จาก สมการ (4.53) ซึ่งคือ

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f-nR_b) = T_b \qquad (4.53)$$

กระจาย

$$\underbrace{P(f)+P(f-2W)+P(f+2W)}_{(1)} + \overbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} P(f-nR_b)}^{\text{ทำให้เป็น 0}} = \frac{1}{2W}, \; -W\le f\le W \qquad (4.54)$$

เมื่อ

$R_b = 2W$, $T_b = \frac{1}{2W}$

ใน (1) มีความสัมพันธ์กับ filter ที่ใช้งานอยู่ เราจะเรียก frequency response ที่สัมพันธ์กับ (1) ว่า raised cosine spectrum ดังสมการ

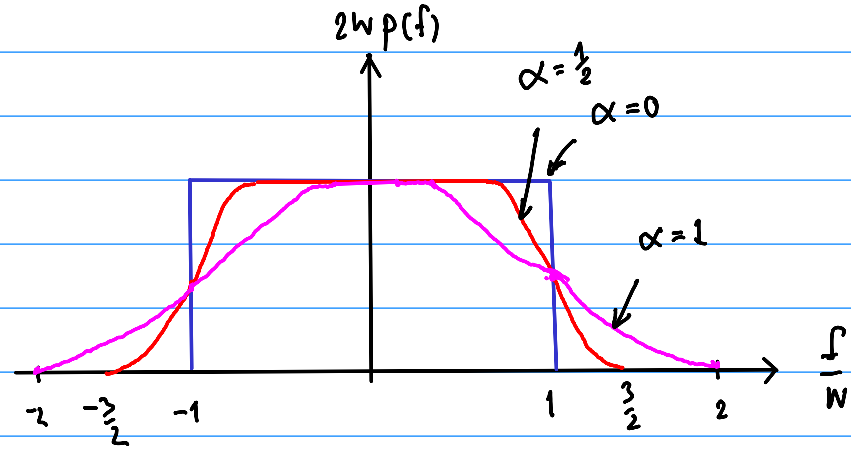
$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W}, & 0 \le |f| < f_1 \\ \frac{1}{4W}\left\{1-\sin\left[\frac{\pi(|f|-W)}{2W-2f_1}\right]\right\}, & f_1 \le |f| < 2W-f_1 \\ 0, & |f| \geq 2W-f_1 \end{cases} \qquad (4.60)$$

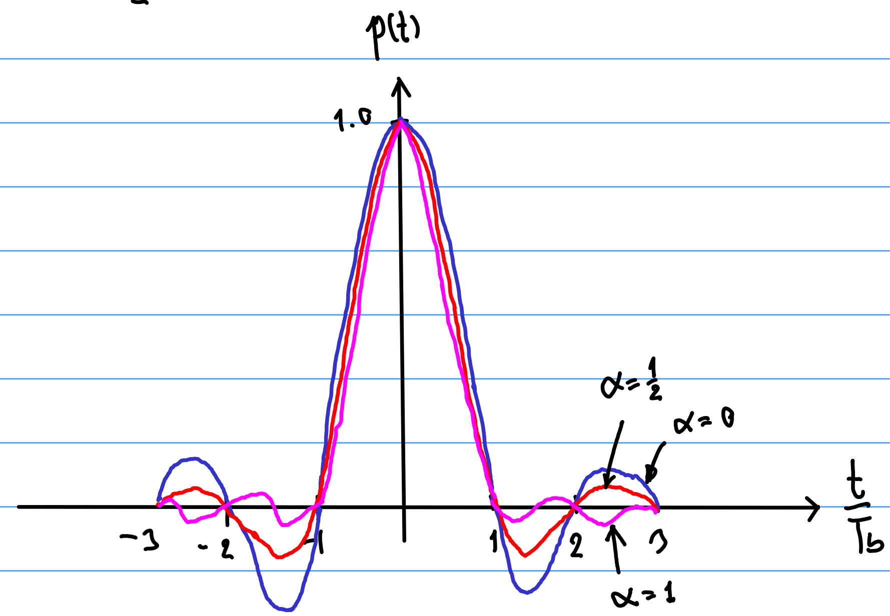
เมื่อ f_1 และ bandwidth W มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\underbrace{\alpha}_{\text{rolloff factor}} = 1 - \frac{f_1}{W} \qquad (4.61)$$

rolloff factor แสดงถึง ปริมาณ bandwidth ที่เกินกว่า Nyquist bandwidth

$$B_T = 2W - f_1$$
$$= W(1+\alpha)$$





เมื่อหา Inverse Fourier Transform ของ (4.60) ได้

$$p(t) = \left(\mathrm{sinc}(2Wt)\right)\left(\frac{\cos(2\pi\alpha W t)}{1-16\alpha^2 W^2 t^2}\right) \qquad (4.62)$$

