บทที่ 9

การวิเคราะห์ไซนูซอยด์ที่สภาวะคงตัว

(The Sinusoidal Steady-State Analysis)

ในบทนี้จะกล่าวถึงส่วนสำคัญ 3 ประเด็น

1. ความเป็นมาของแหล่งจ่ายไฟฟ้าแบบไซนูซอยด์และรูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้า
2. คุณสมบัติอุปกรณ์ไฟฟ้า R L C ในแง่ไฟฟ้า AC
   - Impedance Admittance Reactance
   - Phasor Diagram
3. การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเอซี

1. แหล่งจ่ายแบบไซนูซอยด์ และรูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้า

AC ย่อมาจากคำว่า Alternative Current

DC ย่อมาจากคำว่า Direct Current

เหตุผลที่ต้องใช้ไฟฟ้าแบบ AC

1. *แหล่งผลิตทำได้ง่ายกว่า คือ AC Generator ทำง่ายกว่า DC Generator*
2. *แปลงแรงดันไฟฟ้าขึ้นหรือลงได้ง่ายโดยใช้ Transformer*
3. *การสูญเสียพลังงานในสายไฟฟ้าน้อยกว่า DC*
4. *เนื่องจากสัญญาณไซนูซอยด์มีองค์ประกอบความถี่เพียงความถี่เดียวทำให้การวิเคราะห์ ออกแบบ ทดสอบ และสร้างวงจรต่างๆ ทำได้ง่ายกว่า*

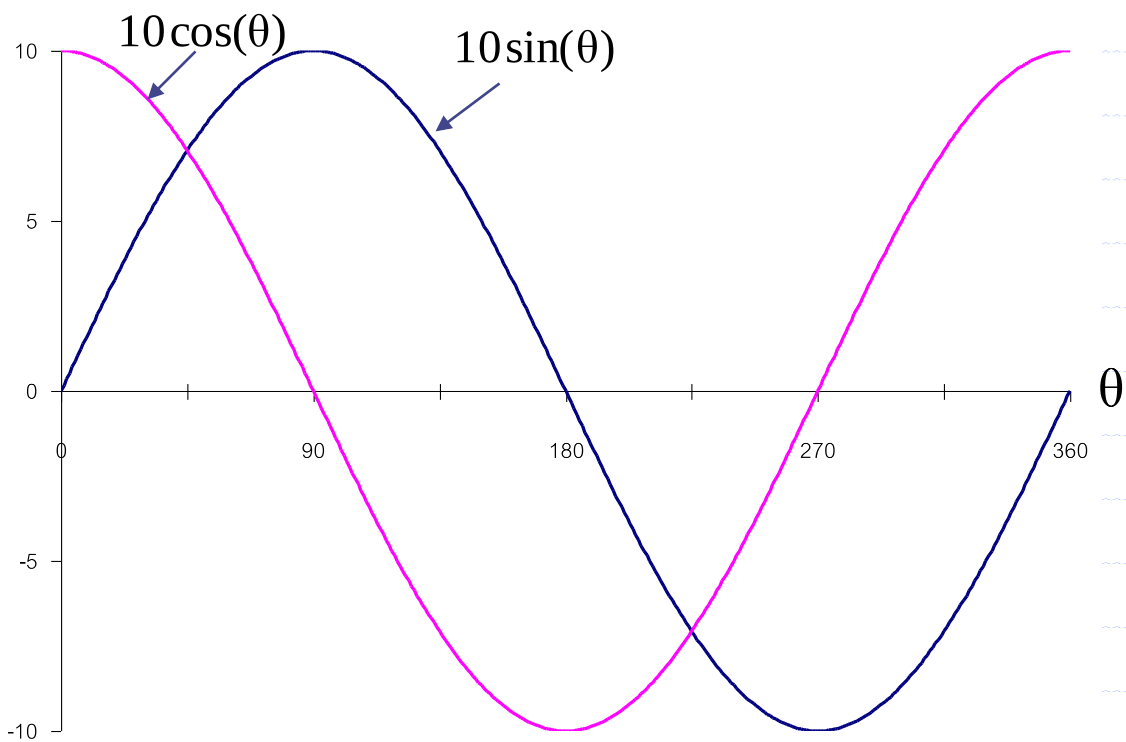
1.1 กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ฟังชั่น sine , cosine กับมุม θ

ถ้าทำการเขียนกราฟฟังชั่น sine และ cosine กับมุมองศา สามารถเขียนกราฟได้ด้วย Excel ดังรูป

ข้อสังเกต

1. ทำการเปลี่ยนแปลงค่ามุมระหว่าง 0 ถึง 360 องศา

2. รูปคลื่น sine และ รูปคลื่น cosine คล้ายกันแต่ จุดเริ่มต้นของรูปคลื่นทั้งสองไม่พร้อมกัน

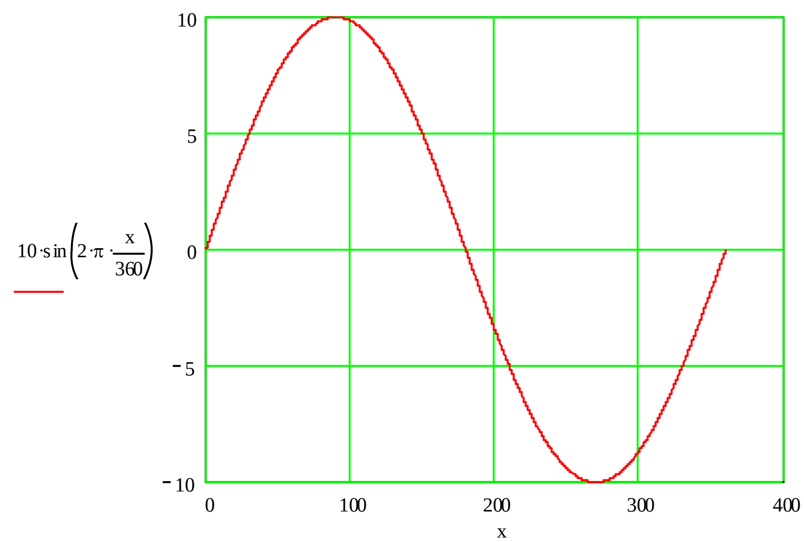


x(degree)	10sin(x)	10cos(x)
0	0	10
10	1.74	9.85
20	3.42	9.40
30	5.00	8.66
40	6.43	7.66
50	7.66	6.43
60	8.66	5.00
70	9.40	3.42
80	9.85	1.74
90	10.00	0.00
100	9.85	-1.74
110	9.40	-3.42
120	8.66	-5.00
130	7.66	-6.43
140	6.43	-7.66
150	5.00	-8.66
160	3.42	-9.40
170	1.74	-9.85
180	0.00	-10.00

x(degree)	10sin(x)	10cos(x)
190	-1.74	-9.85
200	-3.42	-9.40
210	-5.00	-8.66
220	-6.43	-7.66
230	-7.66	-6.43
240	-8.66	-5.00
250	-9.40	-3.42
260	-9.85	-1.74
270	-10.00	0.00
280	-9.85	1.74
290	-9.40	3.42
300	-8.66	5.00
310	-7.66	6.43
320	-6.43	7.66
330	-5.00	8.66
340	-3.42	9.40
350	-1.74	9.85
360	0.00	10.00

