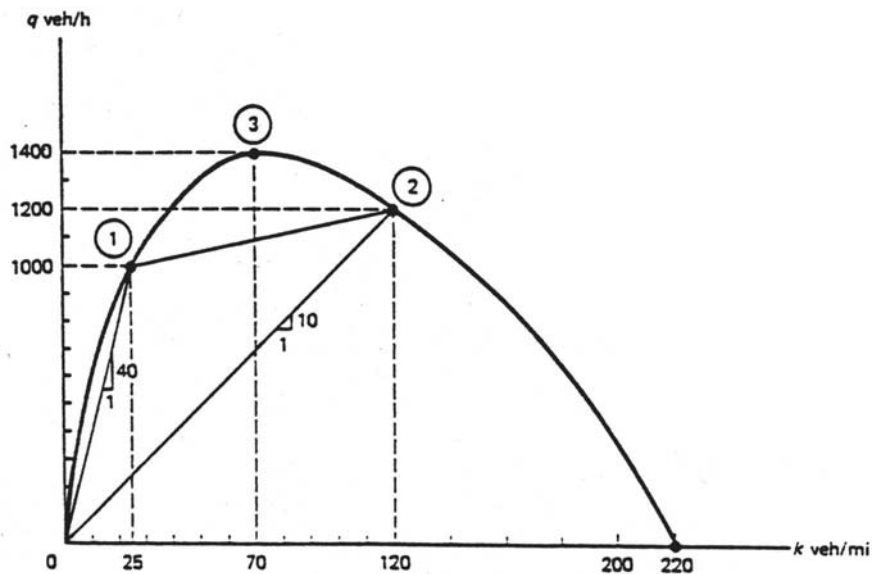


4.10 คลื่นกระตุกในการจราจร (Shock Waves in Traffic)

4.10.1 แนะนำคลื่นกระตุก

สมมติว่ากระแสจราจรหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ในสภาพ ปริมาณจราจร อัตราเร็วเฉลี่ย และความหนาแน่น ที่จุด 1 บนแผนภาพความสัมพันธ์ระหว่าง $q-k$ ในรูปที่ 4.10.1



รูปที่ 4.10.1 แผนภาพอธิบายคลื่นกระตุก (Papacostas, 1987)

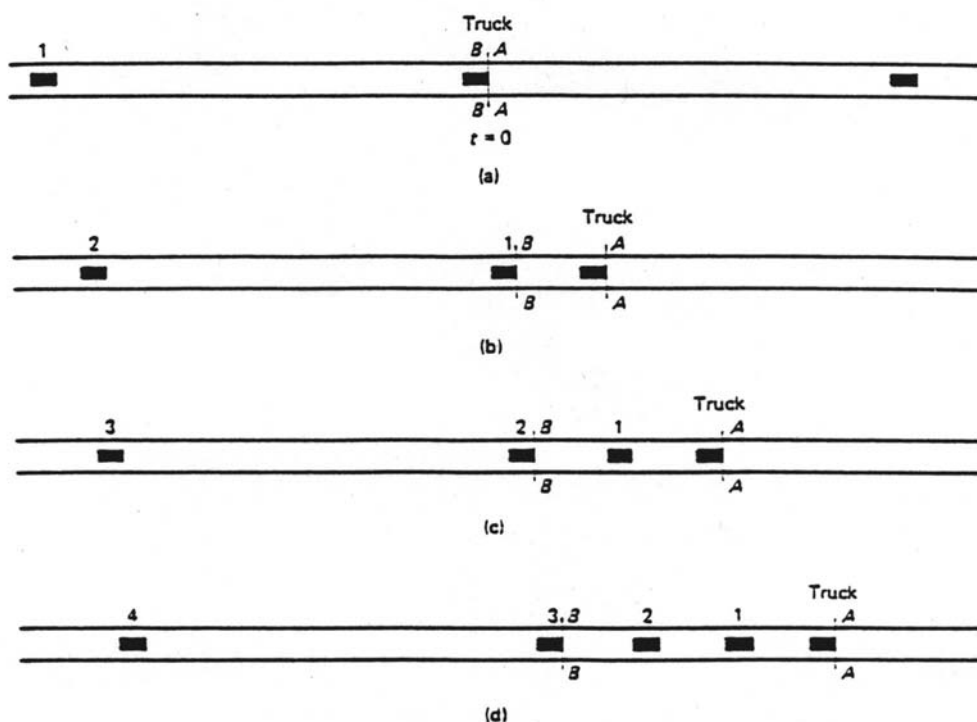
ที่จุด 1 ปริมาณจราจร 1,000 คัน/ชั่วโมง ความหนาแน่น 25 คัน/ไมล์ และอัตราเร็วเฉลี่ย (ความชันของคอร์ด 0-1) 40 ไมล์/ชั่วโมง

