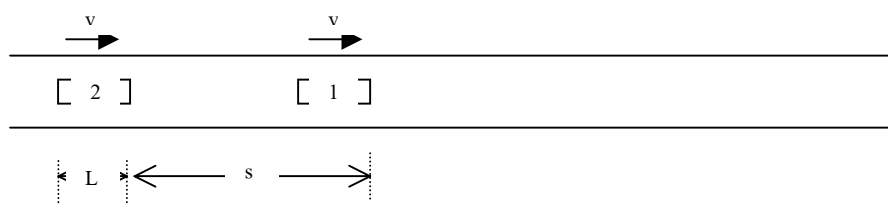


4.6 การเล่นตามกันของขบวนยาน

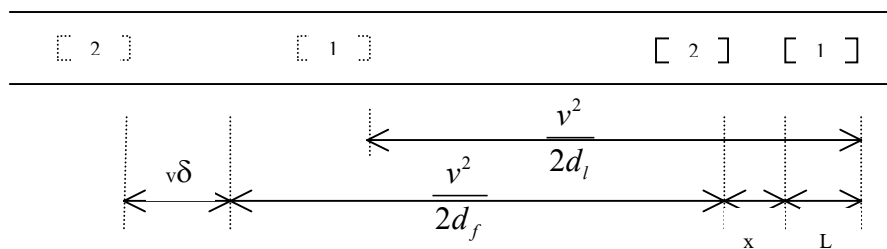
พิจารณากรณีขบวนยานหลายคันเล่นตามกันบนถนนหรือราง โดยขบวนยานเหล่านี้ไม่ถูกขัดจังหวะ การเคลื่อนที่จากภายนอกกระแสจราจร เช่น สัญญาณจราจร สถานีรับส่งผู้โดยสาร ในกรณีนี้เราเรียกว่า การไหลแบบไม่ถูกขัดจังหวะ (uninterrupted flow) ขบวนยานแต่ละคันจะถูกรบกวนจากขบวนยานคันอื่นในกระแสจราจรเท่านั้น รูปที่ 4.6.1 แสดงขบวนยาน 2 คันเล่นตามกันด้วยความเร็ว v และระยะห่าง s

ตามกฎโดยทั่วไป ระยะห่างระหว่างขบวนยานควรมากพอที่ เมื่อคันหน้าต้องชะลอความเร็วลงกะทันหันแล้ว คันหลังต้องมีเวลาและระยะห่างมากพอสำหรับรับรู้และเกิดปฏิกิริยาและสามารถชะลอความเร็วอย่างปลอดภัยโดยไม่ชนคันหน้า รูป 4.6.1(a) แสดงสภาพในขณะคันแรกเริ่มชะลอความเร็ว ส่วนรูป 4.6.1(b) แสดงสภาพที่ยอมรับได้เมื่อสิ้นสุดการหยุดของคันหลัง

หมายเหตุ ขบวนยานในที่นี้รวมหมายถึงขบวนรถไฟหรือรถรางซึ่งประกอบด้วยผู้รถหลายผู้ต่อกัน



(a) สภาพในขณะคันหน้าเริ่มชะลอความเร็ว



(b) สภาพที่ยอมรับได้เมื่อสิ้นสุดการหยุดของคันหลัง

รูปที่ 4.6.1 แสดงขบวนยาน 2 คันเล่นตามกัน

ให้

v = ความเร็วต้นของขบวนทั้งสอง

d_l = อัตราการชะลอความเร็วของคันหน้า

d_f = อัตราการชะลอความเร็วของคันหลัง

δ = เวลารับรู้และเกิดปฏิกิริยาแต่ละเบรกของคันหลัง

x_0 = ระยะเพื่อความปลอดภัยหลังจากหยุด

L = ความยาวของขบวน

N = จำนวนขบวน (ในกรณีมีหลายคู่ต่อกัน)

ในกรณีอัตราการชะลอความเร็วคงตัว ระยะหยุดของคันหน้า คือ

$$x_l = \frac{v^2}{2d_l} \quad (4.6.1)$$

ระยะหยุดของคันหลังต้องรวมระยะรับรู้และตัดสินใจแต่ละเบรกด้วย ดังนี้

$$x_f = v\delta + \frac{v^2}{2d_f} \quad (4.6.2)$$

หรืออาจเขียนอยู่ในรูปของระยะห่าง s ความยาวของกลุ่มขบวน NL และระยะเพื่อความปลอดภัย x_0 ดังนี้

$$x_f = s + x_l - NL - x_0 \quad (4.6.3)$$

แทนค่าจากสมการ (4.6.1) และ (4.6.2) ลงในสมการ (4.6.3) แล้วแก้สมการหา s ได้

$$s = v\delta + \frac{v^2}{2d_f} - \frac{v^2}{2d_l} + NL + x_0 \quad (4.6.4)$$

ดังนั้น ถ้าทราบความเร็วในสภาพปกติของระบบ และพารามิเตอร์ที่อธิบายพฤติกรรมต่าง ๆ ของระบบ จะสามารถคำนวณหาระยะห่างที่จำเป็นที่คันหลังจะสามารถหลีกเลี่ยงการชนคันหน้าจากการที่คันหน้าหยุด

การใช้สมการดังกล่าวกับระบบใดระบบหนึ่ง ต้องระบุสภาพการชะลอตัวของคันหน้า และอัตรา
การชะลอที่พึงปรารถนาของคันหลัง

การพิจารณาความปลอดภัย

มี 3 สภาพการชะลอความเร็วซึ่งเกี่ยวข้องกับประเด็นความปลอดภัยในการดำเนินการ ดังนี้

- การชะลอตัวตามปกติหรืออย่างสบาย ๆ, d_n
- การชะลอตัวอย่างฉุกเฉิน, d_e
- การหยุดอย่างกะทันหัน, α

ระดับซึ่งปลอดภัยมากที่สุดของการดำเนินการ จะเกิดเมื่อ ระยะห่างระหว่างขบวนมากพอที่คัน
หลังสามารถหยุดได้อย่างปลอดภัยโดยเพียงการชะลอตัวตามปกติ ในขณะที่คันหน้ามีการหยุดอย่าง
กะทันหัน

ระดับความปลอดภัยซึ่งลดลง เกิดเมื่อระยะห่างมีเพียงพอเท่าที่คันหลังต้องชะลอตัวอย่างฉุกเฉิน
ระดับความปลอดภัยในแต่ละสถานการณ์ แสดงในตาราง 4.6.1