กรณี $\alpha = 1$ (i.e. $f_1 = 0$) เรียกว่า full-cosine rolloff

Characteristic

แทนค่า ใน (4.60) ได้

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{4W}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi f}{2W}\right)\right], & 0 < |f| < 2W \\ 0, & |f| \geq 2W \end{cases} \qquad (4.63)$$

ทำ Inverse fourier transform ได้

$$p(t) = \frac{\operatorname{sinc}(4Wt)}{1 - 16W^2t^2} \qquad (4.64)$$

ใช้เพื่อแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ ใน Lecture ที่แล้ว แต่มีข้อเสียคือ ใช้ Bandwidth มากกว่า Nyquist Bandwidth (i.e $B_T > W$)

Ex

T_1 เป็น multiplexer 24 independent voice inputs

ต่อ (8-bits PCM / 1 voice input sample) × 24 independent voice inputs

$$+ \underbrace{\text{บิตพิเศษ 1 บิต}}_{\text{Synchronize}} \equiv 1 \text{ frame} = 24 \times 8 + 1 = 193 \text{ บิต}$$

ให้

Voice (300 – 3.1 kHz) และ Sampling 8 kHz

ดังนั้น แต่ละ frame ใช้ระยะเวลา $\frac{1}{8\text{ kHz}} = 125\ \mu s$

นั่นคือ 193 บิต ใช้ระยะเวลา 125 μs

1 บิต " $\frac{125}{193} \approx \underbrace{0.647\ \mu s}_{T_b}$

ideal nyquist

ถ้า $\alpha = 0$ ได้

$$B_T = W = \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{2(0.647)} < 772 \text{ kHz}$$

ถ้า $\alpha = 1$ ได้

$$B_T = W(1+\alpha) = 2W = \frac{1}{T_b} = 1.544 \text{ MHz}$$

4.6 Correlative-Level Coding

เป้าหมายต้องออกแบบ filter ได้อย่างไรโดยใช้ channel bandwidth = W Hz
(raised cosine ใช้ $B_T = W(1+\alpha)$ ซึ่งเกิน channel bandwidth)

สามารถทำได้โดย ควบคุมให้เกิด ISI แบบเฉพาะ ในรูปของ code

เหล่านี้ schemes เช่นนี้ว่า Correlative-level coding หรือ

partial response signaling schemes

input two-level

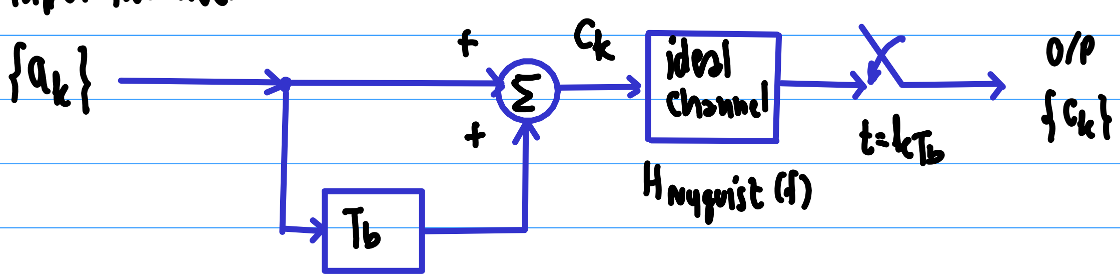


Fig: Duobinary signaling scheme

binary i/p seq. $\{b_k\}$ ที่ uncorrelated binary คาบระยะเวลา T_b

$$a_k = \begin{cases} +1 , & b_k = 1 \\ -1 , & b_k = 0 \end{cases} \qquad (4.65)$$

ทำให้ได้

$$C_k = a_k + a_{k-1} \qquad (4.66)$$

ซึ่งเป็น correlated ต่อกัน

ให้ $H_1(f)$ เป็น frequency response ที่เกิดจากตัวกรอง ที่มี bandwidth W

และจะได้

$$\begin{aligned} H_1(f) &= H_{Nyquist}(f)\left(1 + e^{(-j2\pi f T_b)}\right) \\ &= 2H_{Nyquist}(f)\cos(\pi f T_b)\, e^{-j\pi f T_b} \end{aligned} \qquad (4.67)$$

จาก (4.54) ได้

$$H_{Nyquist}(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq \frac{1}{2T_b} \approx W \\ 0, & \text{อื่นๆ} \end{cases} \qquad (4.68)$$

แทนค่าใน (4.67) ได้

$$H_1(f) = \begin{cases} \underbrace{2\cos(\pi f T_b)}_{\text{Magnitude}}\, \overbrace{e^{-j\pi f T_b}}^{\text{phase}} , & |f| \leq \frac{1}{2T_b} \\ 0 , & \text{อื่นๆ} \end{cases} \qquad (4.69)$$