ระยะห่าง s เฉลี่ย $= 1/k = 1/25$ ไมล์/คัน $= 5280/25 = 211$ ฟุต/คัน

สมมติว่ารถบรรทุกคันหนึ่งในกระแสจราจรดังกล่าว ลดความเร็วลงเป็น 10 ไมล์/ชั่วโมง และถนนช่วงนี้เป็นเขตห้ามแซง ดังนั้นรถคันหลังที่ขับตามหลังรถบรรทุกคันนั้น ต้องลดความเร็วเป็น 10 ไมล์/ชั่วโมงเช่นกัน เมื่อเวลาผ่านไปขบวนรถซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 ไมล์/ชั่วโมง จะเกิดขึ้นตามหลังรถบรรทุกคันนี้ ที่เวลาใด ๆ รถคันสุดท้ายที่มาต่อขบวนจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 ไมล์/ชั่วโมง ในขณะที่ด้านต้นกระแสนี้ไปรดยังแล่นเข้าหาขบวนด้วยสภาพการจราจรเดิม เนื่องจากรถในขบวนเคลื่อนที่ช้ากว่าก่อนที่จะเข้ามาต่อขบวน ดังนั้นรถในขบวนจะมีแนวโน้มปรับระยะห่างกับรถคันหน้าให้ใกล้กันกว่าเดิม สภาพของกระแสจราจรที่เกิดขึ้นเนื่องจากเหตุผลนี้ แสดงด้วยจุด 2 ใน

รูปที่ 4.10.1 ซึ่งความชันของคอร์ค 0 – 2 คือความเร็วของขบวน ในตัวอย่างนี้ปริมาณจราจร q เท่ากับ 1200 คัน/ชั่วโมง และความหนาแน่น k เท่ากับ 120 คัน/ไมล์