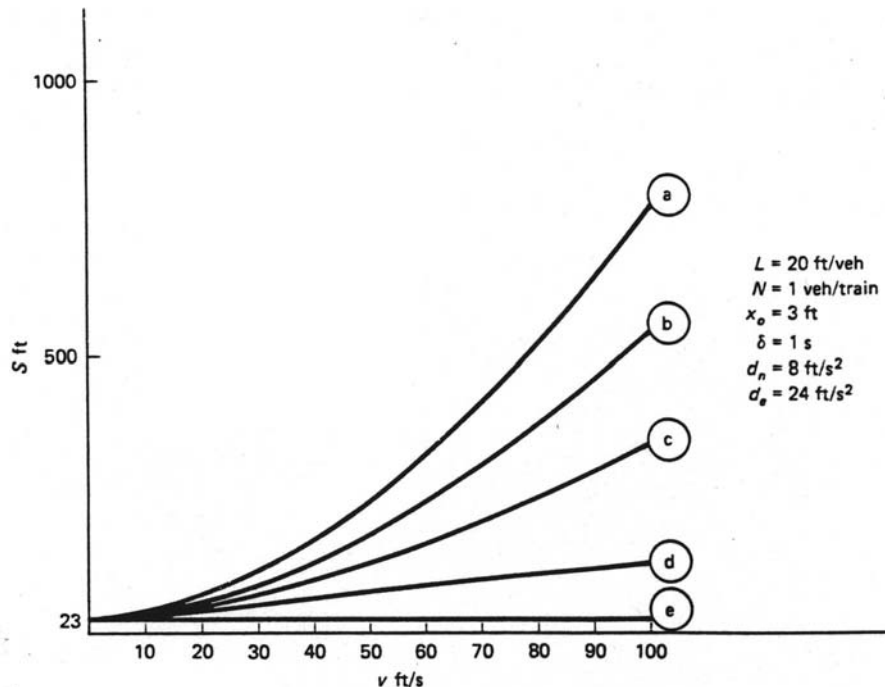
ตาราง 4.6.1 ระดับความปลอดภัยในแต่ละสถานการณ์ (Papacostas, 1987)

สถานการณ์	การชะลอความเร็วของคันหน้า	การชะลอความเร็วของคันหลัง
a	α	d_n
b	d_e	d_n
c	α	d_e
d	$d_f = d_r$	
e	ไม่มีการเบรก	

หมายเหตุ สำหรับ $d_e < 2d_n$ สถานการณ์ c จะปลอดภัยกว่าสถานการณ์ b

รูปที่ 4.6.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างและความเร็ว (สมการ 4.6.4) สำหรับสภาพระดับ
ความปลอดภัยทั้งสี่ (สถานการณ์ a, b, c และ d) พร้อมทั้งแสดงสภาพในกรณีที่ขบวนแล่นด้วย
ความเร็วคงตัวโดยไม่มีการชะลอตัว (สถานการณ์ e) จะเห็นว่า ยิ่งต้องการความปลอดภัยสูง ก็ยิ่ง
ต้องการระยะห่างมากเพื่อหลีกเลี่ยงการชนกัน ถ้ามองในแง่ความปลอดภัยอย่างเดียวก็เป็นการสม

เหตุผลที่จะเลือกระดับความปลอดภัยสูงสุด แต่อย่างไรก็ตามในขณะที่ระดับความปลอดภัยเพิ่มมากขึ้น ความจุซึ่งเป็นจำนวนขบวนที่มากที่สุดซึ่งระบบสามารถให้บริการในช่วงเวลาที่กำหนดจะลดลง ดังนั้นจำเป็นต้องชั่งใจระหว่างความปลอดภัย กับ ความจุ ว่าจุดใดที่เหมาะสม



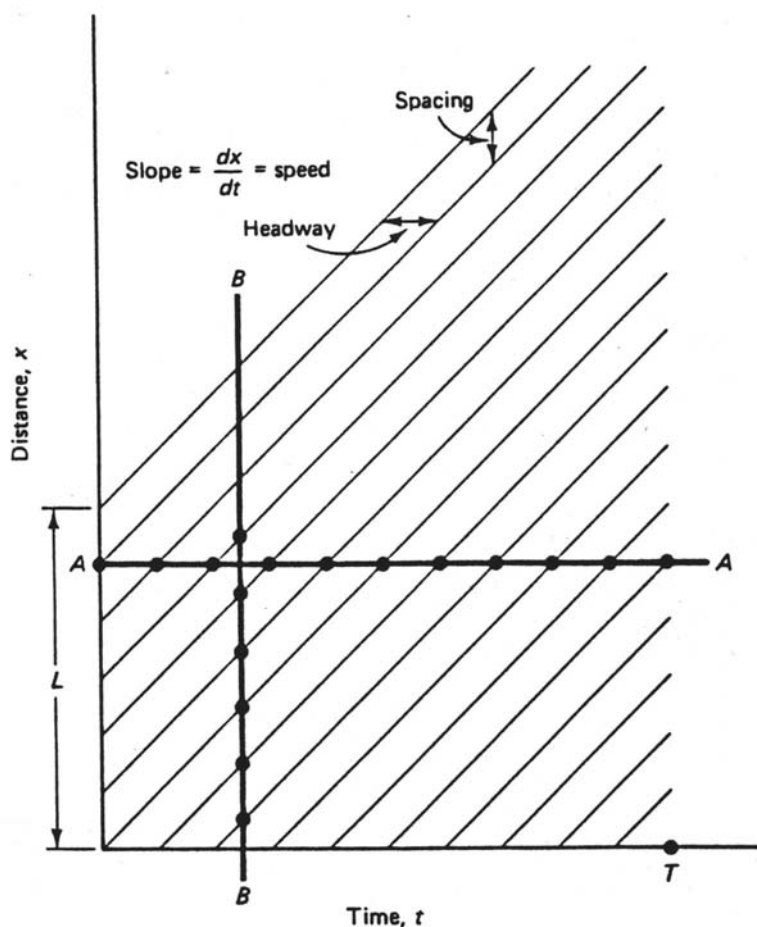
รูปที่ 4.6.2 ความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างและความเร็ว (Papacostas, 1987)

4.7 แผนภาพเวลา-ระยะทางของการไหล (Time – Distance Diagrams of Flow)

