ ครั้งเพื่อให้ได้ค่าที่น่าเชื่อถือทางสถิติ โดยทั่วไปค่า f จะประมาณ 0.6 กรณีผิวถนนแห้ง และ ประมาณ 0.3 กรณีผิวถนนเปียก ค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจะมีค่าลดลงเมื่อความเร็วเริ่มแรกเพิ่มขึ้น ในการออกแบบทางวิศวกรรมปกติจะสมมติให้สภาพผิวถนนเปียก

สมการ (3.2.14) สามารถนำไปใช้ประมาณความเร็วเริ่มแรก v_0 ของรถซึ่งแล่นมา ก่อนที่จะเกิดการชน จากความยาวของรอยล้อจากการเบรกบนผิวถนน แต่อย่างไรก็ตามความเร็วขณะชน v ก็ต้องถูกประมาณจากการพิจารณาพลังงานจลน์ซึ่งถูกสลายออกไป ในรูปความเสียหายและรูปร่างที่เปลี่ยนไปของรถซึ่งเกิดการชน

ตัวอย่างที่ 3.3 ระยะเบรก

คนขับรถคนหนึ่งเหยียบเบรกและลดพื้นการชนสิ่งกีดขวางบนถนนได้อย่างหวุดหวิด รอยล้อยงบนถนนยาว 26.8 m สมมติว่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน $f = 0.6$ ให้หาว่าคนขับฝ่าฝืนขีดจำกัดความเร็ว 70 km/h หรือไม่ ถ้าคนขับกำลังขับรถ

ก. ขึ้นเนินเอียง 3°

ข. ลงเนินเอียง 2.3°

ค. บนพื้นราบ

และให้คำนวณค่าความหน่วงเฉลี่ยในแต่ละกรณีด้วย

วิธีทำ

ระยะเบรกในแนวราบ D_b คำนวณจากความยาวของรอยเบรก โดยใช้สมการ (3.2.10) และ ความเร็วเริ่มแรก v_0 คำนวณจากสมการ (3.2.14) โดยแทนค่าความเร็วสุดท้ายขณะรถหยุด $v = 0$ สำหรับทั้ง 3 กรณี จากความสัมพันธ์ทางจลนศาสตร์โดยสมการ (3.2.6) สามารถใช้หาค่าความหน่วง a ในแต่ละกรณี

ก. กรณีขึ้นเนินเอียง 3°

ระยะเบรกในแนวราบ D_b

จาก

$$D_b = x \cos \alpha$$

ได้ระยะเบรกในแนวราบ

$$D_b = 26.8 \cos 3^\circ$$

$$D_b = 26.76 \text{ m}$$

ความเร็วเริ่มแรก v_o ขณะคนขับเริ่มแตะเบรก

จาก

$$D_b = \frac{(v_o^2 - v^2)}{2g(f \pm G)}$$

หาค่า G จาก

$$G = \tan \alpha$$

$$G = \tan 3^\circ$$

$$G = +0.052$$

แทนค่าในลงสมการ ได้

$$26.76 = \frac{(v_o^2 - 0)}{2 \times 9.81(0.6 + 0.052)}$$

แก้สมการหาค่า v_o จะได้

$$v_o = 18.5 \text{ m/s}$$

แปลงหน่วย m/s เป็น km/h คูณด้วย 3.6 ได้

$$v_o = 66.6 \text{ km/h}$$

ดังนั้นคนขับไม่ได้ฝ่าฝืนขีดจำกัดความเร็ว 70 km/h

ค่าความหน่วง a

จาก

$$(x - x_o) = \frac{v^2 - v_o^2}{2a}$$

แทนค่าลงในสมการ โดยให้ $x_o = 0$ ได้

$$(26.8 - 0) = \frac{0 - 18.5^2}{2a}$$

แก้สมการ ได้ความเร่ง

$$a = -6.39 \text{ m/s}^2$$

หรือความหน่วง $d = 6.39 \text{ m/s}^2$

สำหรับ กรณีข้อ ข. และ ค.

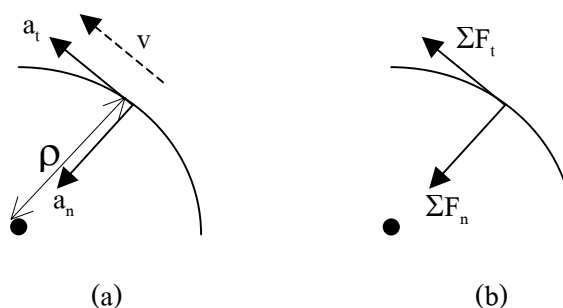
คำนวณได้ทำนองเดียวกัน โดยกรณี ข. ค่า G ต้องเป็น **ลบ** เนื่องจากลงเนิน ส่วนกรณี ค. ค่า G ต้องเป็น **ศูนย์** เนื่องจากอยู่ในแนวราบ

