

คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

180 120 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1

การสอบปลายภาค

ภาคการศึกษาต้น

ปีการศึกษา 2553

วันพุธที่ 22 กันยายน 2553

เวลา 8.30-11.30 น.

ผู้ออกข้อสอบ      เกียรติฟ้า, ดลฤดี, ยุวรัตน์, วิระสิทธิ์, สัมฤทธิ์

คำสั่ง

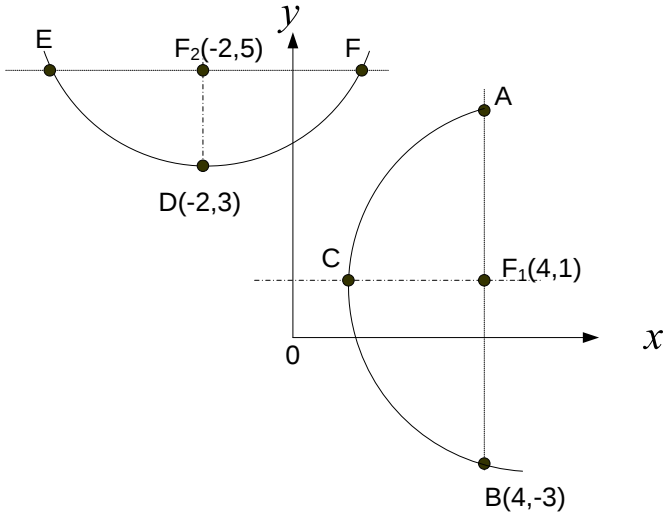
1. ข้อสอบมี 5 ข้อ รวมทั้งสิ้น 9 หน้า ให้ทำทุกข้อ
2. ไม่อนุญาต ให้นำเอกสารใดๆ และ เครื่องคำนวณทุกชนิด เข้าห้องสอบ
3. ให้ เขียนชื่อ, รหัส, section และ หมายเลขที่นั่งสอบ ในกระดาษข้อสอบทุกหน้า
4. ให้แสดงวิธีทำให้ชัดเจน และถ้าที่เขียนไม่พอ ให้ทำด้านหลังได้ ห้ามทำข้ามข้อ เช่น ห้ามทำข้อสอบข้อ 1 ในข้ออื่น ( ข้อ 2,3,4 ) มิฉะนั้นจะไม่ได้รับการตรวจในข้อที่ทำผิดคำสั่ง
5. ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบ
6. ให้ใช้ ปากกา ในการทำข้อสอบเท่านั้น

| ข้อที่ | คะแนนเต็ม | คะแนนที่ได้ |
|--------|-----------|-------------|
| 1      | 25        |             |
| 2      | 20        |             |
| 3      | 20        |             |
| 4      | 25        |             |
| 5      | 10        |             |
| รวม    | 100       |             |

1. (อ.สัมฤทธิ์ หังสะสูตร)

1.1 กำหนดให้พาราโบลา 2 เส้น มีจุด  $F_1$  และ  $F_2$  เป็นจุดโฟกัส และมีจุด  $C$  และ  $D$  จุด เป็นจุดยอด จงหา

- ก) สมการของพาราโบลาทั้งสอง ( 6 คะแนน )
- ข) ระยะทางระหว่างจุด  $E$  กับจุด  $C$  ( 4 คะแนน )



- 1.2      กำหนดสมการวงกลม  $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0$  .....(1)      และ 3/9
- สมการ  $9x^2 - 4y^2 + 18x + 16y - 43 = 0$  .....(2)
- ถ้า  $C$  คือจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุด  $F_1$  กับ  $F_2$  เป็นจุดโฟกัส ของ สมการ...(2) จงหา
- ก) จุดศูนย์กลางของวงกลม

( 3 คะแนน )
- ข) จุดโฟกัสทั้งสองของสมการ (2)

( 6 คะแนน )
- ค) สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C$  และ จุด  $F_1$  และ สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C$  และ จุด  $F_2$

( 6 คะแนน )

2. (อ.ชลฤดี หอมดี)

2.1 กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$        $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$        $C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

จงหาคำตอบ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ของการหาค่า ( 6 คะแนน )

- ก)  $A - B^t$
- ข)  $2BA$
- ค)  $\det A$
- ง)  $CB$

2.2     จงหาค่า  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$  โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์ (*cofactor*) หากใช้วิธีอื่นจะได้คะแนนเป็นศูนย์

( 6 คะแนน )

2.3     จงหาค่าของเมตริกซ์  $C$  ในสมการ  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} [C] = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

( 8 คะแนน )

3. (อ.วิระสิทธิ์ อิ่มถวิล)

กำหนดระบบสมการต่อไปนี้

$$2x_2 - x_1 + x_3 = 2$$
$$-4x_4 + 2x_2 + x_1 = 13$$
$$-x_1 - x_4 = 1$$
$$5x_2 - x_1 + 3x_3 - x_4 = 8$$

- 3.1 จงเขียนสมการในรูป  $AX = C$

( 2 คะแนน )
- 3.2 จงหา rank ของ  $A$  และ rank ของ  $[A:C]$  ให้แสดงวิธีหา rank ด้วย

( 4 คะแนน )
- 3.3 จงหาคำตอบของระบบสมการโดยวิธี Gaussian Elimination ( elementary row operation )

( 14 คะแนน )

4. (อ.ยุวรัตน์ เงินเย็น)

7/9

4.1 จงเขียนจำนวนเชิงซ้อน  $z$  ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน ( $z = a + bi$ )

$$z = (3 - 2i)^{-1} + \frac{3 + i}{2 - i} - (7 - \sqrt{-9}) - (\overline{4 + i})^2 + 2e^{\frac{\pi}{2}i}$$

( 10 คะแนน )

4.2 จงรากคำตอบของสมการ  $3x^2 + 9x + 7 = 0$

( 5 คะแนน )

- 4.3 กำหนดให้  $z = -3-3i$  จงหา 8/9
1. รากที่ 4 ของ  $z$  ทั้ง 4 ราก

( 5 คะแนน )
2.  $z^{10}$

( 5 คะแนน )

5. (อ.เกียรติฟ้า ตั้งใจจิต)

9/9

จงแสดงว่า  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$  สำหรับทุกค่า  $n$  ที่เป็นจำนวนเต็มบวก

โดยใช้วิธี อุปนัยทางคณิตศาสตร์ ( *Mathematical Induction* )

( 10 คะแนน )