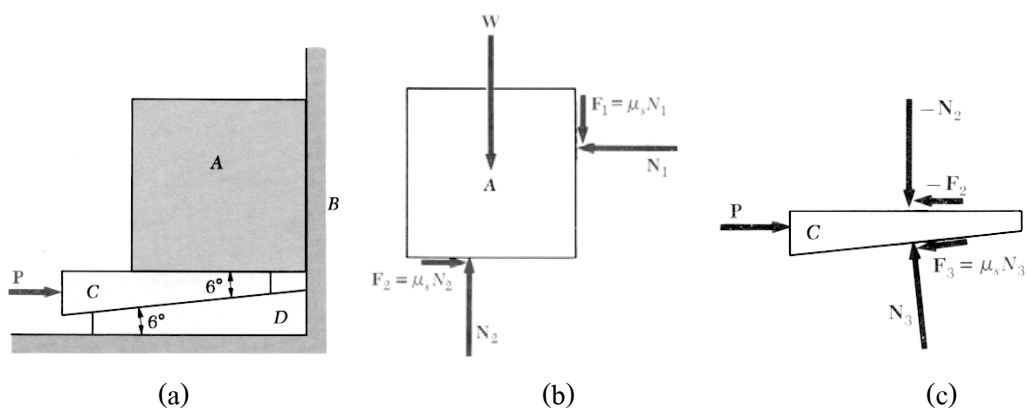


7.5 ลิ่ม (Wedges)

เป็นเครื่องกลอย่างง่ายซึ่งใช้ยกวัตถุหนัก ๆ ขึ้นโดยใช้แรงกระทำต่อลิ่มเพียงเล็กน้อย ถ้าลิ่มรูปร่างเหมาะสมมันจะยังคงอยู่ในตำแหน่งเดิมหลังจากให้แรงกระทำต่อลิ่มออกไปหมดแล้ว คงเหลือเฉพาะน้ำหนักของวัตถุ ทั้งนี้เนื่องจากแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวลิ่มและวัตถุนั้นช่วยต้านทานไว้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างมากในการปรับตำแหน่งที่ละเอียดของชิ้นส่วนของเครื่องจักรซึ่งมีน้ำหนักมาก ๆ

พิจารณาล็อก A ในรูปที่ 7.7(a) ซึ่งวางชิดติดกับผนัง B ถูกยกขึ้นที่ละนิดด้วยแรงซึ่งกระทำต่อลิ่ม C ที่อยู่ระหว่าง บล็อก A และลิ่ม D ต้องการหาค่าของแรง P ที่น้อยที่สุดซึ่งจะทำให้ลิ่ม C เคลื่อนดันบล็อก A ขึ้นไป สมมติให้น้ำหนักบล็อกเท่ากับ W



รูปที่ 7.7 (Beer, 1988: 334)

เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของบล็อก A และลิ่ม C จากรูปที่ 7.7(b) และ 7.7(c) แรงซึ่งกระทำต่อบล็อกมีน้ำหนักของบล็อก W แรงตั้งฉาก N และแรงเสียดทาน F ที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสกับผนัง B และลิ่ม C

ขนาดของแรงเสียดทาน F_1 และ F_2 มีค่าเท่ากับ $\mu_s N_1$ และ $\mu_s N_2$ ตามลำดับ (แรงเสียดทานจะมีค่ามากที่สุดในช่วงที่บล็อกเริ่มจะเคลื่อนที่)

เนื่องจากบล็อก A มีทิศทางจะเคลื่อนที่ขึ้นแรงเสียดทาน F_1 ซึ่งเกิดจากผนัง B กระทำต่อบล็อก A จะต้องมิติศทางต้านการเคลื่อนที่นั่นคือมีทิศทางชี้ลง ในอีกด้านหนึ่งเนื่องจากลิ่ม C เคลื่อนที่ไป

ทางขวา การเคลื่อนที่สัมผัสของบล็อก A เทียบกับลิ่ม C จะไปทางซ้าย แรงเสียดทานเนื่องจากลิ่ม C กระทำต่อบล็อก A ต้องชี้ไปทางขวา

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของลิ่ม C จากรูปที่ 7.7(c) แรงซึ่งกระทำต่อลิ่ม C ได้แก่ แรงกระทำ P แรงตั้งฉาก N และแรงเสียดทาน F ซึ่งเกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสกับบล็อก A และลิ่ม D ส่วนน้ำหนักของลิ่มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงอื่น ๆ จึงไม่จำเป็นต้องนำมาพิจารณา

แรงซึ่งกระทำต่อลิ่ม C จะต้องมีความเท่ากับแต่ทิศตรงข้ามกับแรง N_2 และ F_2 ซึ่งกระทำต่อบล็อก A ดังนั้นแรงที่กระทำต่อลิ่ม C จะเป็น $-N_2$ และ $-F_2$ โดยที่แรง $-F_2$ จะมีทิศทางชี้ไปทางซ้าย ทำนองเดียวกับแรง F_3 จะมีทิศทางชี้ไปทางซ้ายด้วยเนื่องจากทิศทางการเคลื่อนที่ของลิ่ม C มาทางขวาเมื่อสังเกตจากลิ่ม D