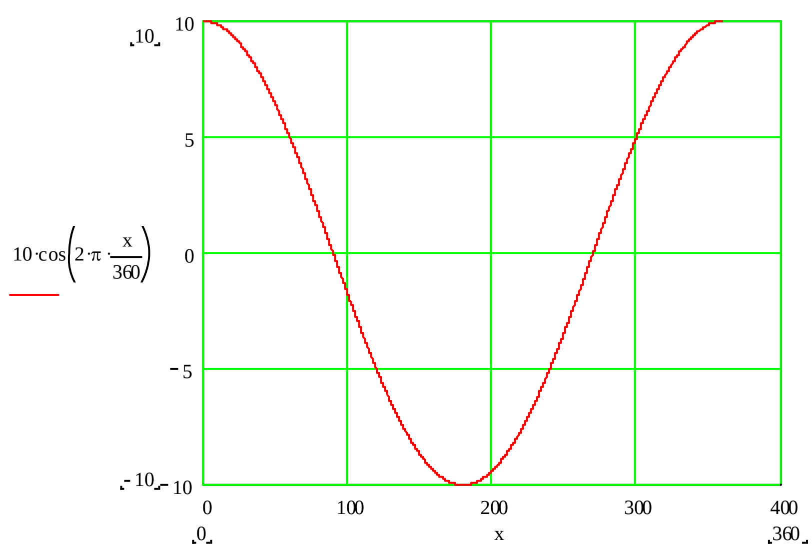
รูปคลื่น sine และ cosine โดยใช้โปรแกรม MathCad

$10\sin(\theta)$



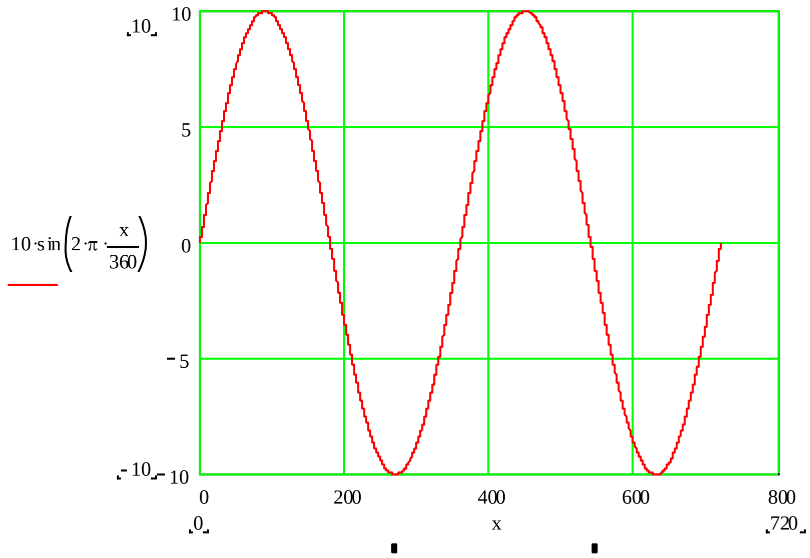
1 ลูกคลื่น

$10\cos(\theta)$



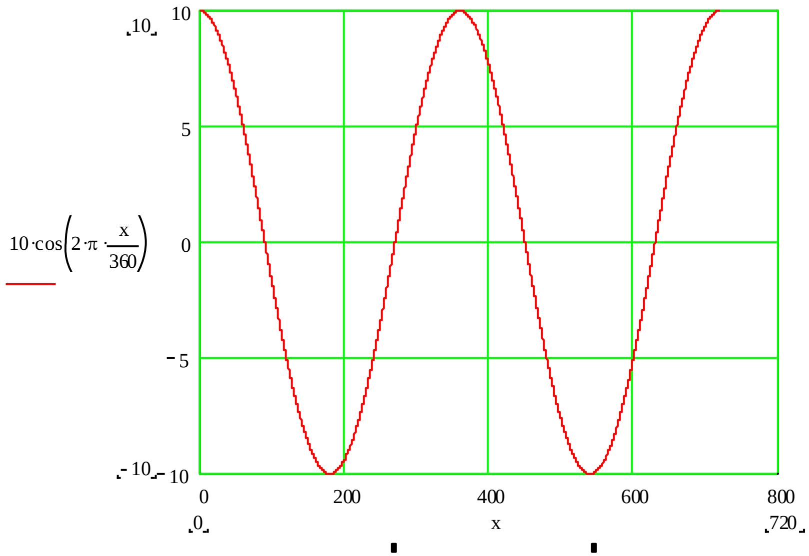
1 ลูกคลื่น

$10\sin(\theta)$



2 ลูกคลื่น

$10\cos(\theta)$



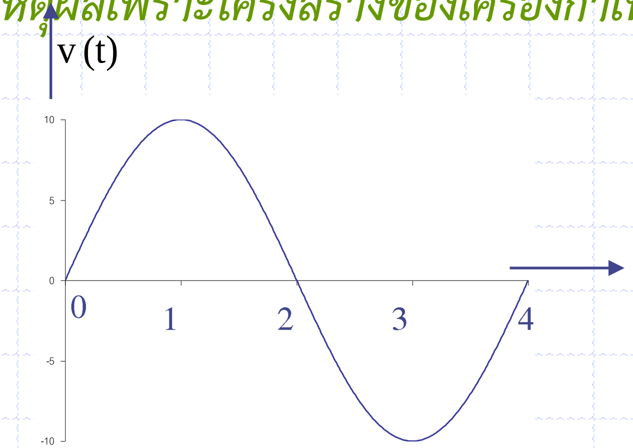
2 ลูกคลื่น

1.2 รูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้าที่ผลิตจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้า

การผลิตกระแสไฟฟ้าแรงดันไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา t เป็นรูปฟังชั่น sine หรือ cosine ดังรูป

