---

**<u>แบบฝึกหัดที่ 1</u>**

1. จงหาจุดยอด จุดโฟกัส ความยาวลาตัสเรกตัม สมการไดเรกตริกซ์ พร้อมทั้งเขียนกราฟของพาราโบลาที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1.1) $y^2 - 4x = 0$

(1.2) $x^2 - 8y = 0$

(1.3) $2y^2 - 9x = 0$

(1.4) $4x^2 + 5y = 0$

---

2. จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส ความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

(2.1) $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$

(2.2) $36x^2 + 100y^2 - 3600 = 0$

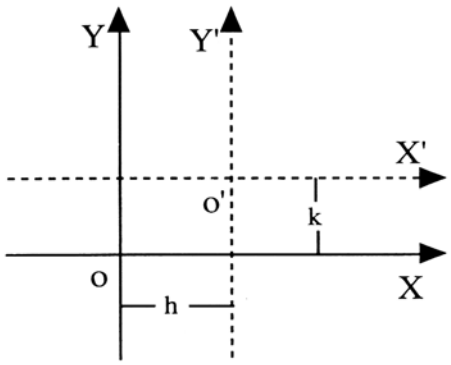
3. จงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด จุดโฟกัส ความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนสังยุค พร้อมทั้งเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลาที่กำหนดสมการให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

(3.1) $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

(3.2) $16y^2 - 16x^2 - 64 = 0$

**<u>การเลื่อนแกนทางขนาน</u>** (Translation of axis)

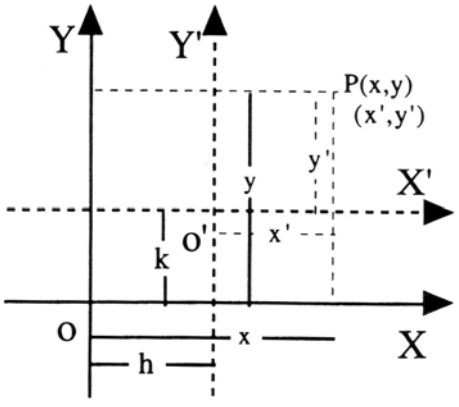
บนระบบพิกัดฉาก $XY$ สามารถสร้างระบบพิกัดฉาก $XY$ ใหม่โดยที่ แกน $X'$ และแกน $Y'$ ได้จากการเลื่อนแกน $X$ และแกน $Y$ ตามทางขนาน ดังรูปที่ 17




*รูปที่ 17*

จากรูปจะได้ $O$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $XY$ และ $O'$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ต่อไปจะหาความสัมพันธ์ระหว่างพิกัด $(x, y)$ และ $(x', y')$ ดังนี้

ให้ $P$ เป็นจุดใดๆบนระนาบ มีพิกัดเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ เป็น $(x, y)$ และมีพิกัดเทียบกับระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เป็น $(x', y')$ ให้ $O'$ เทียบกับพิกัดฉาก $XY$ มีพิกัดเป็น $(h, k)$ ดังรูปที่ 18



*รูปที่ 18*

จะได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$x = x' + h \quad \text{และ} \quad y = y' + k$$

หรือ

$$x' = x - h \quad \text{และ} \quad y' = y - k$$

เรียกการสร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ บนระบบพิกัดฉาก $XY$ โดยที่พิกัดทั้งสองระบบสอดคล้องกับสมการข้างต้น และเรียกสมการข้างต้นว่า **สมการของการเลื่อนแกนทางขนาน** (Equations of axes translation)

**ตัวอย่างที่ 6** ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-3,4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จุด $(4,3)$ บนระบบพิกัดฉาก $XY$ จะมีพิกัดเป็นเท่าใดเมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $X'Y'$

**วิธีทำ** เนื่องจากระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-3,4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จากที่กำหนดให้ จะได้ $h = -3, k = 4, x = 4$ และ $y = 3$ ดังนั้น จะได้พิกัดของจุด $(4,3)$ บนพิกัด $X'Y'$ เป็น $x' = x - h = 4 - (-3) = 7$ และ $y' = y - k = 3 - 4 = -1$ นั่นคือ $(x', y') = (7, -1)$ ♦