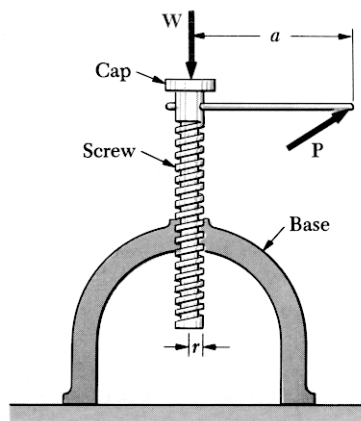
จำนวนตัวไม่รู้ค่าทั้งหมดของทั้ง 2 แผนภาพวัตถุอิสระมีเท่ากับ 4 ตัว โดยเปลี่ยนแรง F ให้อยู่ในรูป N ได้แก่ P, N_1, N_2 และ N_3 ส่วนสมการสมดุลของแต่ละแผนภาพวัตถุอิสระมี 2 สมการ ได้แก่ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$ สองแผนภาพวัตถุอิสระมีสมการสมดุลรวมเท่ากับ 4 สมการ ดังนั้นสามารถแก้หาค่าตัวไม่รู้ค่าทั้ง 4 ออกมาได้

ข้อสังเกต จะเป็นการสะดวกขึ้นถ้าแทนแรง F และ N ด้วยแรงลัพธ์ R ซึ่งเป็นแรงเดียว 1 แรง จะทำให้แต่ละแผนภาพวัตถุอิสระถูกกระทำด้วยแรง 3 แรง ใช้สามเหลี่ยมแทนแรงแก้หาค่าตัวไม่รู้ค่าออกมาได้

7.6 สกรูแบบเกลียวเหลี่ยม (Square-threaded Screws)

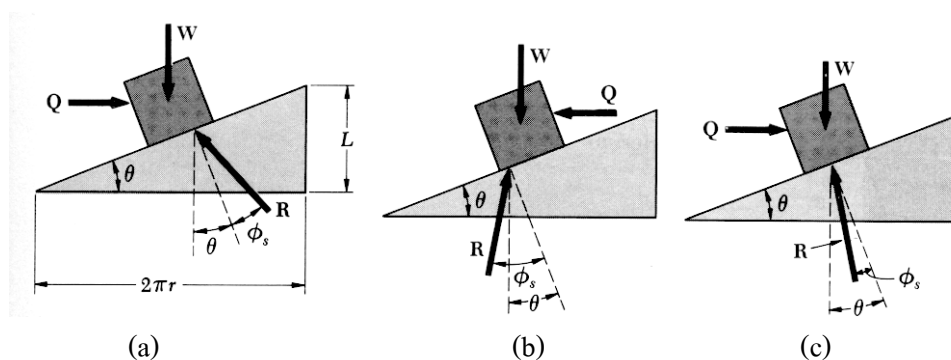
สกรูแบบเกลียวเหลี่ยมถูกใช้ใน แม่แรง (jacks) เครื่องบีบอัด (presses) และ กลไกอื่น ๆ การวิเคราะห์หาแรงต่าง ๆ ใช้หลักการเดียวกับบล็อกลื่นไถลไปตามพื้นเอียง

พิจารณา แม่แรงดังรูปที่ 7.8 สกรูรับน้ำหนักบรรทุก W ถูกรองรับไว้ด้วยฐานของแม่แรงโดยที่เกลียวตัวผู้ของสกรูสัมผัสกับเกลียวตัวเมียของฐาน การออกแรงกระทำ P ที่มีมือจับอาจทำให้สกรูหมุนพร้อมทั้งยกน้ำหนัก W ให้สูงขึ้นได้



รูปที่ 7.8 (Beer, 1988: 335)

ถ้าผ่าเกลียวตัวเมียซึ่งอยู่ที่ฐานตามแนวยาวแล้วคลี่ออก จะเห็นแนวเกลียวเป็นแนวเส้นตรงเอียงดังรูปที่ 7.9(a) ค่าความชันของแนวเอียงหาได้จากการเขียนระยะความยาวในแนวราบเท่ากับ $2\pi r$ โดยที่ r เป็นรัศมีเฉลี่ยของเกลียว และเขียนระยะความยาวในแนวตั้งเท่ากับ L ซึ่งเป็นระยะซึ่งสกรูจะเคลื่อนที่ไปได้ในแนวแกนเมื่อสกรูหมุนครบ 1 รอบ ระยะนี้เรียกว่า ระยะนำ (lead) มุมซึ่งทำกับแนวราบที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า มุมระยะนำ (lead angle) เนื่องจากแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัส 2 ผิวนี้ไม่ขึ้นกับเนื้อที่พื้นผิวสัมผัส จึงสามารถสมมติให้เกลียวตัวผู้และเกลียวตัวเมียสัมผัสกันด้วยเนื้อที่ที่น้อยกว่าความเป็นจริงได้ โดยให้บล็อกเล็ก ๆ แทนเกลียวตัวผู้วางสัมผัสอยู่บนเกลียวตัวเมียของฐานซึ่งแทนด้วยพื้นเอียงดังรูปที่ 7.9(a)