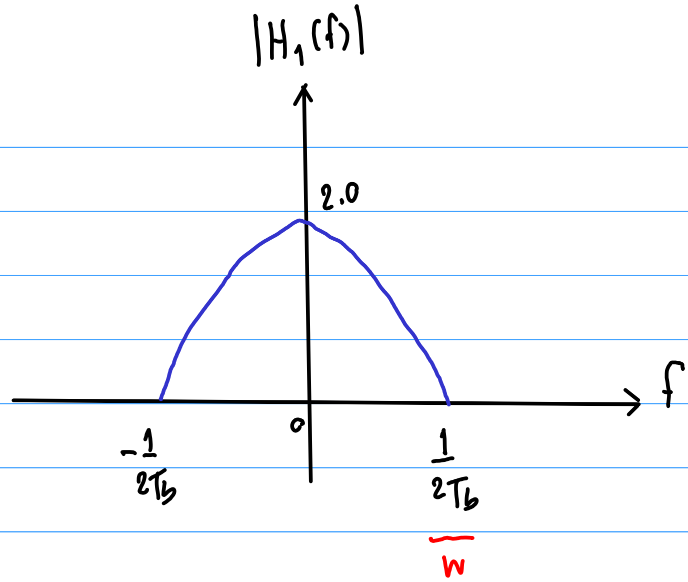


Fig: Magnitude response

ดังนั้น วิธีการของ Duobinary Signaling ช่วยให้ ใช้ channel Bandwidth เท่ากับ W Hz (i.e. เท่ากับที่ใช้กับ ideal Nyquist channel)

จาก (4.69) ได้

$$h_1(t) = \frac{T_b^2 \sin(\pi t/T_b)}{\pi t(T_b - t)} \tag{4.70}$$

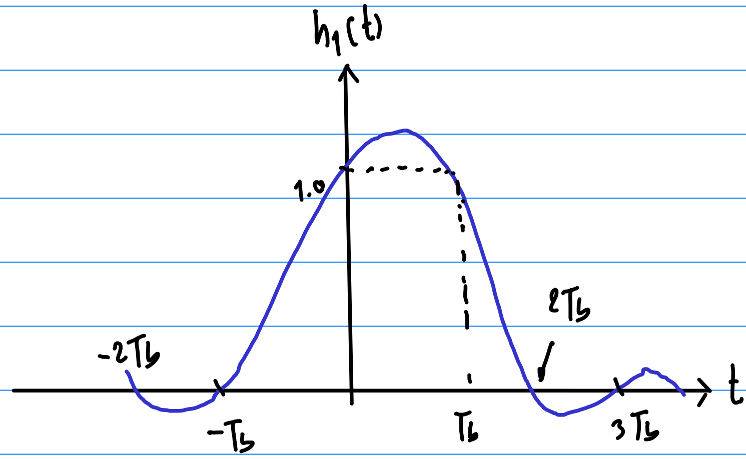


Fig: Impulse response ของ duobinary conversion filter

อย่างไร duobinary signaling scheme มีข้อเสียคือ

ถ้าหาก มีบิต ที่เกิด error แต่ จะเกิดการกระจายของ errors

แนวทางในการแก้ปัญหา สามารถทำได้โดย precoding ก่อนที่จะใช้

Duobinary Signaling scheme ได้ดังรูป

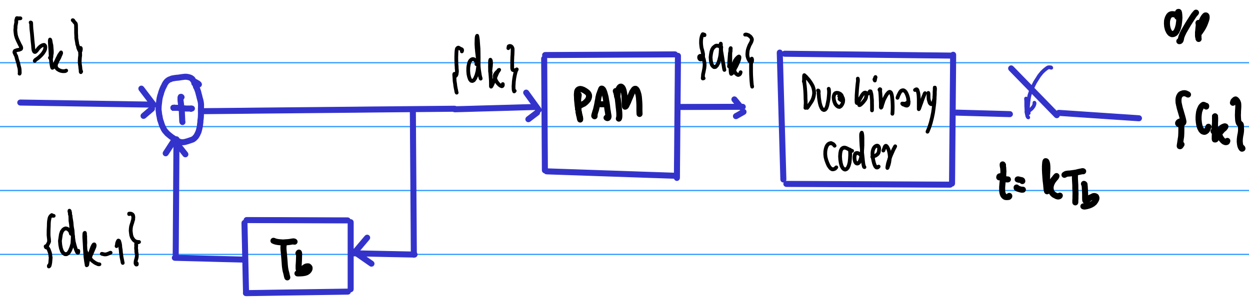


Fig: precoded duobinary scheme