**ตัวอย่างที่ 7** จงเลื่อนแกนทางขนานเพื่อให้ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ จุดตัดของเส้นตรง $3x - 7y + 1 = 0$ และ $2x - 5y + 6 = 0$ พร้อมทั้งเขียนสมการเส้นตรงทั้งสองในระบบพิกัดฉากใหม่

**วิธีทำ** จากสมการเส้นตรง

$$3x - 7y + 1 = 0 \qquad (1)$$

$$2x - 5y + 6 = 0 \qquad (2)$$

แก้สมการ (1) และ (2) ได้จุดตัดเป็น $(37,16)$ ให้ $O' = (h,k)$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ โดยที่ $(h,k) = (37,16)$ ดังนั้น $h = 37$ และ $k = 16$

จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x = x' + h$ และ $y = y' + k$ จะได้ $x = x' + 37$ และ $y = y' + 16$ แทนค่าลงในสมการที่ (1) และ (2) จะได้สมการเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ดังนี้

$$3x' - 7y' = 0 \text{ และ } 2x' - 5y' = 0 \quad ♦$$

---

**ตัวอย่างที่ 8** จงเปลี่ยนสมการ $x^2+3xy-y^2+5x-3y+2=0$ ในระบบพิกัดฉาก $XY$ เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ซึ่งมีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(2,4)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$

**วิธีทำ** กำหนดให้ $O'=(2,4)$ เป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จากสมการของการเลื่อนแกนจะได้ $x=x'+2$ และ $y=y'+4$ แทนค่า $x$ และ $y$ ในสมการ $x^2+3xy-y^2+5x-3y+2=0$ จะได้

$(x'+2)^2+3(x'+2)(y'+4)-(y'+4)^2+5(x'+2)-3(y'+4)+2=0$ เมื่อจัดรูปใหม่ จะได้

$(x')^2+3x'y'-(y')^2+21x'-5y'+12=0$ เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$

## การวิเคราะห์สมการในรูป $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้ศึกษาของสมการภาคตัดกรวยในรูปต่างๆ ซึ่งพบว่าสมการดังกล่าวต่างก็เป็นสมการระดับขั้นของสองตัวแปร $x$ และ $y$ และมีรูปทั่วไป คือ

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

โดยที่ $A,B,C,D,E,$ และ $F$ เป็นค่าคงตัว เมื่อ $A,B$ และ $C$ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาลักษณะกราฟของสมการระดับขั้นสองตัวแปรเมื่อ $B=0$ นั่นคือ จะพิจารณาลักษณะกราฟของสมการในรูป $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ โดยใช้คุณสมบัติของการเลื่อนแกนทางขนานเพื่อความสะดวกในการเปลี่ยนรูปของสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานของสมการภาคตัดกรวย

**ตัวอย่างที่ 9** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $9x^2+25y^2+18x-100y-116=0$

**วิธีทำ** จัดสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จะได้

$$9(x^2+2x+1)+25(y^2-4y+4)=116+9+100$$

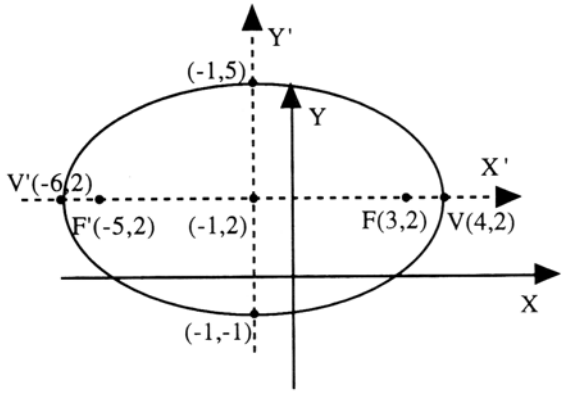
หรือ $$9(x+1)^2+25(y-2)^2=225 \qquad (1)$$