รูปที่ 7.9 (Beer, 1988: 335)

แผนภาพวัตถุอิสระของบล็อกจะมีแรงมากระทำดังนี้ น้ำหนักบรรทุก W แรงปฏิกิริยาที่เกิดจากเกลียวตัวเมีย R และแรงในแนวราบ Q ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำ P ที่มีอับ

โมเมนต์รอบแกนของสกรูเนื่องจากแรง Q ต้องเท่ากับโมเมนต์รอบแกนของสกรูเนื่องจากแรง P

$$Qr = Pa \quad \text{ได้} \quad Q = Pa/r$$

แรง Q และแรง P ซึ่งจะต้องใช้ในการยกให้น้ำหนัก W เริ่มจะขยับขึ้นได้พอดีนั้น หาได้จากแผนภาพวัตถุอิสระในรูปที่ 7.9(a) โดยใช้มุมเสียดทานที่เกิดขึ้นเท่ากับ ϕ_s เนื่องจากสมมติว่าการหมุนสกรูขึ้นทำในลักษณะหมุนขยับทีละนิด

ถ้าจะให้เกิดการหมุนอย่างต่อเนื่อง นั่นคือเกิดการเคลื่อนที่แล้ว มุมเสียดทานที่เกิดขึ้นต้องเท่ากับ ϕ_k

ถ้ามุมเสียดทาน $\phi_s > \theta$ สกรูดังกล่าวเรียกว่าเป็นแบบ**ขัดอยู่ด้วยตัวเอง** (self – locking) คือตัวสกรูจะยังคงอยู่ตำแหน่งเดิมภายใต้น้ำหนักบรรทุก W อย่างเดียว การที่จะให้น้ำหนัก W ลดระดับลงจะต้องใช้แรง Q มาช่วยกระทำ ดูรูปที่ 7.9(b)

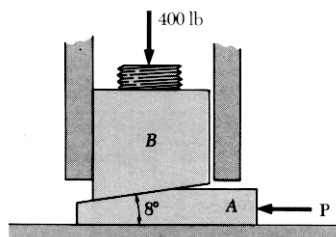
ถ้า $\phi_s < \theta$ สกรูจะเคลื่อนที่ภายใต้น้ำหนัก W อย่างเดียว ถ้าต้องการให้สกรูอยู่นิ่งต้องออกแรง Q กระทำด้าน ดูรูปที่ 7.9(c)

ข้อสังเกต ระยะเกลียว (pitch) คือระยะห่างระหว่างฟันเกลียว ส่วนระยะนำ (lead) คือระยะซึ่งสกรูเคลื่อนที่ได้ในแนวแกนเมื่อหมุนสกรูครบ 1 รอบ ดังนั้นในสกรูแบบเกลียวเดี่ยว (single-threaded screws) ระยะนำจะเท่ากับระยะเกลียว ส่วนในสกรูแบบเกลียวคู่ (double-threaded screws) ระยะนำจะเป็น 2 เท่าของระยะเกลียว

ตัวอย่าง 7.4

ตำแหน่งของบล็อกเครื่องกล B ถูกปรับด้วยลิ้ม A ซึ่งมีน้ำหนักเบามาก ให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตของผิวสัมผัสทั้งหมดเท่ากับ 0.35 ให้หาแรง P ที่จำเป็นสำหรับเพื่อ

ก. ยกบล็อก B ขึ้น ข. ทำให้บล็อก B ต่ำลง



(Beer, 1988: 336)

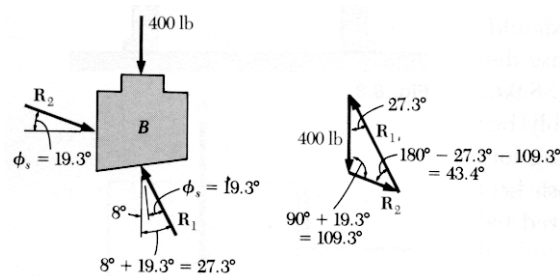
วิธีทำ

ในแต่ละกรณีเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของบล็อก B และ ลิ่ม A พร้อมทั้งเขียนสามเหลี่ยมแทนแรง จากนั้นใช้กฎของไซน์หาแรงที่ต้องการ และจาก $\mu_s = 0.35$ ดังนั้นมุมของความเสียดทานคือ