ตัวแปรเกี่ยวกับขบวน (ระยะห่าง เวลาห่าง และความเร็วของขบวน) และตัวแปรเกี่ยวกับกระแสจราจร (ปริมาณจราจร ความหนาแน่น และอัตราเร็วเฉลี่ยของกระแสจราจร) สามารถอธิบายให้เห็นได้ชัดเจนขึ้นจาก แผนภาพเวลา-ระยะทาง ซึ่งแสดงวิถีการเคลื่อนที่ของขบวนในกระแสจราจร

รูปที่ 4.7.1 แสดงแผนภาพเวลา-ระยะทางของการไหลอย่างสม่ำเสมอ (uniform flow) สำหรับกรณีที่ขบวนทุกคันเคลื่อนด้วยความเร็วคงตัวและเท่ากัน เส้นตรงแต่ละเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของขบวนแต่ละคัน โดยความชันของเส้น dx/dt เท่ากับความเร็ว v

จุดต่าง ๆ บนเส้นแสดงตำแหน่งของขบวนในขณะใดขณะหนึ่ง



รูปที่ 4.7.1 แผนภาพเวลา-ระยะทาง ของการไหลอย่างสม่ำเสมอ (Papacostas, 1987)

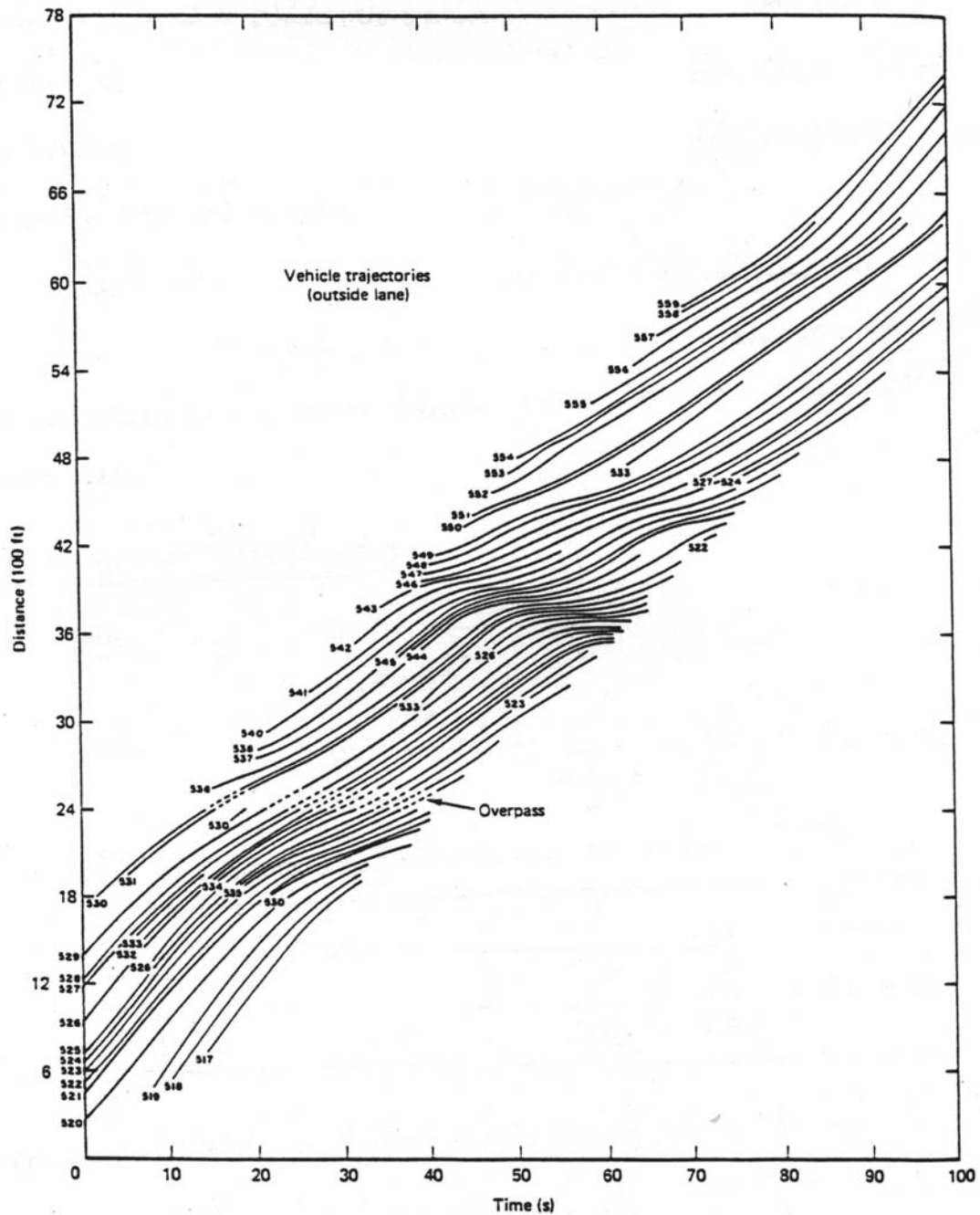
เส้นตรงในแนวนอน AA ซึ่งตัดผ่านเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของยานแต่ละคันในแผนภาพ ความแตกต่างของเวลาระหว่างยานแต่ละคู่ตามแนวเส้น AA คือ เวลาห่าง ของยานแต่ละคู่ และตำแหน่งที่เส้นตรงนี้อยู่ คือ ตำแหน่งที่ผู้สังเกตอยู่นั่นเอง จำนวนรถที่ผู้สังเกตนับได้ในช่วงเวลา T คือ ปริมาณจราจร ที่เท่ากับจำนวนจุดซึ่งเส้นนี้ตัดผ่านเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของยานแต่ละคันในช่วงเวลา T ที่จุดใดจุดหนึ่งบนถนน

เส้นตรงในแนวตั้ง BB แทนสภาพในขณะใดขณะหนึ่ง ระยะห่างของจุดตัดตามแนวเส้นตั้งนี้ คือ ระยะห่างระหว่างยาน เส้นตรงตั้งนี้ยังแทนภาพถ่ายทางอากาศแสดงสภาพของกระแสจราจรในขณะใดขณะหนึ่ง จำนวนจุดตัดที่อยู่บนเส้นตรงตั้งนี้ คือ จำนวนรถที่ปรากฏบนภาพถ่ายบนช่วงหนึ่งของถนน คือ ความหนาแน่น

ในการหาอัตราเร็วเฉลี่ยที่จุดใดจุดหนึ่งบนถนน หาได้โดยการหาค่าเฉลี่ยของความชันของเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของยานแต่ละคันที่ตัดกับเส้นนอน AA ใด ๆ