โดยการเลื่อนแกนทางขนาน สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ให้มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-1,2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x=x'+h$ และ $y=y'+k$ จะได้ $x=x'-1$ และ $y=y'-2$ แทนค่าลงในสมการที่ (1) จะได้สมการใหม่เป็น $9(x')^2+25(y')^2=225$ หรือ เมื่อจัดรูปใหม่ก็จะได้

$\frac{(x')^2}{25}+\frac{(y')^2}{9}=1$ เป็นสมการวงรีที่มีค่า $a=5,b=3$ และ $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{16}=4$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นสมการของวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ จุดยอดที่ $(\pm5,0)$ จุดโฟกัสที่ $(\pm4,0)$ สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x'=\pm\frac{25}{4}$

ในระบบพิกัดฉาก $XY$ สมการที่กำหนดให้เป็นสมการของวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(-1,2)$ จุดยอดที่ $(4,2)$ และ $(-6,2)$ จุดโฟกัสที่ $(3,2)$ และ $(-5,2)$ และมีกราฟดังรูปที่ 19




*รูปที่ 19*

**ตัวอย่างที่ 10** จงเขียนสมการวงรีที่มีค่า $e=1/2$ มีจุดโฟกัสที่ $(4,2)$ และ $(2,2)$ ในระบบพิกัดฉาก $XY$

**วิธีทำ** กำหนดให้ $X'Y'$ เป็นระบบพิกัดฉากที่ได้จากการเลื่อนแกนทางขนานของระบบพิกัดฉาก $XY$ และให้ $(h,k)$ เป็นจุดกำเนิดของวงรีในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$

เนื่องจากจุดศูนย์กลางของวงรีเป็นจุดกึ่งกลางของจุดโฟกัสทั้งสอง จะได้

$h=\dfrac{4+2}{2}=3$ และ $k=\dfrac{2+2}{2}=2$

จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนาน $x=x'+h$ และ $y=y'+k$ จะได้ $x'=x-3$ และ $y'=y-2$ และเนื่องจาก $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$ ดังนั้น $a=2,\quad c=1$ และได้ $b^2=a^2-c^2=4-1=3$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการวงรี คือ $\dfrac{(x')^2}{4}+\dfrac{(y')^2}{3}=1$

ในระบบพิกัดฉาก $XY$ สมการวงรี คือ $\dfrac{(x-3)^2}{4}+\dfrac{(y-2)^2}{3}=1$ ♦

เนื่องจากกราฟของสมการ $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ มีหลายลักษณะ ถ้าทราบลักษณะกราฟอย่างคร่าวๆ จะช่วยในกรพิจารณาลักษณะกราฟอย่างละเอียดได้ถูกต้องยิ่งขึ้น การพิจารณาลักษณะกราฟอย่างคร่าวๆ ทำได้โดยอาศัยทฤษฎีบทต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท** กราฟของสมการ $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ สามารถพิจารณาได้จากค่าของ $A$ และ $C$ ได้ดังต่อไปนี้

1. ถ้า $A$ และ $C$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน แล้วสมการมีกราฟเป็นวงรีหรือวงกลมหรือจุด 1 จุดหรือไม่มีกราฟ
2. ถ้า $A$ และ $C$ มีเครื่องหมายต่างกัน แล้วสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือ เส้นตรงสองเส้นตัดกัน
3. ถ้า $A$ และ $C$ เป็นศูนย์ แล้วสมการมีกราฟเป็นพาราโบลา หรือเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเส้นตรงเส้นหนึ่ง หรือไม่มีกราฟ

ในที่นี้จะไม่แสดงการพิสูจน์ แต่จะยกตัวอย่างการพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ โดยอาศัยทฤษฎีดังกล่าวประกอบการพิจารณาดังต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 11** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2+9y^2+8x-36y+4=0$

**วิธีทำ** จะเห็นว่าเมื่อเทียบกับรูปสมการ $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ ได้ค่า $A=4, C=9$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน ซึ่งจะได้ว่าสมการมีกราฟเป็นวงรีหรือวงกลมหรือจุด 1 จุดหรือไม่มีกราฟ ต่อไปจะพิจารณากราฟอย่างละเอียดโดยการเลื่อนแกนทางขนาน จัดรูปสมการใหม่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้

