



1. กำหนดเมตริกซ์ดังต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

จงแสดงวิธีการหา พร้อมทั้งบอกเหตุผล

(15 คะแนน)

ก  $A + 2B$

ข  $A^t - C$

ค  $DB^t$

ง  $BC$

จ  $CC^t$

2. จงหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของเมตริกซ์ (Matrix)  $4 \times 4$  ข้างล่าง

(20 คะแนน)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

3. จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$2x + y + 2z = 3$$

$$2y - x - 3z = -6$$

$$4x - 3y - 3z = 4$$

ก) จงเขียนสมการในรูปของเมทริกซ์  $AU = B$  (2 คะแนน)

ข) จงใช้วิธีหาเมทริกซ์ผกผัน (Inverse) ของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์  $A$  แล้วแก้สมการหาเมทริกซ์ ตัวแปร  $U$   
เพื่อจะได้คำตอบ  $x, y, z$  ออกมา (20 คะแนน)

ค) จงใช้กฎของเครเมอร์ (Cramer's rule) หาค่า  $y$  (8 คะแนน)

4. กำหนดให้  $z_1 = 5 - 4i$   $z_3 = -1 + \sqrt{3} i$

$z_2 = 8 - 8i$   $z_4 = -2$

ก. จงหา  $\left| \frac{z_1 \overline{z_1}}{2i^{18} - i^{43}} \right|$  (10 คะแนน)

ข. จงเขียน  $\frac{z_3}{z_4}$  ให้อยู่ในรูปแบบเชิงขั้ว (10 คะแนน)

ค. จงหาค่า  $Z_4^{1/4}$

(15 คะแนน)

5 จงใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์พิสูจน์ว่า  $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$  เป็นจริง ทุกค่า  $n$  ที่กำหนด (20 คะแนน)