$$\phi_s = \tan^{-1} 0.35 = 19.3^\circ$$

ก. หาแรง P ที่จำเป็นต้องใช้เพื่อยกบล็อก B ขึ้น

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของบล็อก B

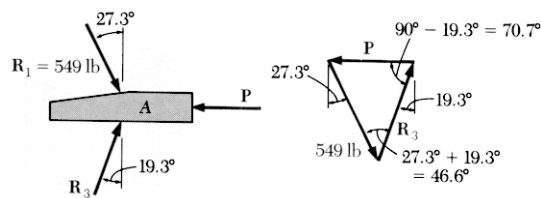


(Beer, 1988: 336)

$$\frac{R_1}{\sin 109.3^\circ} = \frac{400 \text{ lb}}{\sin 43.4^\circ}$$

$$R_1 = 549 \text{ lb}$$

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของลิ่ม A



(Beer, 1988: 336)

$$\frac{P}{\sin 46.6^\circ} = \frac{549 \text{ lb}}{\sin 70.7^\circ}$$

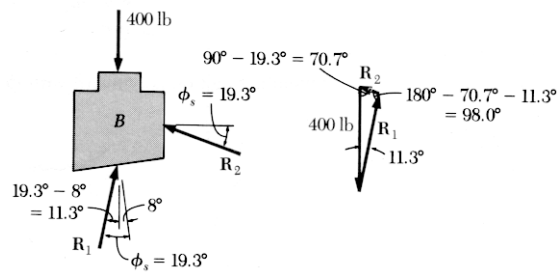
$$P = 423 \text{ lb}$$

$$\mathbf{P = 423 \text{ lb} \leftarrow}$$

ตอบ

ข. หาแรง P ที่จำเป็นต้องใช้เพื่อทำให้บล็อก B ต่ำลง

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของบล็อก B

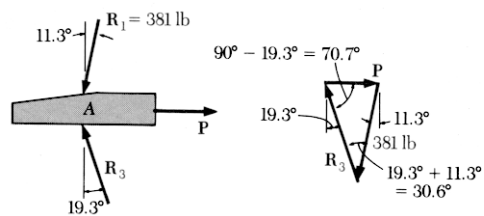


(Beer, 1988: 336)

$$\frac{R_1}{\sin 70.7^\circ} = \frac{400 \text{ lb}}{\sin 98.0^\circ}$$

$$R_1 = 381 \text{ lb}$$

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของลิ้ม A



(Beer, 1988: 336)

$$\frac{P}{\sin 30.6^\circ} = \frac{381 \text{ lb}}{\sin 70.7^\circ}$$

$$P = 206 \text{ lb}$$

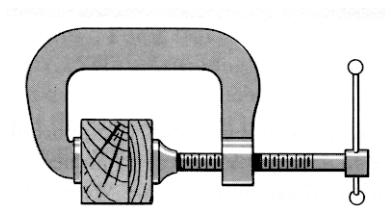
$$P = 206 \text{ lb} \rightarrow$$

ตอบ

ตัวอย่าง 7.5

เครื่องหนีบ (clamp) ซึ่งบีบให้ชิ้นไม้ 2 ชิ้นติดอยู่ด้วยกันดังรูป เครื่องหนีบนี้มีสกรูแบบเกลียวคู่ และมีเส้นผ่านศูนย์กลางกลางเกลียวเท่ากับ 10 mm ระยะเกลียวเท่ากับ 2 mm สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างเกลียวตัวผู้และตัวเมีย $\mu_s = 0.30$ ถ้าแรงบิด (torque) ที่มากที่สุดซึ่งใช้ในการหมุนบิดให้เครื่องหนีบบีบแน่นมีค่าเท่ากับ 40 N.m ให้หา

- แรงซึ่งเครื่องหนีบกระทำตัวชิ้นไม้
- แรงบิดที่จำเป็นสำหรับคลายเครื่องหนีบ



(Beer, 1988: 337)

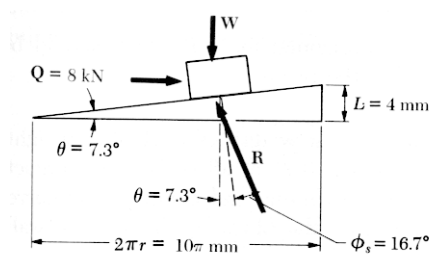
วิธีทำ

- แรงซึ่งเครื่องหนีบกระทำตัวชิ้นไม้

รัศมีเกลียวของสกรู $r = 10/2 = 5$ mm สกรูมีเกลียวแบบคู่ ระยะนำ L มีค่าเท่ากับ 2 เท่าของระยะเกลียว $L = 2(2 \text{ mm}) = 4 \text{ mm}$ ค่ามุมระยะนำ θ หาได้จาก

$$\tan \theta = \frac{L}{2\pi r} = \frac{4 \text{ mm}}{10\pi \text{ mm}} = 0.1273 \quad \theta = 7.3^\circ$$

$$\tan \phi_s = \mu_s = 0.30 \quad \phi_s = 16.7^\circ$$



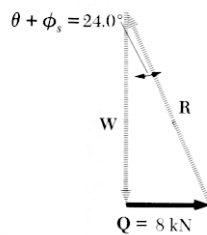
(Beer, 1988: 337)