ในการหาอัตราเร็วเฉลี่ยของรถทุกคันในกระแสดจราจรบนช่วงหนึ่งของถนนในขณะใดขณะหนึ่ง หาได้โดยการหาค่าเฉลี่ยของความชันของเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของยานแต่ละคันที่ตัดกับเส้นตั้ง BB ใด ๆ

รูปที่ 4.7.2 แสดงแผนภาพเวลา-ระยะทาง บนถนนในสภาพทั่วไป ความชันของเส้นอธิบายการเคลื่อนที่ของยานแต่ละคันแต่ละเส้นซึ่งมีค่าไม่คงตัว แสดงถึงความเร็วของรถแต่ละคันในขณะใดขณะหนึ่งซึ่งไม่คงตัว ในทำนองเดียวกันความหนาแน่นของยานบนช่วงหนึ่งของถนนในขณะใดขณะหนึ่งก็ไม่คงตัว ความหนาแน่นมากเมื่อจำนวนเส้นที่นับได้ในแนวดิ่งต่อช่วงความยาวในแนวดิ่งมีจำนวนมาก จะสังเกตเห็นว่าในขณะที่มีความหนาแน่นมากความเร็วจะต่ำ เหตุผลคือเมื่อความเร็วต่ำ ระยะห่างที่ปลอดภัยของคนขับแต่ละคนจะน้อยลง เมื่อรถแต่ละคันมีระยะห่างกันน้อยจะทำให้ความหนาแน่นมาก



รูปที่ 4.7.2 แผนภาพเวลา-ระยะทาง บนถนนในสภาพทั่วไป (Papacostas, 1987)

4.8 สมการพื้นฐานซึ่งอธิบายกระแสจราจร

ถ้ารถ 2 คันแล่นตามกันด้วยระยะห่าง s และด้วยอัตราเร็ว u
เวลาห่างระหว่างรถทั้งสองจะหาได้จาก

$$h = \frac{s}{u} \quad (4.8.1)$$

จาก

$$s = \frac{1}{k}$$

เมื่อ k = ความหนาแน่น

และจาก

$$h = \frac{1}{q}$$

เมื่อ q = ปริมาณจราจร

แทนค่า s และ h ลงในสมการ (4.8.1)

จะได้

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{uk}$$

จัดรูปใหม่ ได้

$$q = uk \quad (4.8.2)$$

แทนค่าหน่วยของตัวแปรทั้งสาม ได้

$$\frac{\partial \tilde{N}^i}{\partial \tilde{C}^i \tilde{A}^i \tilde{O}^i} = \frac{\tilde{A}^i \tilde{D}^i \tilde{A}^i}{\partial \tilde{C}^i \tilde{A}^i \tilde{O}^i} \frac{\partial \tilde{N}^i}{\tilde{A}^i \tilde{D}^i \tilde{A}^i}$$

จะเห็นความสัมพันธ์ของหน่วยระหว่างทางด้านซ้ายและทางด้านขวาของสมการ

ตัวแปรทั้งสามจะเปลี่ยนแปลงพร้อมกันทั้งสาม เช่น เมื่อความเร็วเพิ่มขึ้น ระยะห่างระหว่างยานจะเพิ่มขึ้น ซึ่งจะเป็นผลให้ความหนาแน่นลดลงด้วย ในขณะที่ปริมาณจราจรขึ้นกับผลคูณระหว่างความเร็วและความหนาแน่น นั่นคือในการอธิบายสภาพการจราจรในขณะใดขณะหนึ่งหรือบนช่วงใดช่วงหนึ่งของถนนต้องอธิบายด้วยตัวแปรทั้งสามพร้อมกัน หรือ อธิบายด้วยตัวแปรอย่างน้อยสองตัว(เมื่อรู้ตัวแปรสองตัว จะสามารถหาตัวแปรตัวที่สามได้จากความสัมพันธ์ $q = uk$)

เพื่อให้เข้าใจปรากฏการณ์นี้ จะพิจารณาความสัมพันธ์จากสมการ (4.8.2) ที่ละคู่สัมพันธ์ คือ $u - k$, $u - q$ และ $q - k$ ตอนแรกจะพิจารณาในกรณีการไหลอย่างสม่ำเสมอ จากนั้นจะพิจารณากรณีซึ่งซับซ้อนขึ้นในการจราจรบนถนน

4.8.1 กรณีการไหลอย่างสม่ำเสมอ

ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นและอัตราเร็ว

แทนค่า

$$s = \frac{1}{k}$$

ลงในสมการ (4.6.4)

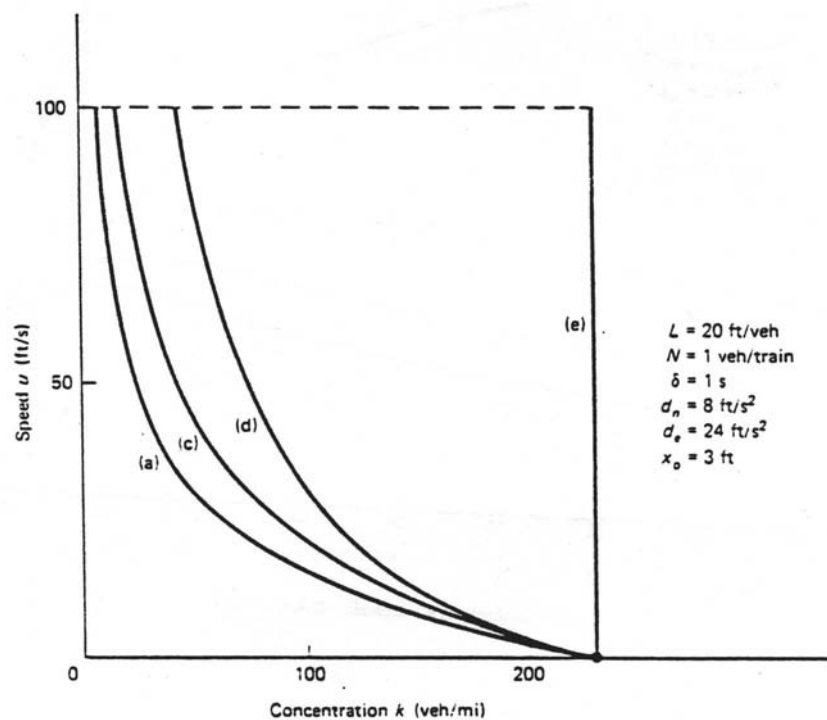
$$s = v\delta + \frac{v^2}{2d_f} - \frac{v^2}{2d_l} + NL + x_o$$