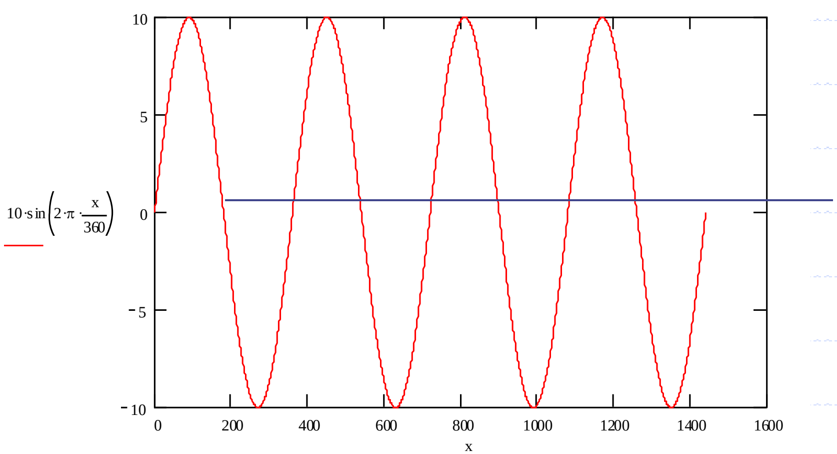
** ทำไมแหล่งกำเนิดไฟฟ้าจึงต้องผลิตเป็นรูปคลื่น sine*

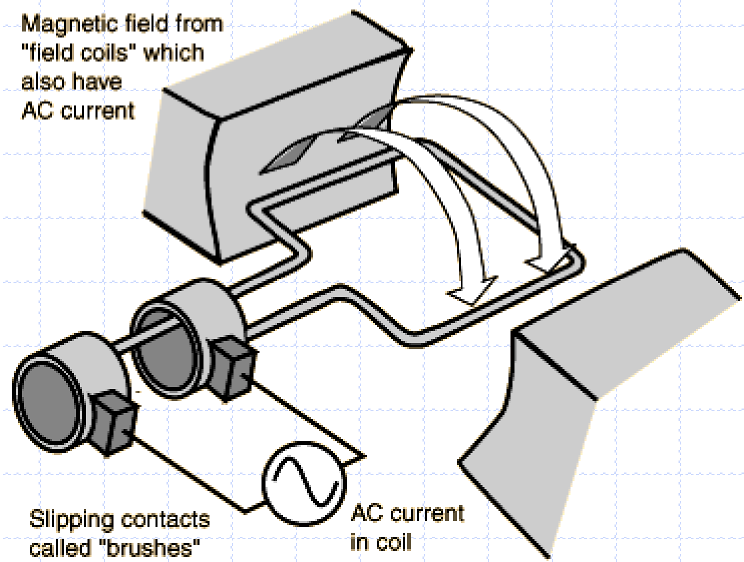
เหตุผลเพราะโครงสร้างของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีการหมุนทำให้เส้นแรงแม่เหล็กทำมุมกับขดลวด



t (sec)

1 ลูกคลื่น



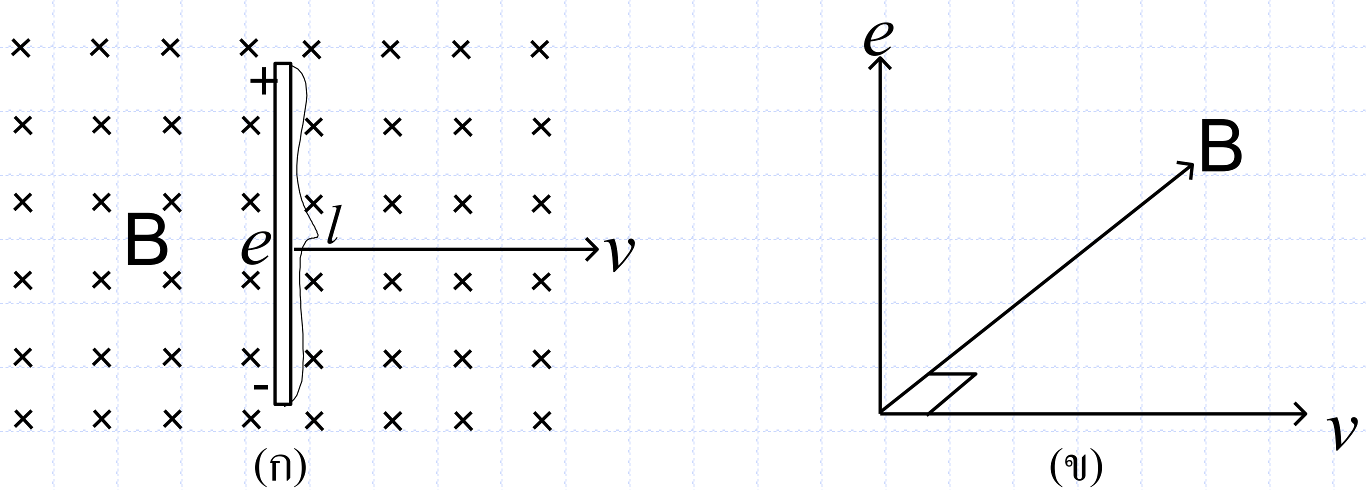


4 ลูกคลื่น

ทฤษฎีที่อธิบายหลักการทำงานเครื่องจักรกลไฟฟ้า

**** แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ*

เมื่อตัวนำเคลื่อนที่ตัดกับเส้นแรงแม่เหล็กจะเกิดแรงดันเหนี่ยวนำ ดังรูปที่ ขนาดของแรงดันที่เกิดขึ้น และทิศทางของกระแส ที่เกิดขึ้น จะมีความสัมพันธ์กับความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กและความเร็วของการเคลื่อนที่ตัวนำดังสมการ

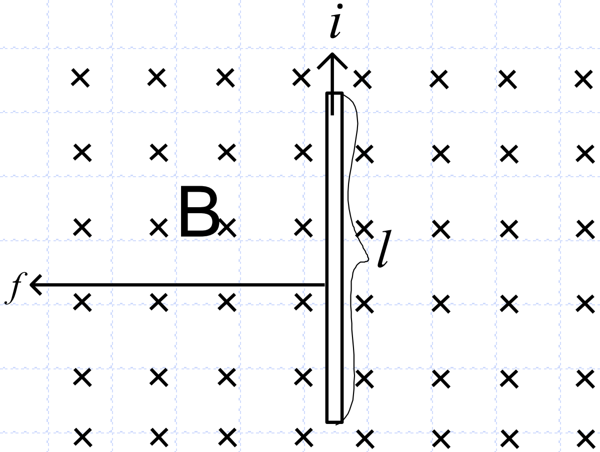


$$e = Blv$$

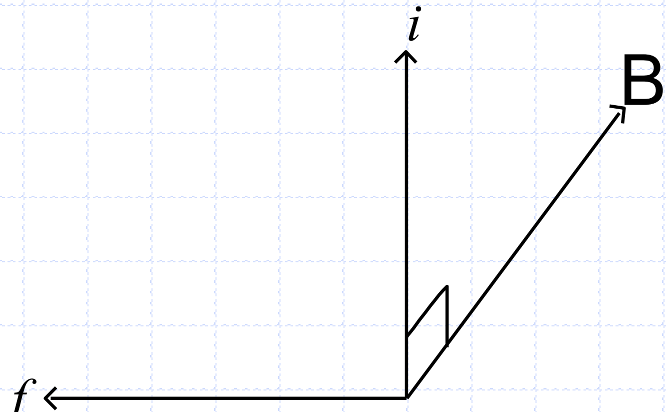
ทฤษฎีที่อธิบายหลักการทำงานเครื่องจักรกลไฟฟ้า