แรง Q ซึ่งกระทำต่อบล็อก (เกลียวตัวผู้) ต้องทำให้เกิดโมเมนต์เท่ากับโมเมนต์ที่เกิดจากแรงภายนอกรอบแกนสกรู

$$Qr = 40 \text{ N.m} \quad Q(5 \text{ mm}) = 40 \text{ N.m}$$

$$Q = \frac{40 \text{ N.m}}{5 \text{ mm}} = \frac{40 \text{ N.m}}{5 \times 10^{-3} \text{ m}} = 8000 \text{ N} = 8 \text{ kN}$$

จากสามเหลี่ยมแทนแรง แรง W คือแรงซึ่งเครื่องหนีบกระทำต่อชิ้นไม้



(Beer, 1988: 337)

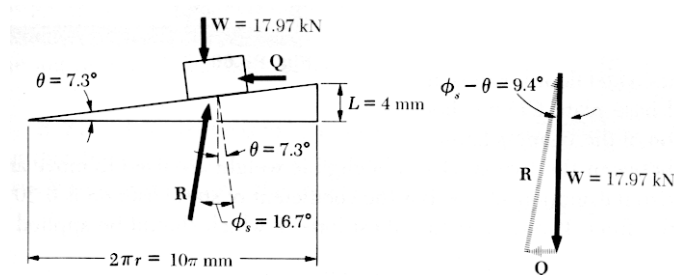
$$W = \frac{Q}{\tan(\theta + \phi_s)} = \frac{8 \text{ kN}}{\tan 24.0^\circ}$$

$$W = 17.97 \text{ kN}$$

ตอบ

ข. แรงบิดที่จำเป็นสำหรับคลายเครื่องหนีบ

แรง Q ที่จำเป็นสำหรับคลายเครื่องหนีบ หาได้จากแผนภาพวัตถุอิสระและสามเหลี่ยมแทนแรง



(Beer, 1988: 337)

$$Q = W \tan(\phi_s - \theta) = (17.97 \text{ kN}) \tan 9.4^\circ$$

$$Q = 2.975 \text{ kN}$$

$$\text{แรงบิด} = Qr = (2.975 \text{ kN})(5 \text{ mm})$$

$$\text{แรงบิด} = (2.975 \times 10^3 \text{ N})(5 \times 10^{-3} \text{ m}) = 14.87 \text{ N.m}$$

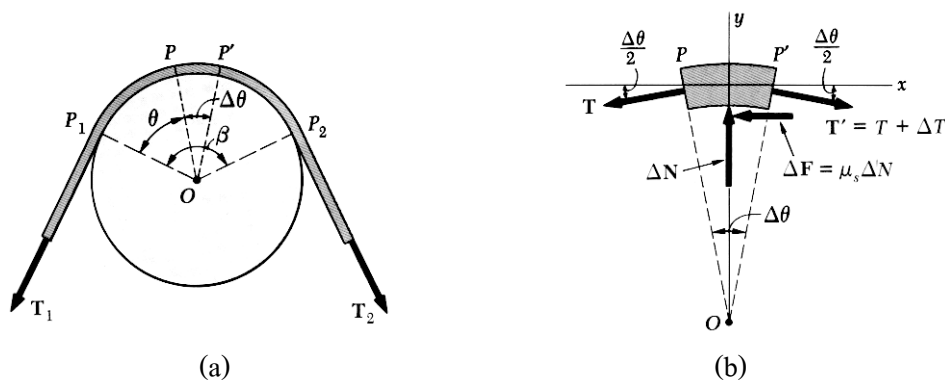
$$\text{แรงบิด} = 14.87 \text{ N.m}$$

ตอบ

7.7 ความเสียดทานของสายพาน (Belt Friction)

พิจารณาสายพานแบน (flat belt) พาดผ่านทรงกระบอกซึ่งยึดตรึงที่จุด O ซึ่งไม่เกิดการเคลื่อนที่แบบเลื่อนขนานแต่เกิดการหมุนได้ ดังรูปที่ 7.10(a) ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่าง T_1 และ T_2 ซึ่งเป็นแรงดึงที่เกิดขึ้นในสายพานสองข้างของทรงกระบอก ในขณะที่สายพานเริ่มจะไถลไปทางขวา