จะได้ ความหนาแน่น k ในรูปฟังก์ชันของอัตราเร็วเฉลี่ย u ดังนี้

$$k = f(u) = \frac{1}{u\delta + \frac{u^2}{2d_f} - \frac{u^2}{2d_l} + NL + x_o} \quad (4.8.3)$$

จากสมการ (4.8.3) นำไปลงค่า (plot) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง k และ u ในสถานการณ์เกี่ยวกับความปลอดภัยสภาพต่าง ๆ ดูรูปที่ 4.8.1

สภาพการไหลอิสระ (free-flow conditions) คือสภาพที่ความหนาแน่นต่ำมาก และ อัตราเร็วสูงมาก อัตราเร็วสูงสุดที่ความหนาแน่นเข้าสู่ศูนย์ เรียกว่า **อัตราเร็วที่การไหลอิสระ (free-flow speed, u_f)** แม้ว่าจากสมการ (4.8.3) จะให้ค่าอัตราเร็วเป็นอนันต์ เมื่อความหนาแน่นเข้าสู่ศูนย์ แต่ในทางปฏิบัติ จะมีขีดความเร็วสูงสุดค่าหนึ่ง (แสดงด้วยเส้นประ) ขึ้นกับเทคโนโลยีของแต่ละระบบ



รูปที่ 4.8.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง k และ u ในสถานการณ์เกี่ยวกับความปลอดภัยสภาพต่าง ๆ

(Papacostas, 1987)

จากสมการ (4.8.3) คุณทั้งสองข้างของสมการด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย u จะได้

$$q = uk = \frac{u}{u\delta + \frac{u^2}{2d_f} - \frac{u^2}{2d_l} + NL + x_o} \quad (4.8.4)$$

รูปที่ 4.8.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับปริมาณจราจร (speed – flow relationship) ในแต่ละค่าของอัตราเร็ว แต่ละเส้นโค้งแทนปริมาณจราจรซึ่งไหลได้ ถ้าระยะห่างยังคงห่างพอที่กันหลังจะหยุดได้ทันในแต่ละระดับของความปลอดภัย

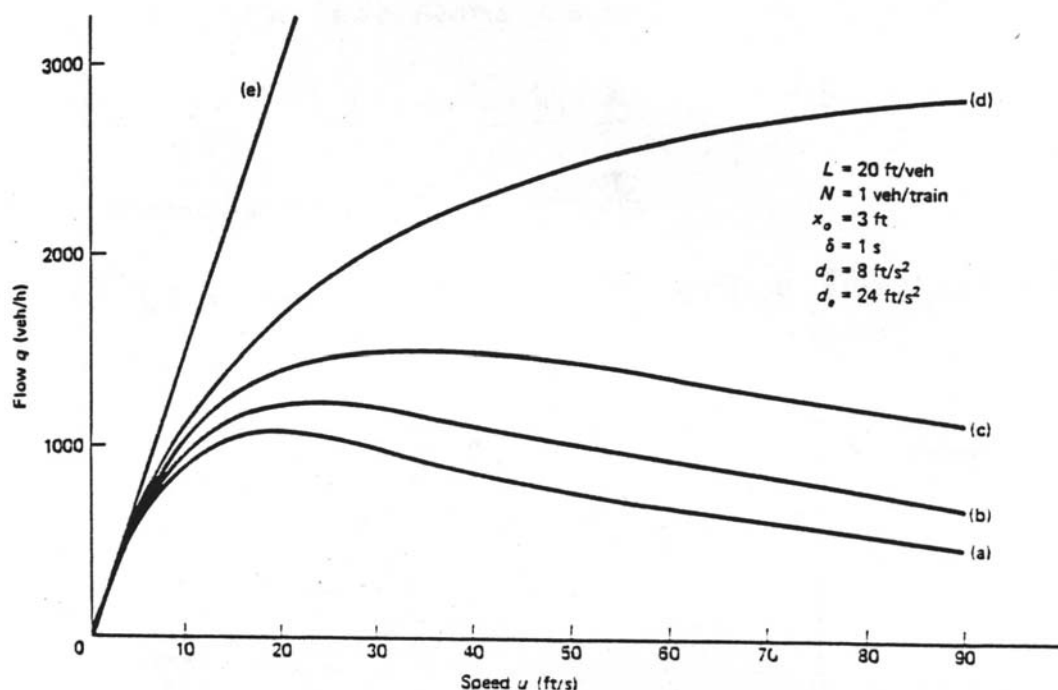
พื้นที่ภายใต้แต่ละเส้นโค้ง แทนขอบเขตของค่าปริมาณจราจร q และอัตราเร็วเฉลี่ย u ซึ่งมีความปลอดภัยมากกว่าหรือเท่ากับระดับที่กำหนด

เส้นโค้งแต่ละเส้น แสดงค่าปริมาณจราจรเป็นศูนย์ เมื่ออัตราเร็วเป็นศูนย์ เนื่องจากไม่มีรถคันใดเลยเคลื่อนที่ผ่านจุดสังเกตในช่วงเวลาที่สังเกต

ในช่วงที่อัตราเร็วสูง ปริมาณจราจรมีแนวโน้มลดลง เนื่องจากเมื่ออัตราเร็วสูงต้องการระยะห่างมากขึ้นเพื่อความปลอดภัย **ปริมาณจราจรที่มากที่สุด** (maximum flow, $q_{\max}$) ที่แสดงให้เห็นในแต่ละเส้นโค้งเรียกว่า **ความจุ** (capacity) ของถนนหรือรางสำหรับระดับความปลอดภัยที่กำหนด **หน่วยของความจุ** เหมือน หน่วยของปริมาณจราจร คือ คัน/เวลา ความจุเกิดขึ้นขณะอัตราเร็วปานกลาง u_m

จากอัตราเร็วค่อย ๆ เพิ่มขึ้นไปถึงอัตราเร็วปานกลาง u_m ปริมาณจราจรจะเพิ่มขึ้นด้วย แต่ในช่วงที่อัตราเร็วมากกว่าอัตราเร็วปานกลาง u_m ปริมาณจราจรจะลดลง

ดังนั้นต้องตัดสินใจว่าจะเลือก อัตราเร็ว หรือ ปริมาณจราจร ถ้าต้องการอัตราเร็วมากขึ้นก็ต้องลดความจุลง



รูปที่ 4.8.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับปริมาณจราจร (Papacostas, 1987)

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณจราจรและความหนาแน่น

จากสมการ (4.8.2)