**** แรงแม่เหล็กไฟฟ้า*

เมื่อมีกระแสไหลในแท่งตัวนำที่วางอยู่ในสนามแม่เหล็กดังรูปที่ จะเกิดแรงตามกฎของลอเรนซ์บนแท่งตัวนำดังสมการ



(ก)

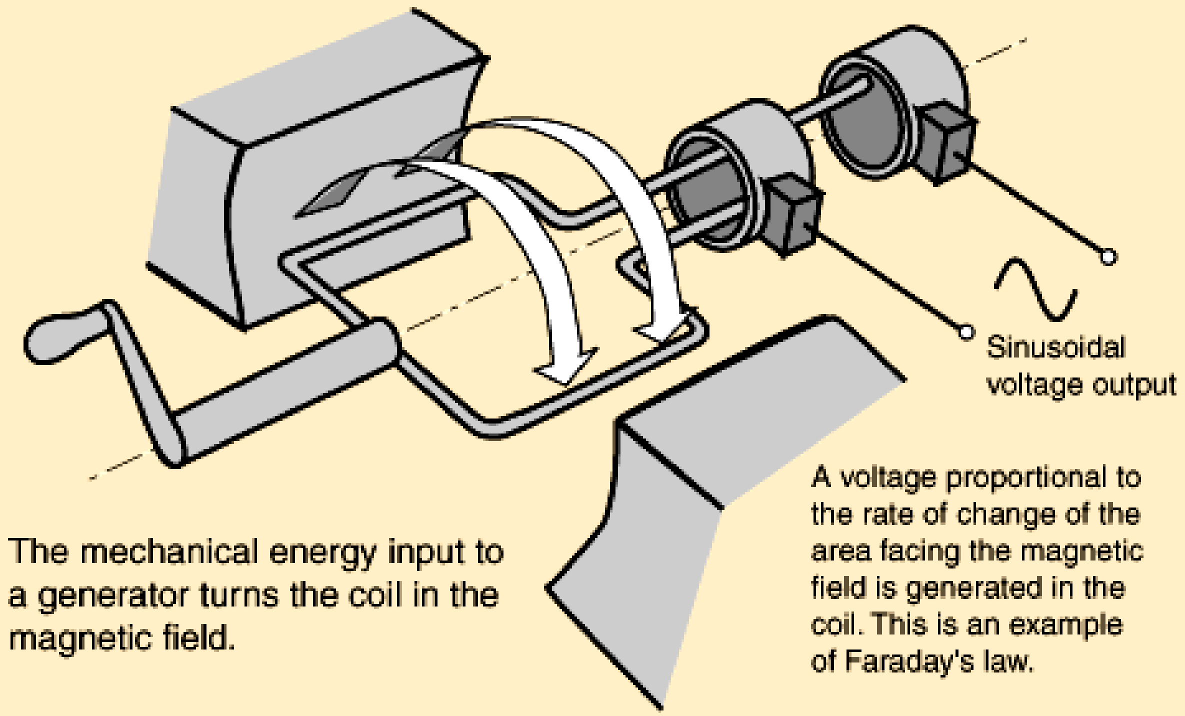


(ข)

$$f = Bli$$

AC Generator

The turning of a coil in a magnetic field produces motional emfs in both sides of the coil which add. Since the component of the velocity perpendicular to the magnetic field changes sinusoidally with the rotation, the generated voltage is sinusoidal or AC. This process can be described in terms of Faraday's law when you see that the rotation of the coil continually changes the magnetic flux through the coil and therefore generates a voltage.



Index

DC Circuits

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าอินดักชั่นเฟสเดียว (Single Phase Induction Generator)

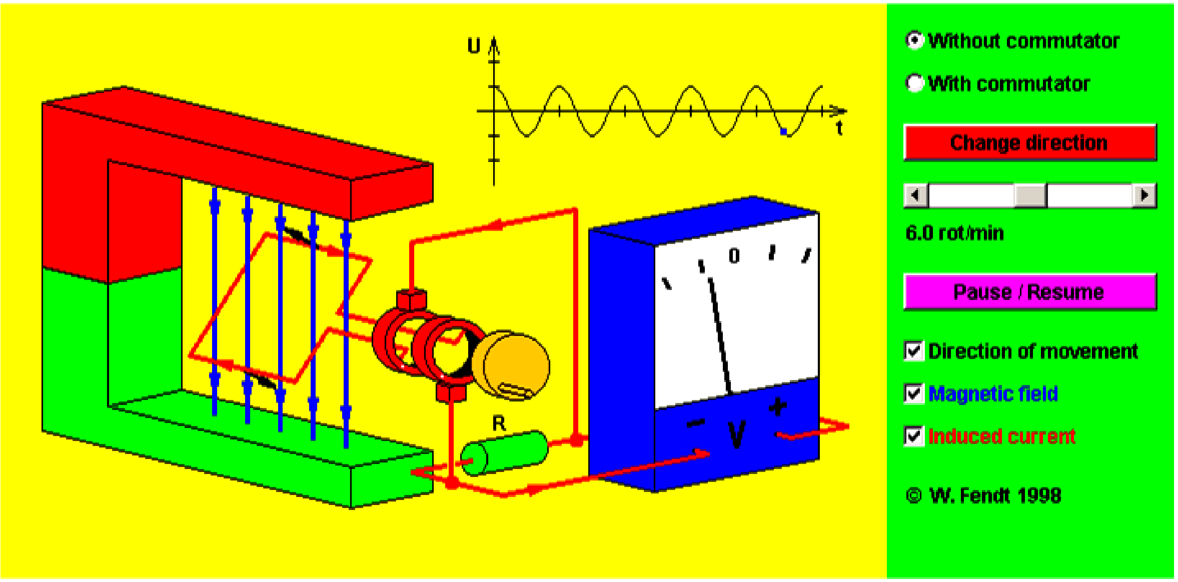
http://www.swu.ac.th/sci/phy/simulation/ph11t/generator_e.htm

เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

โปรแกรมแสดงการทำงานของเจนอเรเตอร์ ซึ่งลดรูปเหลือเพียงส่วนสำคัญเพื่อความชัดเจน แทนที่จะเป็นขดลวดเคลื่อนที่ที่ควรจะมีเส้นลวดพันรอบแกนเหล็กอยู่หลายรอบก็เหลือเพียงวงลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพียงวงเดียว โดยไม่เห็นแกนของวงลวด

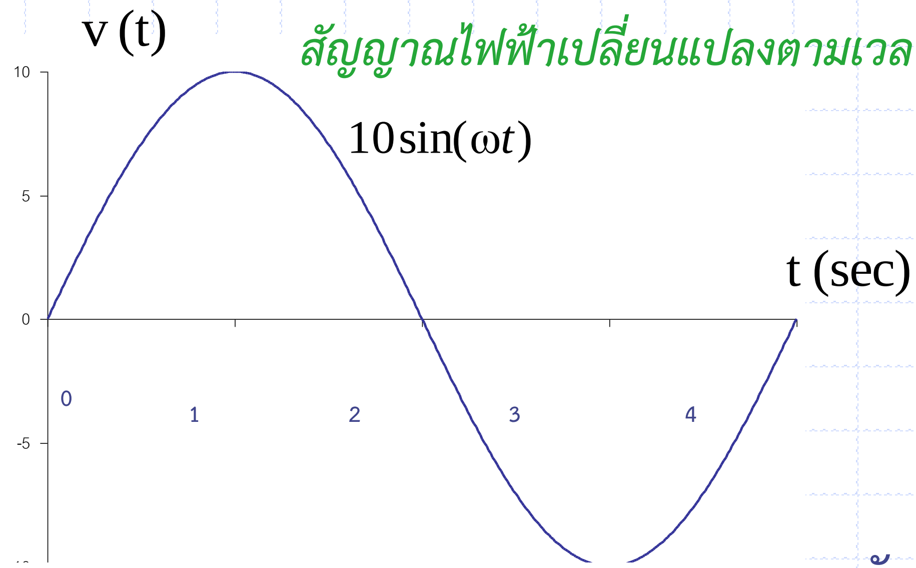
มีปุ่มสำหรับเลือกว่าจะแสดงเจนอเรเตอร์แบบ AC (without commutator) หรือแบบ DC (with commutator)
ปุ่ม "Change direction" ใช้เปลี่ยนทิศทางของการหมุน
ปุ่มเลื่อนใช้สำหรับแปรค่าอัตราเร็วในการหมุน
ปุ่ม "Pause / Resume" ใช้หยุดการแสดงหรือแสดงต่อ ซึ่งไม่ได้หมายถึงหยุดการเคลื่อนที่จริงๆเพียงแต่หยุดเวลาไว้เท่านั้น

ถ้าคลิกในกรอบเลือกที่สอดคล้องกันโปรแกรมจะแสดงทิศของปริมาณต่อไปนี้
ทิศทางการเคลื่อนที่ขณะใดๆของวงลวด (Direction of movement) แสดงด้วยลูกศรสีดำ
เส้นแรงสนามแม่เหล็ก (Magnetic field) แสดงด้วยเส้นสีน้ำเงิน (ชี้ไปในทิศทางจากขั้วเหนือสีแดงไปยังขั้วใต้สีเขียว)
กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced current) แสดงด้วยลูกศรสีแดง

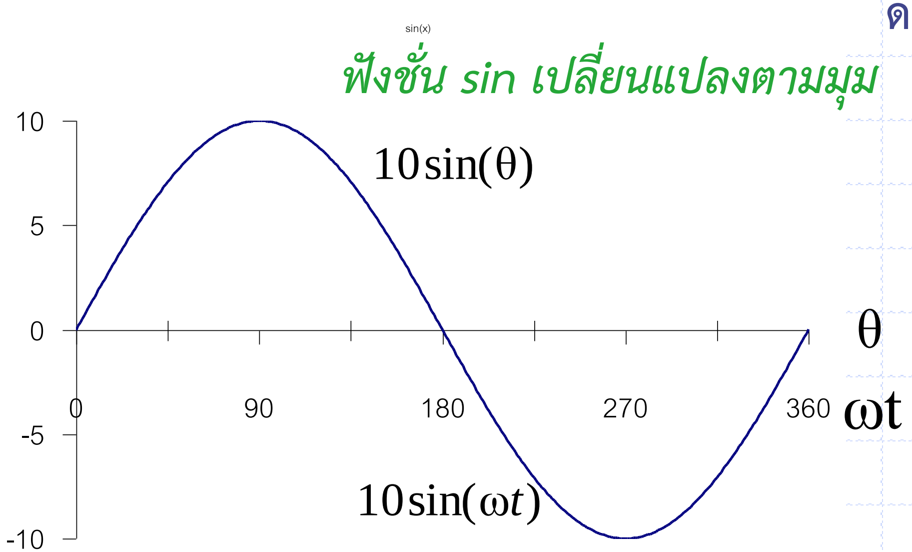


เปรียบเทียบกันระหว่างรูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้ากับฟังชั่น sine

สัญญาณไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงตามเวลา



ฟังชั่น sin เปลี่ยนแปลงตามมุม



ทำการเปรียบเทียบรูปคลื่นทั้งสอง จะได้ความสัมพันธ์แกน x ดังนี้

$$\theta = \omega t$$

องศา (θ) วินาที (t)

