

1. จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{k}$ (10 คะแนน)

2. กำหนดให้ $\mathbf{u} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \sqrt{17}\mathbf{j}$ จงหาเวกเตอร์ $Proj_{\mathbf{u}} \mathbf{v}$ (10 คะแนน)

3. กำหนดให้ $A(-6,0)$, $B(10,-5)$, $C(-2,4)$ จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดที่กำหนดข้างต้น โดยใช้วิธีเวกเตอร์เท่านั้น หากใช้วิธีอื่นจะได้คะแนนเป็นศูนย์ (10 คะแนน)

4. ถ้าเส้นโค้ง $y = x^2 - 2x - 8$ ตัดแกน x ที่จุด A , B และมี C เป็นจุดยอด (Vertex) แล้ว จงหาว่า พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่าไร (10 คะแนน) และ จงหาความยาวของ *Latus Rectum* (5 คะแนน)

5. กำหนดให้ จุด $A(2,1)$, $B(-4,3)$ และ H เป็นไฮเพอร์โบลา ซึ่งมีสมการเป็น $5x^2 - ay^2 + b = 0$ โดยที่แกนตามขวางของ H อยู่บนแกน Y และ มีความยาวเท่ากับ AB ถ้าระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้ง 2 ของไฮเพอร์โบลาเท่ากับ 8 จงหาสมการในรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลานี้ (15 คะแนน)

6. จงหาจุดตัดกันของวงกลม $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$ และ $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ (15 คะแนน)

(10 คะแนน)

จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-3,6)$ และ ขนานกับแกน Y (20 คะแนน)

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงที่ทำให้วงรี $ax^2 + by^2 - 72x - 24y + c = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่ $(4,3)$ และ สัมผัสแกน y แล้ว จงหาระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้ง 2 ของวงรี

2. จงหาผลคูณของเมตริกซ์

(10 คะแนน)

$$\begin{bmatrix} -9 & -1 & 4 \\ 6 & 9 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 4 & 1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

3. จงหาเมตริกซ์ผกผัน (inverse) ของเมตริกซ์ต่อไปนี้

ก) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(10 คะแนน)

ข) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

(20 คะแนน)

4. จากสมการ

$$\begin{aligned}x + 3y + 2z &= 5 \\ -2x - 5y - z &= -1 \\ 2x + 4y &= -2\end{aligned}$$

- ก) จงเขียนสมการในรูปของเมทริกซ์ $\mathbf{A X} = \mathbf{B}$ (5 คะแนน)
- ข) จงใช้วิธีหาเมทริกซ์ผกผัน (inverse) ของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ $\mathbf{A}$ แล้วแก้สมการหาเมทริกซ์ $\mathbf{X}$ เพื่อจะได้คำตอบ x, y, z ออกมา (25 คะแนน)
- ค) จงใช้กฎของเครเมอร์ (Cramer's rule) หาค่า y (10 คะแนน)

มหาวิทยาลัยขอนแก่น คณะวิศวกรรมศาสตร์ 180120 คณิตศาสตร์วิศวกรรม 1		ส่วนที่ 3
การสอบย่อยครั้งที่ 1 ภาคต้น ปีการศึกษา 2550 ผู้ตรวจข้อสอบ : วีระสิทธิ์	วันอาทิตย์ที่ 8 กรกฎาคม พ.ศ. 2550 เวลา 13.00.00-16.00 น.	

1. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $x - 3y - 11 = 0$ และผ่านจุดตัดของเส้นตรง $x - 5y - 9 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 5y - 7 = 0$ (8 คะแนน)
2. เส้นตรง ℓ มีความชันเป็น $\frac{1}{2}$ ผ่านจุด $C(-3,0)$ และตัดแกน y ที่จุด A เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง ℓ โดยที่มีเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งที่ผ่านจุด B ขนานกับแกน y และตัดแกน x ที่จุด C จงหาความยาวของ $\overline{BC}$ (8 คะแนน)

3. กำหนดสมการของภาคตัดกรวยมาให้ต่อไปนี้ จงสเก็ตช์รูปพร้อมทั้งระบุค่าต่างๆตามกรณีต่อไปนี้
- | | |
|--------------------|---|
| ถ้าเป็นวงกลม | ให้ระบุ จุดศูนย์กลาง และรัศมี |
| ถ้าเป็นพาราโบลา | ให้ระบุ จุดยอด จุดโฟกัส สมการของแกนพาราโบลา (Parabola axis) และความยาวของ latus rectum (L) |
| ถ้าเป็นวงรี | ให้ระบุ จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก (Major axis) และความยาวแกนโท (Minor axis) |
| ถ้าเป็นไฮเพอร์โบลา | ให้ระบุ จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนตามขวาง (Transverse axis) ความยาวแกนสังยุค (Conjugate axis) และสมการเส้นกำกับ (Asymptotes) |

a) $4x^2 + 8x - 5y^2 - 10y + 19 = 0$ (8 คะแนน)

b) $x^2 + 4x - y - 6 = 0$

(8 คะแนน)

c) $4y^2 + 3x^2 - 6x + 32y + 55 = 0$

(8 คะแนน)