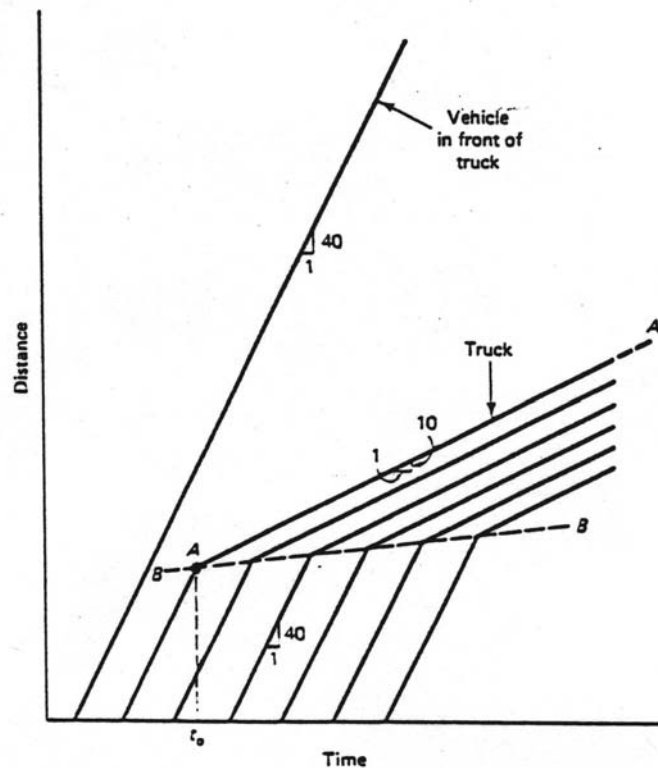
ดังนั้นที่เวลาใด ๆ หลังจากรถบรรทุกชะลอความเร็ว ผู้สังเกตซึ่งอยู่กับที่จะเห็นขบวนรถขบวนหนึ่ง ซึ่งมีต้นขบวนคือรถบรรทุก และท้ายขบวนคือรถคันสุดท้ายที่มาต่อขบวน ขบวนรถนี้จะประกอบด้วยกลุ่มของรถซึ่งเคลื่อนที่ไปช้า ๆ ด้วยความหนาแน่นค่อนข้างมากด้วยความเร็ว 10 ไมล์/ชั่วโมง และขบวนจะยาวขึ้นเมื่อมีรถมาต่อท้ายขบวนเพิ่มขึ้น เมื่อเวลาผ่านไปสักช่วงหนึ่งสภาพการจราจรข้างหนัารถบรรทุกจะเป็นการไหลอิสระ นั่นคือมีความหนาแน่นเข้าสู่ศูนย์ ส่วนด้านหลังของรถคันสุดท้ายของขบวนสภาพของกระแสจราจรจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 40 ไมล์/ชั่วโมง และมีความหนาแน่น 25 คัน/ไมล์ รูปที่ 4.10.2 แสดงพลวัตรของการเกิดขบวนซึ่งได้อธิบายข้างต้น



รูปที่ 4.10.2 พลวัตรของการเกิดขบวน (Papacostas, 1987)

ที่เวลา $t = 0$ รถในกระแสจราจรเคลื่อนที่ด้วยสภาพการจราจรที่จุด 1 ในรูปที่ 4.10.1 ในขณะนี้รถบรรทุกเริ่มชะลอความเร็วเป็น 10 ไมล์/ชั่วโมง หลังจากนั้นเล็กน้อยรถบรรทุกได้เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยระยะทางหนึ่ง และรถที่เล่นตามมาปรับความเร็วตามรถบรรทุก ขบวนรถขณะนี้ประกอบด้วยรถ 2 คัน ดูรูปที่ 4.10.2(b) ในเวลาถัดมามีรถคันอื่น ๆ มาต่อท้ายขบวนซึ่งกำลังเคลื่อนที่นี้ ดูรูป 4.10.2(d) แสดงให้เห็นสภาพถนนซึ่งว่างอยู่ข้างหน้ารถบรรทุก และมีขบวนหนาแน่นมากต่อท้ายรถ

บรรทุก ส่วนทางด้านคันกระแสน้ำที่ห่างออกไป รถคันที่ 4 กำลังแล่นเข้าสู่ขบวนด้วยสภาพการจราจรเดิม สภาพการณ์นี้แสดงได้ด้วยแผนภาพเวลา – ระยะทาง ในรูปที่ 4.10.3



รูปที่ 4.10.3 แผนภาพเวลา – ระยะทาง ของการเกิดขบวน (Papacostas, 1987)

ใช้การเทียบเคียงกับ hydrodynamics คลื่นกระตุกเกิดขึ้นเมื่อสภาพการจราจรซึ่งแตกต่างกันมาพบกัน จากตัวอย่างข้างต้นมีคลื่นกระตุก 2 คลื่น คลื่นหนึ่งอยู่ระหว่างสภาพซึ่งเป็นขบวนกับสภาพการไหลอิสระซึ่งอยู่น้ำขบวน (แนว AA ในรูปที่ 4.10.2) คลื่นกระตุกอีกคลื่นอยู่ระหว่างสภาพการจราจรเข้าสู่ขบวนกับสภาพขบวน (แนว BB ในรูปที่ 4.10.2) คลื่นกระตุกที่ต้นขบวนกำหนดด้วยรถบรรทุก ขณะที่คลื่นกระตุกด้านท้ายขบวนกำหนดด้วยรถคันสุดท้ายที่มาต่อขบวน รูปที่ 4.10.2 และ 4.10.3 แสดงคลื่นกระตุก AA และ BB เคลื่อนที่เทียบกับเวลาโดยสัมพันธ์กับถนน อัตราการยาวขึ้นของขบวนสัมพันธ์กับความเร็วสัมพันธ์ของคลื่นกระตุก AA และ BB