เมื่อ ω คือค่าคงที่

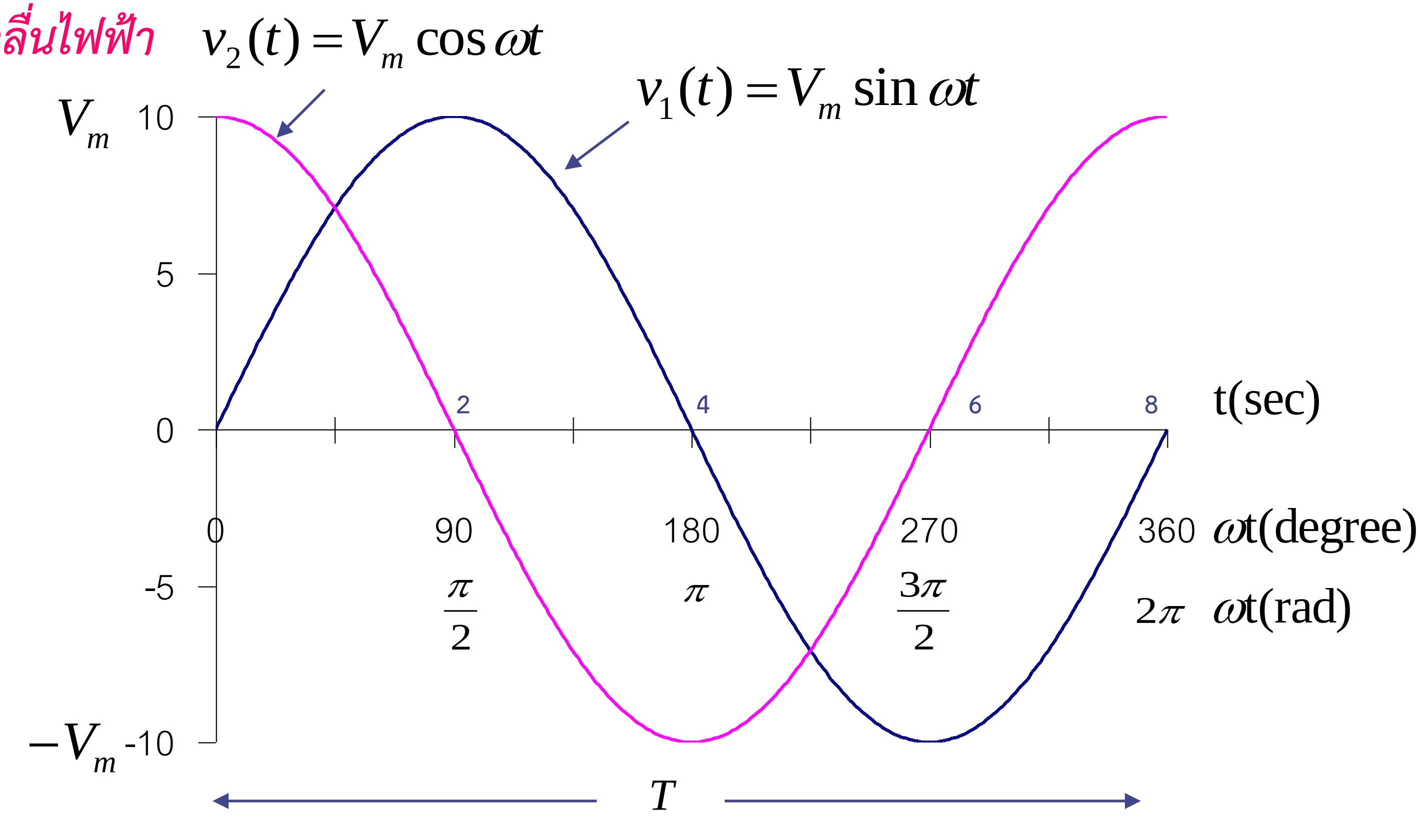
ดังนั้น $\omega = \dfrac{\theta}{t}$ หน่วย $\dfrac{\text{degree}}{\text{sec}}$ หรือ $\dfrac{\text{rad}}{\text{sec}}$

ω = จะเรียกว่าความเร็วเชิงมุม (angular velocity)

ที่เรียกว่าความเร็วเพราะมันคือ มุม/เวลา

1.3 การเขียนสมการคณิตศาสตร์แทนสัญญาณไฟฟ้า

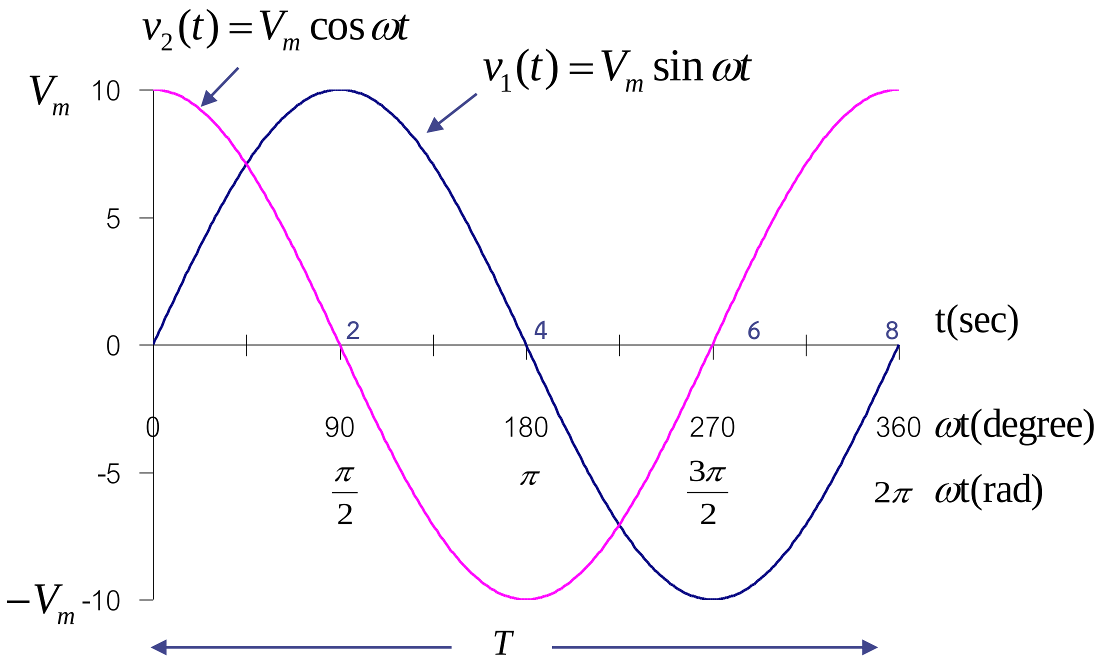
รูปคลื่นไฟฟ้า



ความถี่สัญญาณไฟฟ้าเอซี (f) หมายถึงจำนวนลูกคลื่นต่อ 1วินาที (หน่วย cycle/sec = Hz)

คาบเวลาสัญญาณไฟฟ้าเอซี (T) หมายถึงเวลา(วินาที) ต่อ 1 ลูกคลื่น (หน่วย sec/cycle = sec)

สูตร $\therefore \ f = \frac{1}{T}$ *หรือ* $T = \frac{1}{f}$



สัญญาณไฟฟ้าเอซี สามารถเขียนรูปคลื่นได้ 2 แบบ คือ

1. *แบบที่แกน x เป็นเวลา t (sec) เหมาะสำหรับการดูรูปคลื่นจริงเพราะค่าแรงดันเปลี่ยนแปลงตามเวลา*
2. *แบบที่แกน x เป็นมุม wt (degree หรือ radian) แบบนี้เหมาะสำหรับการคำนวณเมื่อมีการ Integrate จะสะดวกเพราะว่าแม้ความถี่ของสัญญาณเปลี่ยนไป แต่รูปคลื่นแบบที่แกน x เป็นมุมยังเหมือนเดิม*