ตัดชิ้นส่วน (element) PP' ซึ่งรองรับมุม $\Delta\theta$ ออกมาพิจารณาโดยให้ T เป็นแรงดึงที่เกิดขึ้นที่จุด P และ $T + \Delta T$ เป็นแรงดึงที่เกิดขึ้นที่ P' เขียนแผนภาพวัตถุอิสระของสายพาน PP' ดังรูปที่ 7.10(b) แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุอิสระนอกจากแรง T และ $T + \Delta T$ แล้ว ยังมีแรงตั้งฉาก ΔN ซึ่งเป็นแรงปฏิกิริยาที่เกิดจากทรงกระบอก และแรงเสียดทาน ΔF ซึ่งเกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสของสายพานกับทรงกระบอก เนื่องจากสมมติให้เริ่มจะเกิดการเคลื่อนที่ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะได้เป็น $\Delta F = \mu_s \Delta N$



รูปที่ 7.10 (Beer, 1988: 350)

ข้อสังเกต ถ้า $\Delta\theta$ มีค่าเข้าสู่ศูนย์ ขนาดของแรง ΔN , ΔF และ ΔT ซึ่งเป็นค่าความแตกต่างของแรงดึงที่ P และ P' จะเข้าสู่ศูนย์ด้วย แต่อย่างไรก็ตามค่าแรง T ที่จุด P จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

เลือกแกน x และ y ดังรูปที่ 7.10(b) ใช้สมการสมดุลได้ เนื่องจากขณะนี้สายพานยังอยู่นิ่งเพียงแต่เริ่มจะเคลื่อนที่เท่านั้น

$$\rightarrow \sum F_x = 0: \quad (T + \Delta T) \cos \frac{\Delta\theta}{2} - T \cos \frac{\Delta\theta}{2} - \mu_s \Delta N = 0 \quad (7.5)$$

$$\uparrow \sum F_y = 0: \quad \Delta N - (T + \Delta T) \sin \frac{\Delta\theta}{2} - T \sin \frac{\Delta\theta}{2} = 0 \quad (7.6)$$

จากสมการ (7.6) หากค่า ΔN ออกมาแล้วนำไปแทนลงในสมการ (7.5) จะได้

$$\Delta T \cos \frac{\Delta \theta}{2} - \mu_s (2T + \Delta T) \sin \frac{\Delta \theta}{2} = 0$$

หารตลอดด้วย $\Delta \theta$ พร้อมทั้งจัดรูปพจน์ที่สองใหม่ จะได้

$$\frac{\Delta T}{\Delta \theta} \cos \frac{\Delta \theta}{2} - \mu_s \left(T + \frac{\Delta T}{2} \right) \frac{\sin \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right)}{\frac{\Delta \theta}{2}} = 0$$

ให้ $\Delta \theta$ เข้าสู่ศูนย์ จะได้ $\cos 0^\circ$ เข้าสู่ 1 และ $\Delta T/2$ เข้าสู่ศูนย์ และ $\frac{\sin \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right)}{\frac{\Delta \theta}{2}}$ เข้าสู่ 1

จากแคลคูลัส ลิมิตของ $\frac{\Delta T}{\Delta \theta} = \frac{dT}{d\theta}$ จะได้

$$\frac{dT}{d\theta} - \mu_s T = 0 \quad \frac{dT}{T} = \mu_s d\theta$$

หาปริพันธ์จาก P_1 ถึง P_2 ที่ P_1 มี $\theta = 0, T = T_1$ ที่ P_2 มี $\theta = \beta, T = T_2$ ได้

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} &= \int_0^\beta \mu_s d\theta \\ \ln T_2 - \ln T_1 &= \mu_s \beta \\ \ln \frac{T_2}{T_1} &= \mu_s \beta \end{aligned} \quad (7.7)$$

จากสมการ (7.7) อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_s \beta} \quad (7.8)$$

สมการนี้เหล่านี้ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับ **เชือกพันรอบเสา เบรกแบบแถบ (band brakes) และสายพานแบน**

สมการ (7.7) และ (7.8) ใช้ได้เฉพาะในกรณี เชือก เบรก หรือสายพานอยู่ในสถานะที่เริ่มจะไถล

ถ้าต้องการทราบค่า T_1 หรือ T_2 ให้ใช้สมการ (7.8)

ถ้าต้องการทราบค่า μ_s หรือ β ให้ใช้สมการ (7.7)

ข้อสังเกต ค่าแรงดึง T_2 จะมากกว่า T_1 เสมอ นั่นคือ T_2 แทนแรงดึงในสายพาน (หรือเชือก) ทางด้านซึ่งพยายามดึงจุดสายพานให้เคลื่อนที่ ในขณะที่ T_1 แทนแรงดึงในด้านซึ่งพยายามต้านแรงดึงดูด

ค่ามุม β ซึ่งเป็นมุมซึ่งรองรับผิวสัมผัส มีหน่วยเป็นเรเดียน (radians) และอาจมีค่ามากกว่า 2π ถ้าเชือกพันรอบเสา n รอบ ค่า $\beta = 2\pi n$

ถ้าสายพาน เชือก หรือ เบรก เกิดการไถล สัมประสิทธิ์ ความเสียดทานที่ใช้ต้องเปลี่ยนเป็น สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ μ_k สมการ (7.7) และ (7.8) จะเป็น