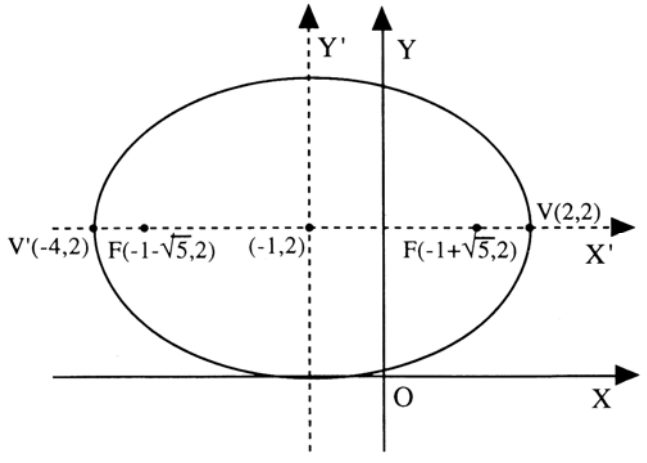
$$4(x^2+2x+1)+9(y^2-4y+4)=-4+4+36=36 \text{ หรือ}$$

$$4(x+1)^2+9(y-2)^2=36$$

สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดที่ $(-1,2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จากสมการของการเลื่อนแกนทางขนานจะได้ $x'=x+1$ และ $y'=y-2$ และจะได้สมการในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ ใหม่เป็น $4(x')^2+9(y')^2=36$ หรือ $\frac{(x')^2}{9}+\frac{(y')^2}{4}=1$ เป็นสมการวงรี ที่มี $a=3, b=2$ และได้ $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5}$ ได้ค่าเยื้องศูนย์กลาง $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นวงรี มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ จุดยอดที่ $(\pm 3,0)$ จุดโฟกัสที่ $(\pm\sqrt{5},0)$ และสมการไดเรกตริกซ์เป็น $x=\pm\frac{9}{\sqrt{5}}$

ในระบบพิกัด $XY$ จะหาค่าของ $x$ และ $y$ ได้จากสมการ $x=x'-1$ และ $y=y'+2$ ดังนั้นสมการที่กำหนดให้เป็นวงรี มีจุดศูนย์กลางที่ $(-4,2)$ และ $(2,2)$ จุดโฟกัสที่ $(-5+\sqrt{5},2)$ และ $(-5-\sqrt{5},2)$ สมการไดเรกตริกซ์ คือ $x=-1\pm\frac{9}{\sqrt{5}}$ ดังรูปที่ 20




◆

*รูปที่ 20*

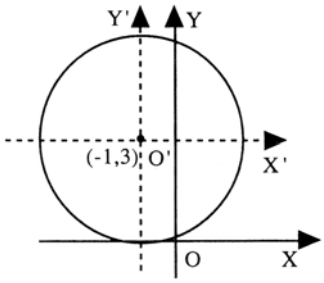
---

**ตัวอย่างที่ 12** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $x^2+2x+y^2-6y+1=0$

**วิธีทำ** เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐาน จะได้ $A=1,\quad C=1$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน ดังนั้นกราฟอาจจะเป็นวงรี วงกลม จุด 1 จุด หรือไม่มีกราฟ พิจารณากราฟอย่างละเอียด โดยการเลื่อนแกนทางขนาน และจัดรูปสมการใหม่ ได้

$$(x^2+2x+1)+(y^2-6y+9)=-1+1+9=9$$
$$(x+1)^2+(y-3)^2=3^2$$

จะเห็นว่าเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1,3)$ รัศมี 3 หน่วย ดังรูป




*รูปที่ 21*

**ตัวอย่างที่ 13** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2+7y^2-16x+14y+23=0$

**วิธีทำ** จะเห็นว่า $A=4,\quad C=7$ เครื่องหมายเหมือนกัน ดังนั้นกราฟอาจจะเป็นวงรี วงกลม จุด 1 จุด หรือไม่มีกราฟ พิจารณากราฟอย่างละเอียด โดยการเลื่อนแกนทางขนาน และจัดรูปสมการใหม่ ได้

$$4(x^2-4x+4)+7(y^2-2y+1)=-23+16+7=0$$
$$4(x-2)^2+7(y-1)^2=0$$

จากสมการที่จัดได้ข้างต้น มีเพียงค่า $x=2, y=-1$ เท่านั้นที่สอดคล้องกับสมการ ดังนั้น สมการที่กำหนดให้เป็นจุด $(2,-1)$ เพียงจุดเดียว ♦