สมการคลื่นไฟฟ้าเอซีสามารถเขียนได้ดังนี้

$$v_1(t) = V_m \sin \omega t$$

$$v_2(t) = V_m \cos \omega t$$

เมื่อ V_m = ขนาดสัญญาณสูงสุด หรือเรียกว่า V_{peak}

$$\omega = 2\pi f$$

= ความเร็วเชิงมุม(angular velocity)

พิสูจน์ว่า $\omega = 2\pi f$

เทียบ บรรญัติไตรยางค์

เวลา T เทียบเท่ากับ 2π เรเดียน

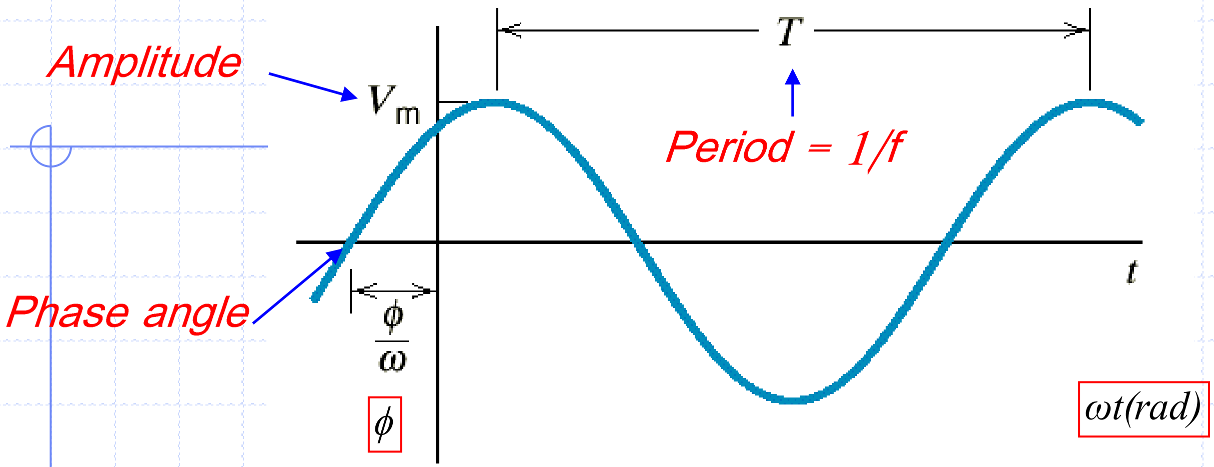
ถ้า t จะเท่ากับ $\frac{2\pi t}{T}$ เรเดียน $= \omega t$

$$\theta = \omega t = 2\pi \frac{t}{T} = 2\pi f t$$

เพราะฉนั้น

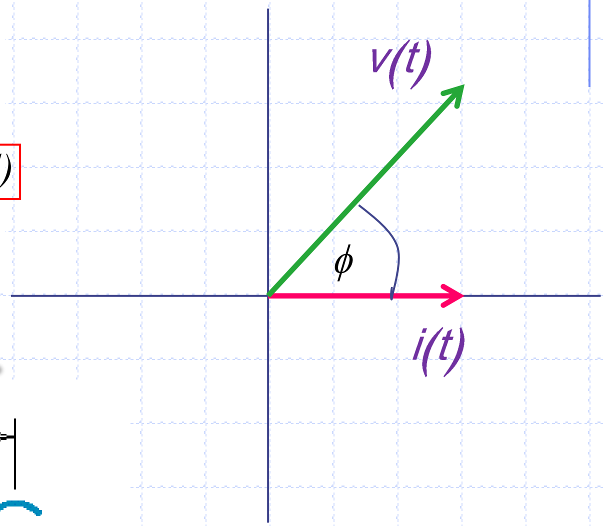
$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

การพิจารณาจุดเริ่มต้นของสัญญาณ Sine ที่เกิดขึ้นไม่พร้อมกัน

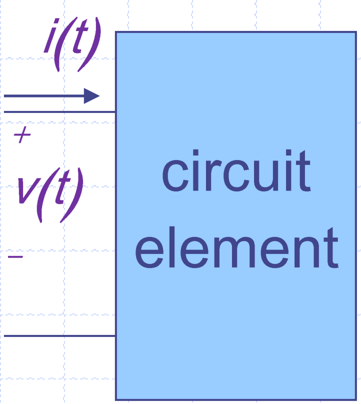


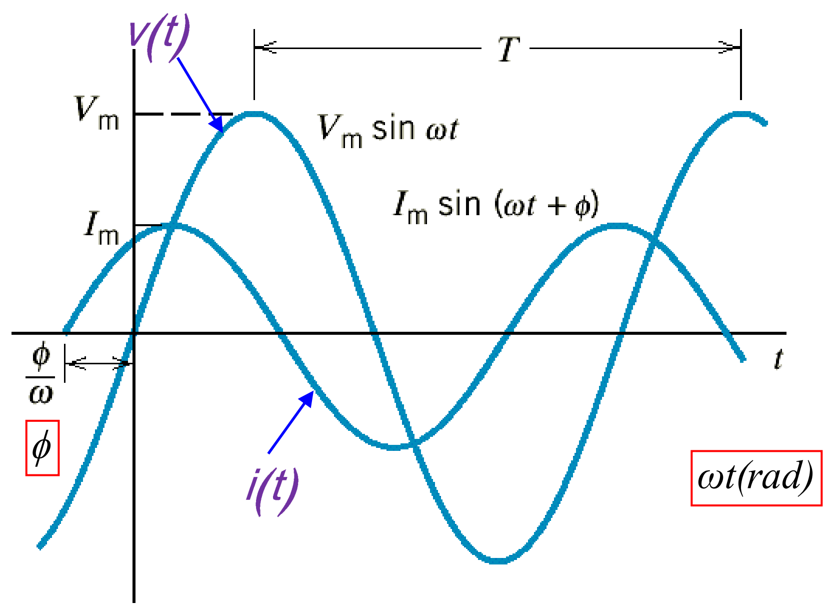
Sinusoidal voltage source

$$v_s = V_m \sin(\omega t + \phi).$$



Voltage and current of a circuit element.