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \mu_k \beta \quad (7.9)$$

และ

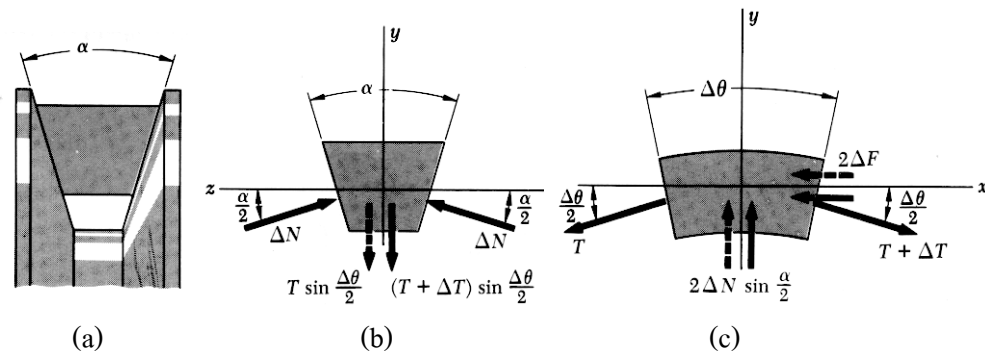
$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_k \beta} \quad (7.10)$$

ถ้าสายพาน เชือกหรือเบรกไม่อยู่ในภาวะที่เริ่มจะไถลหรือไถล จะใช้สมการ 7.7 ถึง 7.10 ไม่ได้

ในกรณีสายพานแบบรูปตัววี (V-shaped)

พิจารณาสายพานแบบรูปตัววี รูปที่ 7.11(a) ผิวสัมผัสระหว่างสายพานกับล้อหมุนสำหรับสวมสายพาน (pulley) อยู่ในแนวด้านข้างของร่อง (groove) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึง T_1 และ T_2 ในขณะที่สายพานกำลังเริ่มจะไถล หาได้จากเขียนแผนภาพวัตถุอิสระของชิ้นส่วนสายพาน รูปที่ 7.11(b) และ 7.11(c) ใช้สมการสมดุลคล้ายกับสมการ (7.5) และ (7.6) โดยที่ขนาดของแรงเสียดทานทั้งหมดซึ่งกระทำชิ้นส่วนสายพาน ในกรณีนี้เป็น $2\Delta F$ และผลรวมของแรงองค์ประกอบในแนวแกน y ของแรงตั้งฉากเป็น $2\Delta N \sin(\alpha/2)$ และจากการหาปริพันธ์ จะได้

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_s \beta / \sin(\alpha/2)} \quad (7.11)$$

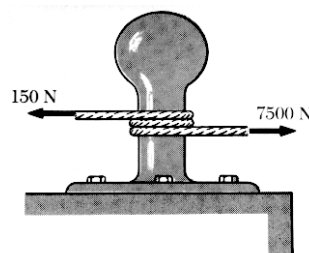


รูปที่ 7.11 (Beer, 1988: 351)

ตัวอย่าง 7.6 เชือกเส้นหนึ่งพันรอบเสา ดังรูป แรงดึงทางด้านขวาเท่ากับ 7500 N ปลายทางด้านซ้ายต้องใช้แรงดึง 150 N จึงจะป้องกันไม่ให้เชือกไถลได้พอดี ให้หา

ก. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างเชือกกับเสา

ข. แรงดึงในเชือกปลายทางด้านขวาซึ่งแรง 150 N สามารถต้านทานได้พอดี ถ้าพันเชือกรอบเสา 3 รอบเต็ม



(Beer, 1988: 352)

วิธีทำ

ก. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างเชือกกับเสา

เนื่องจากเชือกอยู่ในสภาวะที่กำลังจะไถลพอดีใช้สมการ (7.7) ได้จาก

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \mu_s \beta$$

จากรูปเนื่องจากเชือกพันรอบเสา 2 รอบเต็ม

$$\beta = 2(2\pi \text{ rad}) = 12.6 \text{ rad}$$

$$T_1 = 150 \text{ N}$$

$$T_2 = 7500 \text{ N}$$

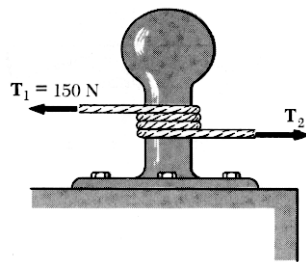
แทนค่าในลงสมการ

$$\mu_s \beta = \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\mu_s (12.6 \text{ rad}) = \ln \frac{7500 \text{ N}}{150 \text{ N}} = \ln 50 = 3.91$$

$$\mu_s = 0.31 \quad \text{ตอบ}$$

ข. แรงดึงในเชือกซึ่งแรง 150 N สามารถต้านทานได้พอดี ถ้าพันเชือกรอบเสา 3 รอบเต็ม



(Beer, 1988: 352)