ถ้าทราบความหนาแน่นของขบวน (120 คัน/ไมล์ ในกรณีนี้) และทราบความยาวของขบวน เราจะสามารถคำนวณหาจำนวนรถซึ่งอยู่ในขบวนได้

ถ้าหลังจากเกิดขบวนสักรู้ รถบรรทุกเร่งความเร็วขึ้นหรือออกไปจากถนน รถซึ่งต่อท้ายรถบรรทุกนั้นจะมีอิสระที่จะเพิ่มความเร็ว จะทำให้เกิดคลื่นกระตุกอีกคลื่นหนึ่งขึ้นระหว่างสภาพคลาขบวนกับสภาพขบวน

4.10.2 สมการของคลื่นกระตุก

ความเร็วของคลื่นกระตุก คือ ความชันของคอร์คซึ่งต่อเชื่อมระหว่างสภาพการจราจร 2 สภาพ เช่น จุด 1 และ จุด 2 ในรูปที่ 4.10.1 แทนสภาพการจราจรทั้งสองด้วย a และ b ตามลำดับของทิศทางของกระแสจราจร นั่นคือสภาพการจราจร a อยู่ต้นกระแส และสภาพการจราจร b อยู่ท้ายกระแส ขนาดและทิศทางของความเร็วของคลื่นกระตุกระหว่างสภาพการจราจรทั้งสองสภาพ หาได้จาก

$$U_{sw} = \frac{q_b - q_a}{k_b - k_a} \quad (4.10.1)$$

ถ้าค่าความเร็วของคลื่นกระตุก เป็น บวก แสดงว่า คลื่นกระตุกนั้นเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของกระแสจราจร ถ้าค่าความเร็วของคลื่นกระตุก เป็น ศูนย์ แสดงว่า คลื่นกระตุกนั้น อยู่กับที่เมื่อเทียบกับถนน และถ้าค่าความเร็วของคลื่นกระตุก เป็น ลบ แสดงว่า คลื่นกระตุกนั้นเคลื่อนที่สวนทิศทางของกระแสจราจร ในรูปที่ 4.10.2 และ 4.10.3 แสดงคลื่นกระตุก 2 คลื่นซึ่งทั้งสองคลื่นเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของกระแสจราจร

ตัวอย่างคลื่นกระตุกซึ่งเคลื่อนที่สวนกระแสจราจรไปทางด้านต้นกระแสจราจร ได้แก่กรณีที่กระแสจราจรของรถถูกขัดจังหวะด้วยสัญญาณไฟแดง รถซึ่งจอดเมื่อเจอสัญญาณไฟแดงจะอยู่ติดกันแน่นในสภาพการจราจรหนาแน่นติดขัด (jam concentration) นั่นคือ อัตราเร็วและปริมาณจราจรเป็นศูนย์ ด้านต้นกระแสจราจรของขบวนรถนี้จอดอยู่กับที่ รถที่แล่นเข้าสู่ขบวนอยู่ในสภาพเข้าสู่ (approach condition) คลื่นกระตุกซึ่งอยู่ระหว่างสภาพการจราจรเข้าสู่ขบวน กับ สภาพการจราจรจอดนิ่ง กำหนดด้วยรถคันสุดท้ายที่เข้ามาหยุดต่อท้ายขบวน โดยคลื่นกระตุกนี้จะมีทิศทางเป็น ลบ นั่นคือมีทิศทางสวนกระแสขึ้นไปทางด้านต้นกระแสจราจร

ตัวอย่างที่ 4.10

จากรูปที่ 4.10.1 ให้หาขนาดและทิศทางของความเร็วของคลื่นกระตุก AA และ BB และให้หาอัตราการขยายขบวน