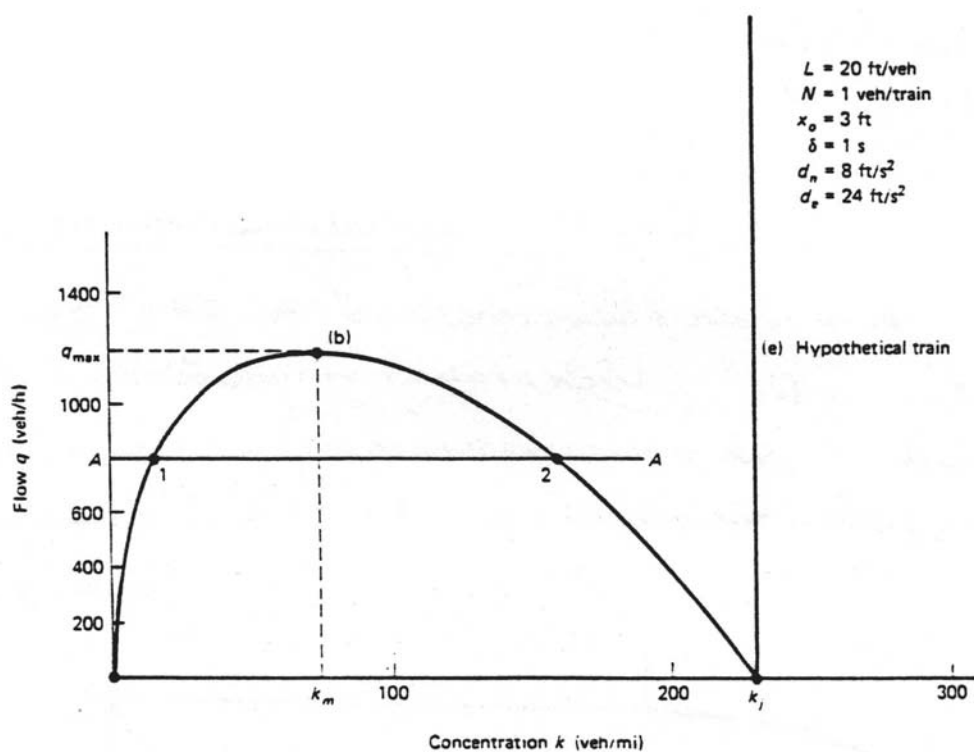
$$q = uk$$

จากสมการ (4.8.3) แก้สมการหา u ในรูปของ k

แทนค่า $u(k)$ ลงในสมการ (4.8.2) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง q กับ k ดังนี้

$$q = k \times u(k) \quad (4.8.5)$$

รูปที่ 4.8.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง q และ k สำหรับสภาพระดับความปลอดภัย b



รูปที่ 4.8.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง q และ k สำหรับสภาพระดับความปลอดภัย b

(Papacostas, 1987)

ในสถานการณ์ไหลอิสระ (ปริมาณจราจรต่ำและความหนาแน่นต่ำ) จะสัมพันธ์กับสภาพความเร็วสูง ในรูปที่ 4.8.1 และ 4.8.2 ในขณะที่ความหนาแน่นมากที่สุด ปริมาณจราจรจะเป็นศูนย์และอัตราเร็วจะเป็นศูนย์เช่นกัน นั่นคือเมื่อถนนหรือรางถูกครอบครองด้วยยานพาหนะมากจนถึงจุดซึ่งถนนหรือ

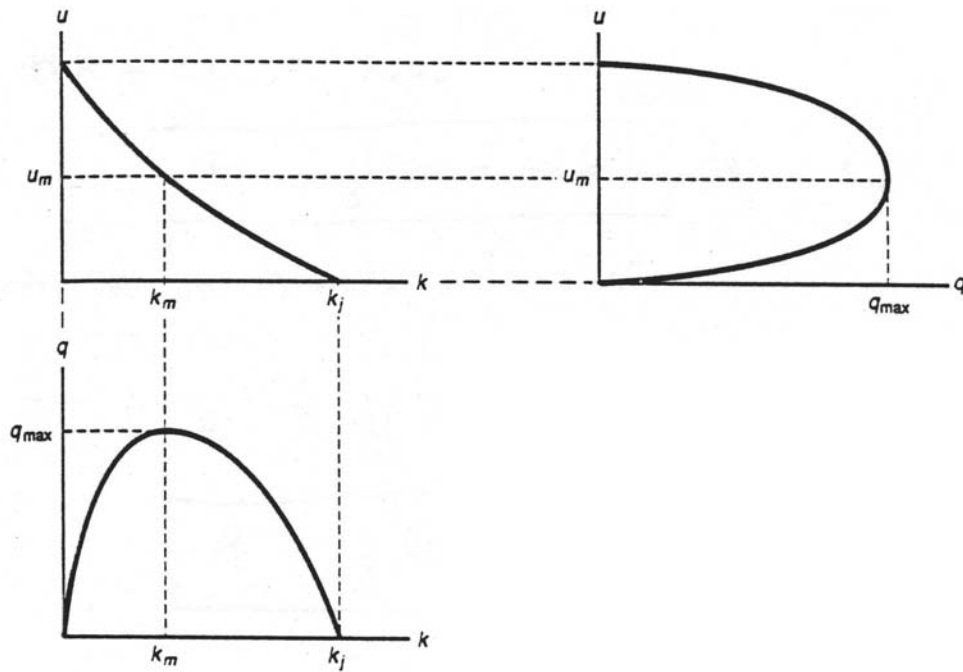
รางสามารถรองรับได้ จะไม่มีขบวนเคลื่อนที่ ซึ่งก็คือไม่มีการไหลของปริมาณจราจร สภาพเช่นนี้เรียกว่าการจราจรติดขัด ความหนาแน่นสูงสุดนี้เรียกว่า ความหนาแน่นที่การจราจรติดขัด, k_j

ส่วน ปริมาณจราจรสูงสุด หรือ ความจุ จะเกิดที่ความเร็วปานกลาง u_m และความหนาแน่นปานกลาง k_m