**ตัวอย่างที่ 14** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ

(1) $3x^2+y^2+5=0$

และ (2) $5x^2-10x+9=0$

**วิธีทำ** (1) $3x^2+y^2+5=0$ ( $A=3, C=1$ เครื่องหมายเหมือนกัน) จัดรูปสมการใหม่ได้ $3x^2+y^2=-5$ ซึ่งไม่มีทางเป็นไปได้ เนื่องจาก $3x^2\geq 0$ และ $y^2\geq 0$ ดังนั้นสมการนี้จึงไม่สามารถหาค่าของ $x$ และ $y$ ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการนี้ได้ สรุปว่า สมการที่กำหนดให้ไม่มีกราฟ

(2) $5x^2-10x+9=0$ ซึ่งมีค่า $A=5, C=0$ โดยทฤฎีบทจะได้สมการมีกราฟเป็นพาราโบลา หรือเป็นเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเป็นเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือไม่มีกราฟ เมื่อพิจารณาสมการโดยละเอียด และจัดรูปสมการใหม่ได้ $5(x-1)^2=-4$ เนื่องจาก $(x-1)^2\geq 0$ ดังนั้นสมการนี้จึงไม่สามารถหาค่าของ $x$ ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการนี้ได้ สรุปว่า สมการที่กำหนดให้ไม่มีกราฟ

---

**ตัวอย่างที่ 15** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $x^2+4x-4y-4=0$

**วิธีทำ** จากสมการรูปมาตรฐานได้ค่า $A=1, C=0$ โดยทฤฎีบทจะได้สมการมีกราฟเป็นพาราโบลาหรือเป็นเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือเป็นเส้นตรงหนึ่งเส้น หรือไม่มีกราฟ เมื่อพิจารณาสมการโดยละเอียด และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$(x+2)^2+4(y-2)=0$$

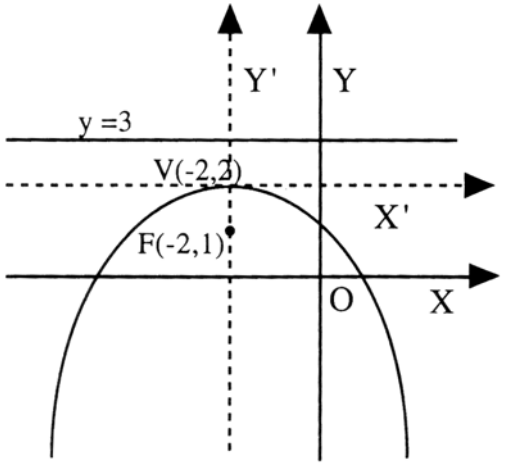
ดังนั้น

$$(x+2)^2=-4(y-2)$$

โดยการเลื่อนแกนทางขนาน สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่ $(-2,2)$ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดฉาก $XY$ จะได้ $x'=x+2$ และ $y'=y-2$ ดังนั้น $(x')^2=-4y$ เป็นสมการพาราโบลาที่ทีค่า $c=-1$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการที่กำหนดให้เป็นพาราโบลา จุดยอดที่ $(0,0)$ โฟกัสที่ $(0,-1)$ สมการไดเรกตริกซ์ $y'=1$

ในระบบพิกัดฉาก $XY$ สมการที่กำหนดให้เป็นพาราโบลา จุดยอดที่ $(-2,2)$ โฟกัสที่ $(-2,1)$ สมการไดเรกตริกซ์ $y=3$ ดังรูปที่ 22