$$\beta = 3(2\pi \text{ rad}) = 18.9 \text{ rad}$$

$$T_1 = 150 \text{ N} \quad \mu_s = 0.31$$

จากสมการ 7.8

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_s \beta}$$

$$\frac{T_2}{150 \text{ N}} = e^{(0.31)(18.9)} = e^{5.86} = 350$$

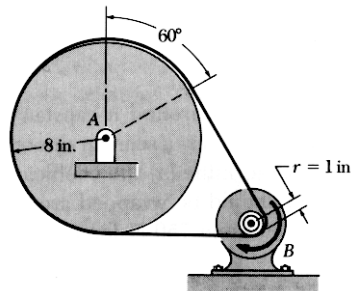
$$T_2 = 52\,500 \text{ N}$$

$$T_2 = 52.5 \text{ kN}$$

ตอบ

ตัวอย่าง 7.7

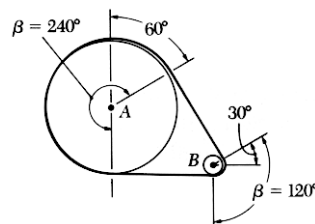
สายพานแบน พาดผ่านล้อหมุนสำหรับสวมสายพาน A ซึ่งขับเคลื่อนอุปกรณ์เครื่องจักร และ ล้อหมุนสำหรับสวมสายพาน B ซึ่งติดตั้งเข้ากับเพลาลงมอเตอร์ไฟฟ้า สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อหมุนกับสายพานเป็นดังนี้ $\mu_s = 0.25$ และ $\mu_k = 0.20$ ถ้าแรงดึงที่ยอมให้มากที่สุดใสายพานคือ 600 lb ให้หาแรงบิดที่มากที่สุดซึ่งสามารถกระทำต่อล้อหมุน A



(Beer, 1988: 353)

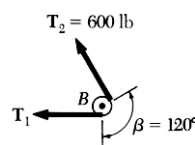
วิธีทำ

เนื่องจากความต้านทานการไถลขึ้นกับมุมของการสัมผัส β ระหว่างล้อหมุนกับสายพาน และขึ้นกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s เช่นเดียวกัน และเนื่องจาก μ_s มีค่าเท่ากันสำหรับล้อหมุนทั้งสอง การไถลจะเกิดที่ล้อหมุน B ก่อนเพราะว่า β มีค่าน้อยกว่า



(Beer, 1988: 353)

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของล้อหมุน B



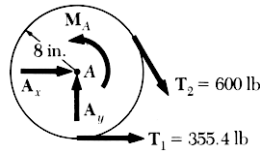
(Beer, 1988: 353)

ใช้สมการ (7.10) เมื่อ $T_2 = 600$ lb, $\mu_s = 0.25$ และ $\beta = 120^\circ = 2\pi/3$ rad ได้

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_s \beta} \quad \frac{600 \text{ lb}}{T_1} = e^{0.25(2\pi/3)} = 1.688$$

$$T_1 = \frac{600 \text{ lb}}{1.688} = 355.4 \text{ lb}$$

พิจารณาแผนภาพวัตถุอิสระของล้อหมุน A



(Beer, 1988: 353)

แรงคู่ควบ M_A กระทำต่อล้อหมุน A ซึ่งติดตั้งเข้ากับอุปกรณ์เครื่องจักร จะมีขนาดเท่ากับแต่มีทิศทางตรงข้ามกับแรงบิดซึ่งเกิดจากสายพาน เขียนสมการสมดุล

$$\sum M_A = 0: \quad M_A - (600 \text{ lb})(8 \text{ in}) + (355.4 \text{ lb})(8 \text{ in}) = 0$$

$$M_A = 1957 \text{ lb.in} \qquad \mathbf{M_A = 163.1 \text{ lb.ft} \quad \text{ตอบ}}$$

ข้อสังเกต เราอาจตรวจสอบว่าสายพานจะไม่เกิดการไถลที่ล้อหมุน A ด้วยการคำนวณหาค่าของ μ_s ที่จำเป็นสำหรับป้องกันการไถลที่ A แล้วเปรียบเทียบกับค่าที่ได้ว่าน้อยกว่าค่าที่แท้จริงของ μ_s หรือไม่ จากสมการ (7.7) ได้

$$\mu_s \beta = \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{600 \text{ lb}}{355.4 \text{ lb}} = 0.524$$

และ จาก $\beta = 240^\circ = 4\pi/3 \text{ rad}$ จะได้

$$\frac{4\pi}{3} \mu_s = 0.524 \qquad \mu_s = 0.125 < 0.25$$

ค่าที่ได้ว่าน้อยกว่าค่าที่แท้จริงของ μ_s ดังนั้นไม่เกิดการไถลของสายพานที่ล้อหมุน A