เส้นแนวนอน AA ในรูป 4.8.3 ตัดเส้นโค้ง $q - k$ 2 จุด แม้ว่าปริมาณจราจรของ 2 จุดจะเท่ากัน แต่ความหนาแน่นต่างกันและความเร็วที่ 2 จุดนี้ก็ต่างกันเช่นกัน (ดูรูปที่ 4.8.1 และ 4.8.2) จุด 1 แทนสภาพซึ่งเข้าใกล้สภาพการไหลอิสระ ส่วนจุด 2 แทนสภาพซึ่งติดขัดมากกว่า ถ้าลากเส้นตรงจากจุดกำเนิดไปยังจุดต่าง ๆ บนเส้นโค้ง $q - k$ ความชันของเส้นนี้ เท่ากับ $\frac{q}{k}$ ซึ่งจากสมการ (4.8.2) จะเท่ากับอัตราเร็วเฉลี่ย u ดังนั้นเป็นไปได้ที่จะระบุค่าตัวแปรของกระแสจราจรพื้นฐาน 3 ตัวนี้ (q , u และ k) โดยใช้เพียงแผนภาพเดียวจากแผนภาพทั้งสาม ซึ่งปกติในการวิเคราะห์การจราจรบนถนนนิยมใช้แผนภาพ $q - k$

4.8.2 การไหลของการจราจรบนถนน

รูปที่ 4.8.4 แสดงแผนภาพความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$, $u - q$ และ $q - k$ สำหรับการไหลของการจราจรบนถนนทั่วไป ปริมาณจราจรสูงสุดเกิดที่ความเร็วปานกลาง u_m และความหนาแน่นปานกลาง k_m โดยทั่วไปถ้าทราบความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$ จะสามารถประมาณความสัมพันธ์ระหว่าง $u - q$ และ $q - k$ ได้



รูปที่ 4.8.4 แผนภาพความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$, $u - q$ และ $q - k$
สำหรับการไหลของการจราจรบนถนนทั่วไป (Papacostas, 1987)

ตัวอย่างที่ 4.7

กำหนดให้คนขับยี่ดกฏดังนี้คือ จะรักษาช่องห่าง 1 ช่วงความยาวรถ (L) ทุก ๆ ความเร็วที่เพิ่มขึ้น 16 km/h ให้ความยาวรถเท่ากับ 6 m

ให้หาสมการอธิบายการไหลของการจราจร และ เขียนแผนภาพ $u - k$, $u - q$ และ $q - k$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{เมื่อความเร็วเท่ากับ } 16 \text{ km/h ช่องห่าง} &= L \\ \text{ถ้าความเร็วเท่ากับ } u \text{ km/h ช่องห่างเท่ากับ} &= \left(\frac{u}{16} \right) L \end{aligned}$$

จากกฎที่กำหนด จะได้ระยะห่างที่ปลอดภัยดังนี้

$$s = L + \left(\frac{u}{16}\right)L$$

$$s = L \left(1 + \frac{u}{16}\right)$$

แทนค่า $L = \frac{6}{1,000}$ km ลงในสมการ จะได้

$$s = \frac{6}{1,000} \left(1 + \frac{u}{16}\right) \quad \text{กิโลเมตร/คัน}$$

จาก $k = \frac{1}{s}$ จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$

$$k = \frac{1,000}{6} \left(\frac{16}{16+u}\right) \quad \text{คัน/กิโลเมตร} \quad (1)$$

จัดสมการใหม่ ได้

$$96k + 6uk = 16,000$$

หรือ

$$48k + 3uk = 8,000 \quad (2)$$

แทนค่า $q = uk$ ลงในสมการ จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $q - k$

$$q = \frac{1}{3}(8,000 - 48k) \quad \text{คัน/ชั่วโมง} \quad (3)$$

แทนค่า k จากสมการ (1) ลงในสมการ (3) จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $u - q$

$$q = \frac{1}{3} \left[8,000 - 48 \times \frac{1,000}{6} \left(\frac{16}{16+u} \right) \right]$$

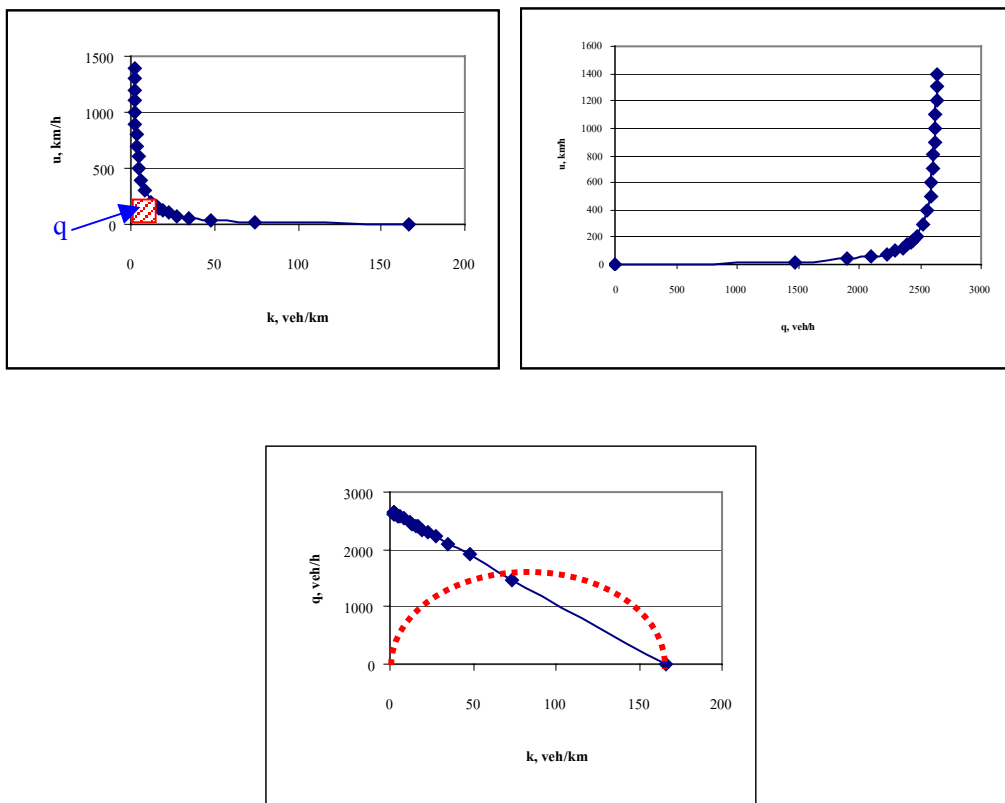
$$q = \frac{1}{3} \left(8,000 - \frac{128,000}{16 + u} \right) \quad \text{คัน/ชั่วโมง}$$