ผลการคำนวณของทั้ง 3 กรณี สรุปออกมาได้ ดังตาราง

กรณี	G	D_b, m	$v_o, \text{m/s}$	$v_o, \text{km/h}$	$d, \text{m/s}^2$	ฝ่าฝืนหรือไม่
ก.	0.052	26.76	18.5	66.6	6.39	ไม่ฝ่าฝืน
ข.	-0.035	26.78	17.2	61.9	5.52	ไม่ฝ่าฝืน
ค.	0	26.8	17.8	64.1	5.91	ไม่ฝ่าฝืน

3.2.3 การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

รถไม่ได้เคลื่อนที่เฉพาะตามแนวเส้นตรง บางครั้งรถยังเคลื่อนที่ตามแนวโค้งด้วย ดังรูปที่ 3.2.3 โดยทิศทางของความเร็วจะมีแนวสัมผัสกับส่วนโค้งเสมอ ความเร่งของรถอาจแยกให้อยู่ในแนวสัมผัสและแนวตั้งฉากกับส่วนโค้ง ดังรูปที่ 3.2.3(a)



รูปที่ 3.2.3 การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

ขนาดของความเร่งในแนวสัมผัส คือ

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad (3.2.15)$$

ขนาดของความเร่งในแนวตั้งฉากซึ่งมีทิศทางชี้พุ่งเข้าหาศูนย์กลางของส่วนโค้ง คือ

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad (3.2.16)$$

เมื่อ ρ คือรัศมีของส่วนโค้ง

สำหรับกรณีความเร็วคงตัว v ความเร่งในแนวสัมผัสไม่มี คงมีเฉพาะความเร่งในแนวตั้งฉาก และสำหรับแนวโค้งซึ่งเป็นวงกลม รัศมีจะมีค่าคงตัว R

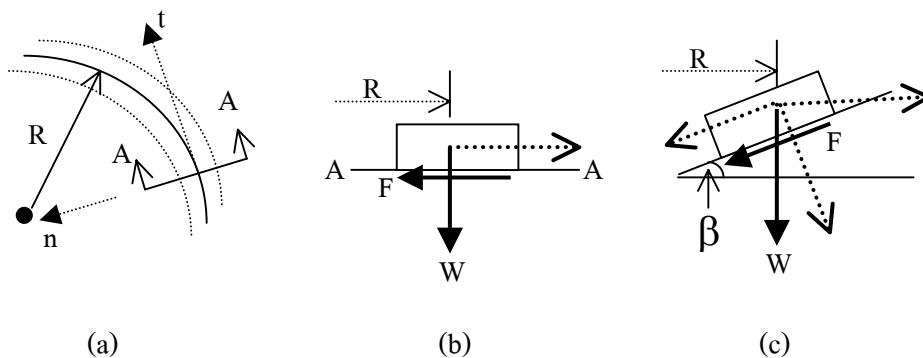
รูปที่ 3.2.3(b) แสดงแรงลัพธ์ในแนวสัมผัส และในแนวตั้งฉากของแรงซึ่งกระทำต่อรถขณะที่แล่นไปตามส่วนโค้ง จากกฎข้อที่สองของนิวตัน ($F = ma$) จะได้

$$\sum F_t = m \left(\frac{dv}{dt} \right) \quad (3.2.17)$$

และ

$$\sum F_n = \frac{mv^2}{\rho} \quad (3.2.18)$$

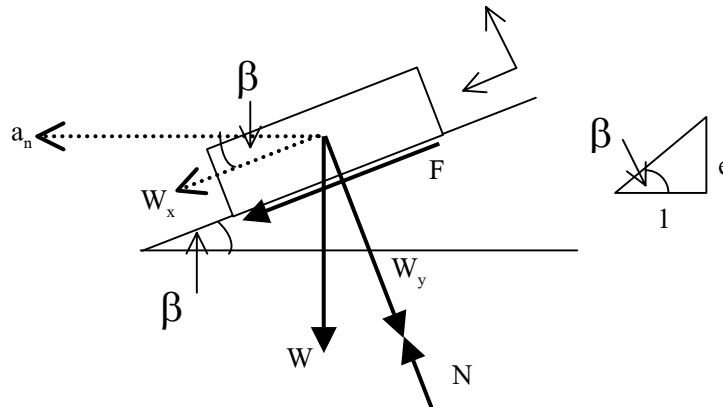
สำหรับถนนซึ่งโค้งในแนวราบ รูปที่ 3.2.4(a) ส่วนรูปที่ 3.2.4(b) แสดงรูปตัด AA' ซึ่งอยู่ในแนวราบ จะมีเพียงแรงเสียดทานระหว่างล้อยางและผิวถนน F ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากแรงในแนวตั้งฉาก ($F = \mu N$) เพียงแรงเดียวซึ่งต้านแนวโน้มการไถลของรถ เพื่อลดแนวโน้มของการไถลนี้ในการออกแบบถนนโดยปกติจะจัดให้มีการยกขอบโค้ง (superelevation) รูปตัดตามขวางของถนนในรูปที่ 3.2.4(c)