วิธีทำ

คลื่นกระตุก AA เกิดจากสภาพจราจร 2 สภาพ คือ

สภาพขบวน ($q_a = 1,200$ คัน/ชั่วโมง และ $k_a = 120$ คัน/ไมล์) กับ สภาพการไหลอิสระ ทางด้านหน้า
ขบวน ($q_b = 0$ คัน/ชั่วโมง และ $k_b = 0$ คัน/ไมล์)

จากสมการของคลื่นกระตุก

$$U_{sw}(AA) = \frac{q_b - q_a}{k_b - k_a}$$

แทนค่าลงในสมการ ได้

$$U_{sw}(AA) = \frac{0 - 1,200}{0 - 120}$$

$$U_{sw}(AA) = +10 \quad \text{ไมล์/ชั่วโมง}$$

ซึ่งเท่ากับความเร็วของรถบรรทุกที่นำหน้าขบวน

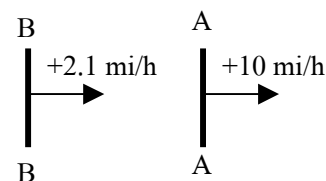
ส่วนคลื่นกระตุก BB ที่ท้ายขบวน เกิดจากสภาพการจราจร 2 สภาพคือ

สภาพเข้าสู่ขบวน ($q_a = 1,000$ คัน/ชั่วโมง และ $k_a = 25$ คัน/ไมล์) กับ สภาพขบวน ($q_b = 1,200$ คัน/ชั่วโมง และ $k_b = 120$ คัน/ไมล์)

จะได้

$$U_{sw}(BB) = \frac{1,200 - 1,000}{120 - 25}$$

$$U_{sw}(BB) = +2.1 \quad \text{ไมล์/ชั่วโมง}$$



จากด้านต้นขบวนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว +10 ไมล์/ชั่วโมง มีทิศทางตามกระแสจราจร สัมพันธ์กับ
ถนน ส่วนด้านท้ายขบวนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว +2.1 ไมล์/ชั่วโมง มีทิศทางตามกระแสจราจรเช่น
กัน อัตราการขยายยาวขึ้นของขบวนหาได้จาก ความเร็วสัมพัทธ์ของทั้งสองดังนี้ $10.0 - 2.1 = 7.9$
ไมล์/ชั่วโมง นั่นคือขบวนจะยาวขึ้นด้วยอัตรานี้ในขณะที่ขบวนเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วย

ข้อสังเกต

ในขณะที่รถบรรทุกบังคับให้การจราจรต้องช้าลง แต่กลับทำให้การไหลของปริมาณจราจรเพิ่มขึ้น จาก 1,000 เป็น 1,200 คัน/ชั่วโมง ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่คนขับที่หงุดหงิดคาดคิดไม่ถึง ดังนั้นในบางสถานการณ์การทำให้การจราจรช้าลงด้วยระบบควบคุมการจราจร อาจจะเป็นวิธีที่ดีในการเพิ่มการไหลของปริมาณจราจร

ตัวอย่างที่ 4.11

จากตัวอย่างที่ 4.10 สมมติว่ารถบรรทุกออกไปจากกระแสจราจรหลังการชะลอความเร็ว 10 นาที และรถคันหน้าของขบวนถูกล่อคลายออกไปจากขบวนด้วยความเร็ว 20 ไมล์/ชั่วโมง และด้วยความหนาแน่น 70 คัน/ไมล์ ให้อาณาเขตที่ใช้สลายขบวนรถซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 ไมล์/ชั่วโมง ดังกล่าว

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{สภาพคลายขบวน มีปริมาณจราจร } q &= uk = (20 \text{ ไมล์/ชั่วโมง})(70 \text{ คัน/ไมล์}) \\ &= 1,400 \text{ คัน/ชั่วโมง (ซึ่งเป็นจุด 3 ในรูปที่ 4.10.1)}\end{aligned}$$