แผนภาพทั้งสามซึ่งอธิบายการไหลของการจราจร แสดงในรูปที่ 4.8.5

หมายเหตุ

แผนภาพ $u - k$ มีรูปร่างตามที่คาด โดยอัตราเร็ว u มีค่าลดลงเมื่อความหนาแน่น k มากขึ้น พื้นที่แรเงาคือผลคูณอัตราเร็วและความหนาแน่น uk ซึ่งเท่ากับ q

ส่วนแผนภาพ $u - q$ และ $q - k$ มีลักษณะต่างไปจากที่คาดซึ่งควรจะมีรูปร่างโค้งกลับ ดูแผนภาพ $q - k$ เส้นประเป็นเส้นที่ควรเป็น นั่นคือสมมติฐานที่ตั้งไว้ในกรณีนี้ไม่จริงในช่วง k น้อย ๆ และ u มาก ๆ เนื่องจากสมการที่ได้ยอมให้รถยนต์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงมากเกินไป (ซึ่งไม่เป็นเช่นนั้นในสภาพจริง)



รูปที่ 4.8.5 ตัวอย่างโค้งการไหลของการจราจร

ตัวอย่างที่ 4.8

กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$ เป็นดังนี้

$$u = 87.2 - 0.61k$$

ให้หาความสัมพันธ์ระหว่าง $q - k$ และ $u - q$

และหา $q_{\max}$, u_m และ k_j

วิธีทำ

จากสมการความสัมพันธ์ $u - k$ คูณด้วย k ทั้งสองข้างของสมการ จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $q - k$

$$q = uk = 87.2k - 0.61k^2$$

จากสมการ $u - k$ เขียนใหม่ จะได้

$$k = 143 - 1.64u$$

คูณด้วย u ทั้งสองข้างของสมการ จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่าง $u - q$

$$q = uk = 143u - 1.64u^2$$

นำไปลงจุด จะได้แผนภาพดังรูปที่ 4.8.6

หาความหนาแน่นในสภาพติดขัด k_j โดยให้อัตราเร็วเท่ากับศูนย์ $u = 0$ ได้

$$0 = 87.2 - 0.61k_j$$

$$k_j = 143 \quad \text{คัน/กิโลเมตร}$$

และ u_c อัตราเร็วที่การไหลอิสระ เกิดเมื่อความหนาแน่น k เข้าสู่ ศูนย์

จาก

$$u = 87.2 - 0.61k$$

แทนค่า $k = 0$ จะได้อัตราเร็วอิสระ

$$u_f = 87.2 \text{ km/h}$$

หา $q_{\max}$ จาก

$$q = 87.2k - 0.61k^2$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ k

$$\frac{dq}{dk} = 87.2 - 1.22k$$

$q_{\max}$ เกิดที่ $\frac{dq}{dk} = 0$ ดังนั้น

$$0 = 87.2 - 1.22k_m$$

$$k_m = 71.5 \quad \text{คัน/กิโลเมตร}$$

แทนค่า k_m ลงในสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q - k$ จะได้

$$q_{\max} = 87.2(71.5) - 0.61(71.5)^2$$

$$q_{\max} = 3,116 \quad \text{คัน/ชั่วโมง}$$

หมายเหตุ

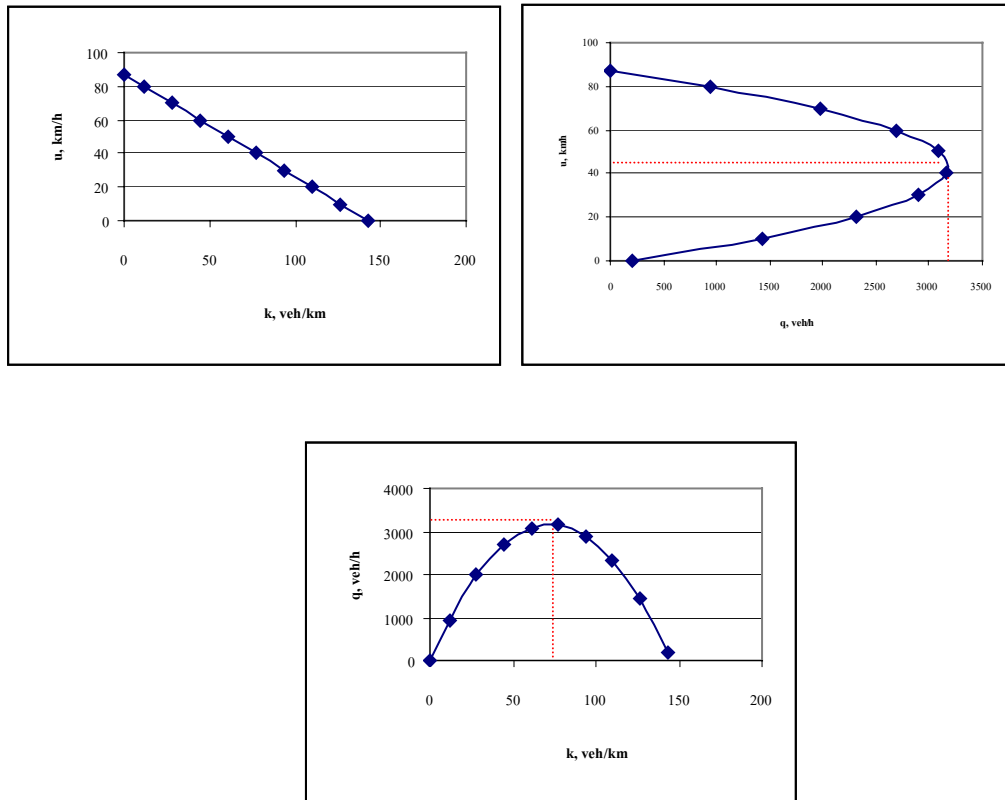
ความสัมพันธ์ระหว่าง $u - k$ ข้างต้นเขียนเป็นสมการทั่วไป ได้ดังนี้

$$u = u_f \left(1 - \frac{k}{k_j} \right)$$

ซึ่งเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น สมการนี้คนที่นำเสนอเป็นคนแรกคือ Greenshields (1935, อ้างถึงใน Papacostas, 1987)

ถ้า $u-k$ เป็นเส้นตรง จะได้ $u-q$ และ $q-k$ เป็นพาราโบลา และในกรณีเช่นนี้ ความจุ

$$q_{\max} \text{ เกิดที่ } u_m = \frac{u_f}{2} \text{ และ } k_m = \frac{k_j}{2}$$



รูปที่ 4.8.6 การพิสูจน์หาคุณสมบัติของการไหลจากโค้งการไหลของการจราจร