รูปที่ 3.2.4 ผลทางด้านข้าง

รูปตัดตามขวางของถนนเอียงตามขวางด้วยมุม β ดังนั้นน้ำหนักย่อยของรถตามแนวเอียงของผิวถนนจะช่วยต้านแนวโน้มของการไถล ความลาดเอียงตามขวางนี้ เรียกว่า อัตราการยกขอบโค้ง (rate of superelevation, e) โดย $e = \tan \beta$

รูปที่ 3.2.5 แสดงแผนภาพวัตถุอิสระของรถขณะแล่นเข้าโค้งซึ่งมีการยกขอบโค้ง และกำลังจะเกิดการไถลออกทางด้านข้าง



รูปที่ 3.2.5 แผนภาพวัตถุอิสระของรถขณะแล่นเข้าโค้งซึ่งมีการยกขอบโค้ง

แรงต่าง ๆ ซึ่งกระทำต่อวัตถุอิสระ เป็นดังนี้

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$W_x = W \sin \beta$$

$$W_y = W \cos \beta$$

$$N = W \cos \beta$$

$$F = f_s N = f_s W \cos \beta$$

สถานะสมดุลในแกน y เป็นจริง น้ำหนักย่อยของรถในแกน y จะถูกต้านด้วยแรงในแนวตั้งฉาก N พอดี ส่วนในแกน x ใช้กฎของที่สองของนิวตัน ได้ดังนี้

$$W \sin \beta + f_s W \cos \beta = m a_n \cos \beta$$

$$W \sin \beta + f_s W \cos \beta = \frac{W}{g} \left(\frac{v^2}{R} \right) \cos \beta$$

หารทั้งสองข้างของสมการด้วย $W \cos \beta$ ได้

$$e + f_s = \frac{v^2}{gR} \quad (3.2.19)$$

เมื่อ $e = \tan \beta$ และ f_s คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทานด้านข้างระหว่างยางล้อรถและผิวถนน

ตัวอย่างที่ 3.4 การเคลื่อนที่ในแนวโค้ง

รถคันหนึ่งมีมวล 900 kg แล่นไปตามแนวโค้งกลมราบรัศมี $R = 150$ m ด้วยความเร็ว 26.8 m/s และด้วยความหน่วง 2.44 m/s^2 ให้หาแรงในแนวราบทั้งหมดซึ่งกระทำต่อรถคันนี้

วิธีทำ

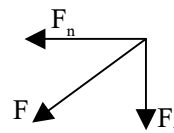
พิจารณารูป 3.2.3(b) แรงทั้งหมดสามารถแยกออกเป็นแรงย่อยในแนวสัมผัส และแรงย่อยในแนวตั้งฉากได้ ดังนี้

$$F_t = ma_t = (900 \text{ kg})(-2.44 \text{ m/s}^2) = -2200 \text{ N}$$

$$F_n = ma_n = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = (900 \text{ kg}) \left(\frac{26.8^2}{150} \text{ m/s}^2 \right) = 4310 \text{ N}$$

แรงลัพธ์ทั้งหมด

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_n^2} = 4840 \text{ N}$$



ข้อสังเกต แรง F_t มีเครื่องหมายเป็นลบ เนื่องจากกำลังชะลอความเร็ว

ตัวอย่างที่ 3.5 การยกขอบโค้ง

รถแล่นไปตามแนวโค้งกลมราบรัศมี $R = 300$ m จีดจำกัดความเร็วตามกฎหมาย $v = 95 \text{ km/h}$ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานด้านข้าง $f_s = 0.2$ จงหามุม β ซึ่งผิวถนนควรเอียงเพื่อป้องกันการไถลออกนอกทางโค้ง

วิธีทำ

แปลงความเร็ว $v = 95 \text{ km/h}$ ให้เป็น m/s หารด้วย 3.6 ได้ $v = 26.4 \text{ m/s}$

จากสมการ (3.2.19)

$$e + f_s = \frac{v^2}{gR}$$

$$e = \frac{v^2}{gR} - f_s$$

แทนค่าลงในสมการ จะได้

$$e = \frac{26.4^2}{9.81 \times 300} - 0.2$$

$$e = 0.037$$

จาก $\tan \beta = e$ ดังนั้น

$$\beta = \tan^{-1}(0.037)$$

$$\beta = 2.1^\circ$$