นาทีที่ 10 หรือ 1/6 ชั่วโมง ขบวนได้ขยายยาวขึ้นเป็น

$$\begin{aligned}L &= (7.9 \text{ ไมล์/ชั่วโมง})(1/6 \text{ ชั่วโมง}) \\ &= 1.3 \text{ ไมล์}\end{aligned}$$

ในขณะที่ในขบวนซึ่งมีความหนาแน่น 120 คัน/ไมล์ มีรถอยู่ในขบวน

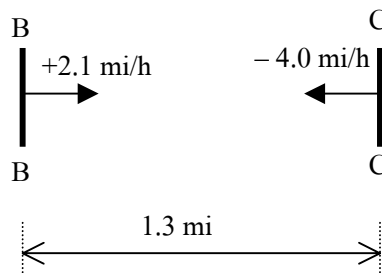
$$\begin{aligned}&= (1.3 \text{ ไมล์})(120 \text{ คัน/ไมล์}) \\ &= 156 \text{ คัน}\end{aligned}$$

หลังจากรถบรรทุกออกไปจากกระแสจราจร เกิดคลื่นกระตุกระหว่างสภาพขบวน กับ สภาพคลายขบวน ความเร็วของคลื่นกระตุกนี้ คือ

$$\begin{aligned}U_{sw} &= \frac{1,400 - 1,200}{70 - 120} \\ U_{sw} &= -4.0 \text{ ไมล์/ชั่วโมง}\end{aligned}$$

นั่นคือคลื่นกระตุกนี้ซึ่งอยู่ด้านขวามือเคลื่อนที่สวนกระแสจราจรขึ้นไปทางด้านต้นกระแสระจราจรด้วยความเร็ว 4.0 ไมล์/ชั่วโมง ในขณะที่คลื่นกระตุกด้านซ้ายขวามือยังคงเคลื่อนที่ในทิศทางตามกระแสระจราจรด้วยความเร็ว 2.1 ไมล์/ชั่วโมง

ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างคลื่นกระตุกทั้งสองเท่ากับ $2.1 - (-4.0) = 2.1 + 4.0 = 6.1$ ไมล์/ชั่วโมง ซึ่งเป็นความเร็วในการสลายขบวนนั่นเอง



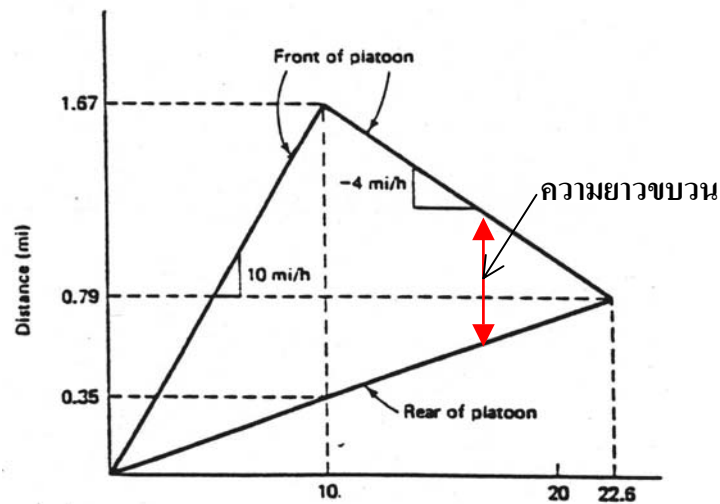
เนื่องจากขบวนซึ่งเกิดขึ้นจากรถบรรทุกชะลอความเร็วเป็นเวลา 10 นาที ยาวเท่ากับ 1.3 ไมล์ ดังนั้นต้องใช้เวลาสลายขบวนนี้ $= (1.3 \text{ ไมล์}) / (6.1 \text{ ไมล์/ชั่วโมง}) = 0.21$ ชั่วโมง หรือ 12.6 นาที หลังจากรถบรรทุกออกไปจากกระแสระจราจร