*รูปที่ 22*

**ตัวอย่างที่ 16** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $9x^2-4y^2+18x+16y+29=0$

**วิธีทำ** กำหนดให้ $9x^2-4y^2+18x+16y+29=0$ เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐานได้ $A=9, C=-4$ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน พิจารณากราฟอย่างละเอียดจะได้

$$9(x+1)^2-4(y-2)^2=-29-16+9=-36$$

ดังนั้น

$$\frac{(y-2)^2}{9}-\frac{(x+1)^2}{4}=1$$

---

สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ จุดกำเนิดที่ $(2,-1)$ จะได้ $x'=x+1$ และ $y'=y-2$ นั่นคือได้

$$\frac{(y')^2}{9}-\frac{(x')^2}{4}=1$$

เป็นสมการไฮเพอร์โบลา มีค่า $a=3,b=2,c=\sqrt{13}$ และ $e=\frac{\sqrt{13}}{3}$ จึงสรุปได้ว่า

ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ สมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ จุดยอดที่ $(0,\pm3)$ จุดโฟกัสที่ $(0,\pm\sqrt{13})$ สมการไดเรกตริกซ์ที่ $y'=\pm\frac{9}{\sqrt{13}}$ เส้นกำกับไฮเพอร์โบลาคือ $y'=\pm\frac{3}{2}x'$

ในระบบพิกัดฉาก $XY$ ได้ค่า $x=x'-1$ และ $y=y'+2$ ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1,2)$ จุดยอดที่ $(-1,5)$ และ $(-1,-1)$ จุดโฟกัสที่ $(-1,2\pm\sqrt{13})$ สมการไดเรกตริกซ์ที่ $y=2\pm\frac{9}{\sqrt{13}}$ เส้นกำกับไฮเพอร์โบลาคือ $y=2\pm\frac{3}{2}(x+1)$ ♦

**ตัวอย่างที่ 17** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $4x^2-3y^2+8x+12y-8=0$

**วิธีทำ** กำหนดให้ $4x^2-3y^2+8x+12y-8=0$ เมื่อเทียบกับสมการมาตรฐานได้ $A=4,C=-3$ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นสมการมีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา หรือเส้นตรงสองเส้นตัดกัน พิจารณากราฟอย่างละเอียดจะได้

$$4(x+1)^2-3(y-2)^2=0$$

ดังนั้น

$$\left[2(x+1)-\sqrt{3}(y-2)\right]\left[2(x+1)+\sqrt{3}(y-2)\right]=0$$

นั่นคือ

$$2(x+1)-\sqrt{3}(y-2)=0 \quad \text{และ} \quad 2(x+1)+\sqrt{3}(y-2)=0$$

ดังนั้น เป็นสมการของเส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุด $(-1,2)$ ♦

**ตัวอย่างที่ 18** จงพิจารณาลักษณะกราฟของสมการ $2x^2-7x-10=0$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการใหม่โดยการแยกตัวประกอบได้ $(2x-7)(x+2)=0$ ดังนั้น $x=\frac{7}{2}$ และ $x=-2$ เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน ♦

---

---

**<u>แบบฝึกหัด</u>**

1. จงเลื่อนแกนทางขนานเพื่อให้ระบบพิกัดฉาก $X'Y'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่จุดตัดของเส้นตรง $2x+3y-4=0$ และ $x+4y-1=0$ พร้อมทั้งเขียนสมการเส้นตรงในระบบพิกัดฉาก $X'Y'$

2. จงพิจารณาการเลื่อนแกนทางขนาน พิจารณาลักษณะกราฟต่อไปนี้

(2.1) $y^2+8x-6y+1=0$

(2.2) $25x^2+16y^2+50x-64y-311=0$

(2.3) $x^2-4x+6y+16=0$

(2.4) $x^2 + 8y^2 + 10 = 0$

(2.5) $3x^2 - 2y^2 + 6x - 8y - 17 = 0$

(2.6) $9x^2 + 4y^2 - 18x + 8y + 4 = 0$

---

(2.7) $2y^2 - 3x^2 + 4y + 12x - 10 = 0$

(2.8) $5x^2 + 17x - 12 = 0$

---

*เอกสารอ้างอิง*

คณิตศาสตร์ 1 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 2539