ข้อสังเกต

แผนภาพเวลา – ระยะทาง ในรูปที่ 4.10.4 แสดงตำแหน่งของต้นขบวนและท้ายขบวน เริ่มจากรถบรรทุกชะลอความเร็ว จนกระทั่งรถคันสุดท้ายในขบวนถูกปล่อยคลายออกไป ณ เวลาใด ๆ ความแตกต่างระหว่างต้นขบวนและท้ายขบวนแทนความยาวของขบวน ซึ่งจะเห็นว่าเริ่มจาก 0 จนถึง 1.3 ไมล์ในช่วง 10 นาทีแรก จากนั้นจะกลับหดสั้นเข้าเป็น 0 อีกครั้งเมื่อเวลาผ่านไปอีก 12.6 นาทีหลังจากรถบรรทุกออกไปจากกระแสระจราจร

ระหว่างช่วงเวลาที่สองนั้น ต้นขบวนและท้ายขบวนกำหนดด้วยรถคันที่แตกต่างกันในเวลาที่แตกต่างกัน เนื่องจากรถคันต้นขบวนจะถูกปล่อยคลายไปที่ละคันตามลำดับ ขณะเดียวกันก็มีรถคันใหม่มาต่อที่ท้ายขบวนที่ละคันตามลำดับเช่นกัน

จุดซึ่งขบวนสลายหมดอยู่ห่างออกไปจากจุดเริ่มเกิดขบวน 0.79 ไมล์ แม้ว่าต้นขบวนจะอยู่ห่างออกไป 1.67 ไมล์



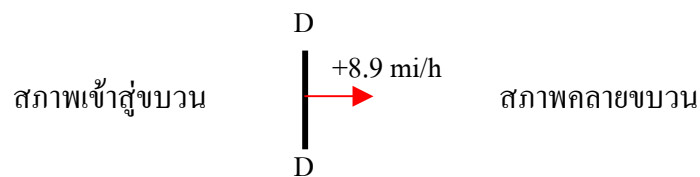
รูปที่ 4.10.4 แผนภาพเวลา – ระยะทาง แสดงตำแหน่งของขบวน (Papacostas, 1987)

ตัวอย่างที่ 4.12

จากตัวอย่างที่แล้ว ให้หาความเร็วของคลื่นกระตุกซึ่งเกิดขึ้นใหม่ เมื่อขบวน 10 ไมล์/ชั่วโมงสลายตัวหมด

วิธีทำ

หลังจากรถในขบวนคันสุดท้ายถูกปล่อยคลาออกไป จะเกิดคลื่นกระตุกขึ้นใหม่ ระหว่างสภาพเข้าสู่ขบวนด้านหลังของรถคันสุดท้ายของขบวน (1) กับ สภาพคลาขบวนทางด้านหน้า (2)



ความเร็วคลื่นกระตุกนี้คือ

$$U_{sw} = \frac{1,400 - 1,000}{70 - 25} = +8.9 \quad \text{ไมล์/ชั่วโมง}$$

นั่นคือคลื่นกระตุกนี้มีทิศทางไปตามกระแสจราจร

ข้อสังเกต

ปรากฏการณ์อย่างนี้อาจนอกเหนือความคาดหมาย คลื่นกระตุกแสดงให้เห็นความซับซ้อนของพลวัตของการไหลของการจราจร การเคลื่อนที่ของคลื่นกระตุกสะท้อนกลับไปมานี้เกิดขึ้นเมื่อขบวนชะลอความเร็วหรือเร่งความเร็ว จากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าต่าง ๆ เช่น จากขบวนคันอื่น การควบคุมจราจร ข้อจำกัดในการมองเห็น โคมไฟแคบ และอื่น ๆ

คลื่นกระตุก 8.9 ไมล์/ชั่วโมง จะยังคงอยู่นานเท่าที่สภาพเข้าสู่ขบวนและสภาพคลาขบวนยังคงเป็นเช่นนี้ ในความเป็นจริงจะมีการเกิดขึ้นใหม่และการสลายตัวของคลื่นกระตุกอย่างต่อเนื่องในกระแสจราจร