$$i(t) = I_m \sin(\omega t\ )$$

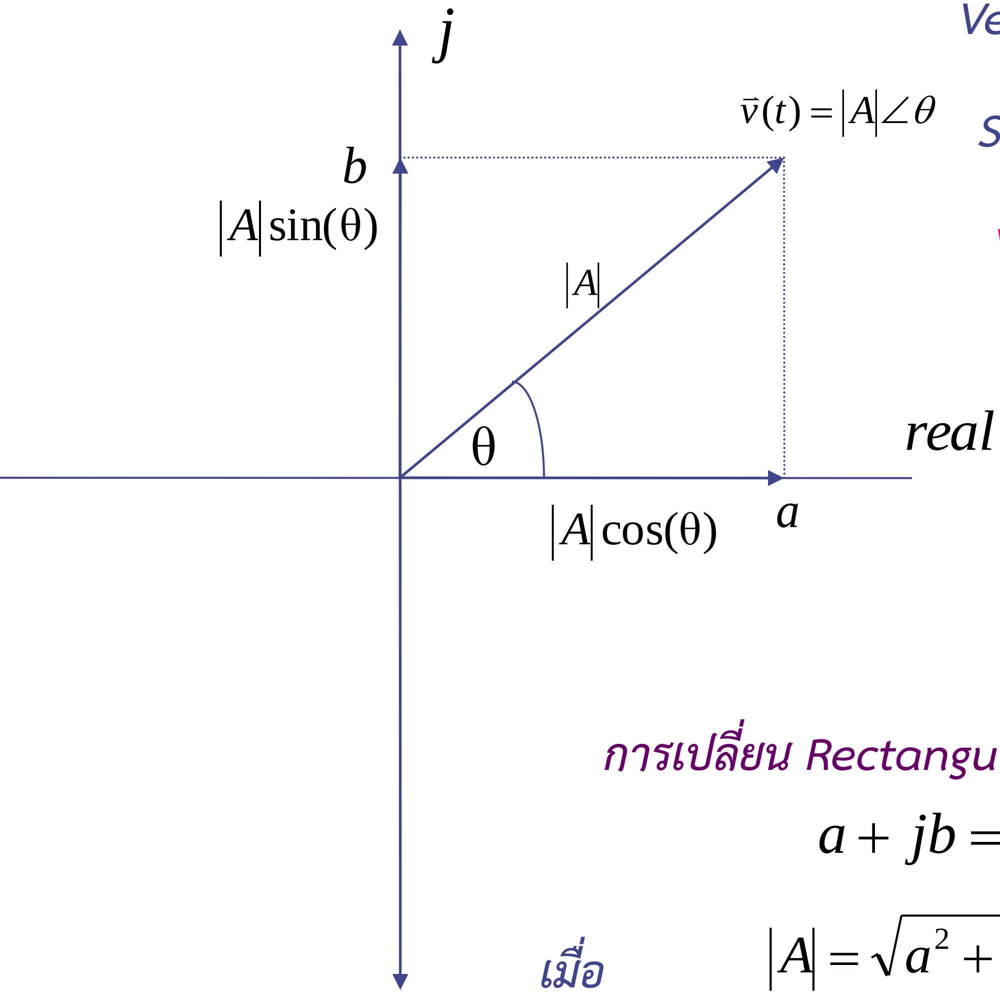
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi).$$

I leads V อยู่ ϕ *radians*

หรือ

V lag I อยู่ ϕ *radians*

1.4 ความสัมพันธ์ Rectangular Form และ Polar Form และการเขียน Vector



Vector คือ ปริมาณใดที่ประกอบด้วยขนาดและทิศทาง

Scalar คือ ปริมาณที่ประกอบด้วยเฉพาะขนาด

Vector สามารถแทนได้ด้วย Polar Form

Rectangular Form และ Exponential Form

$\vec{v}(t) = |A|\angle\theta$ ← *Polar Form*

$\vec{v}(t) = a + jb$ ← *Rectangular Form*

$\vec{v}(t) = |A|.e^{j\theta}$ ← *Exponential Form*

การเปลี่ยน Rectangular Form ↔ *Polar Form*

$$a + jb = |A|\angle\theta$$

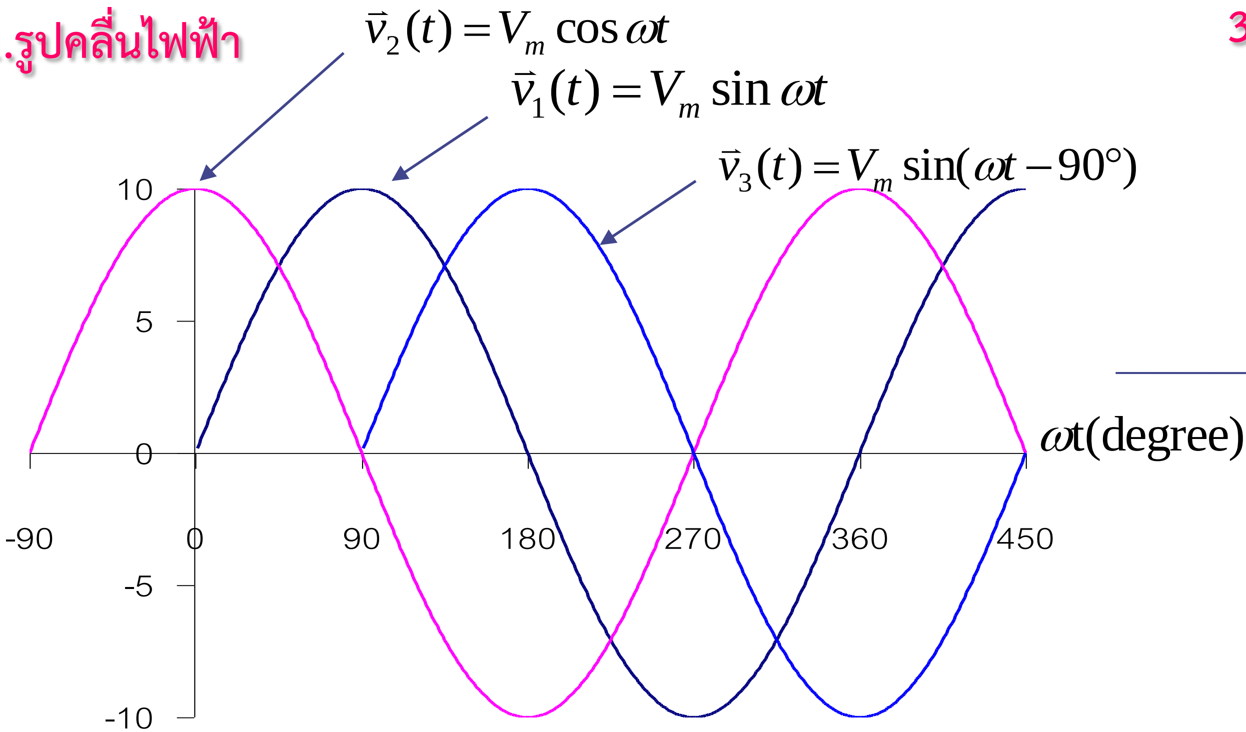
เมื่อ $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$ *และ* $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

$a = |A|\cos(\theta)$ *และ* $b = |A|\sin(\theta)$

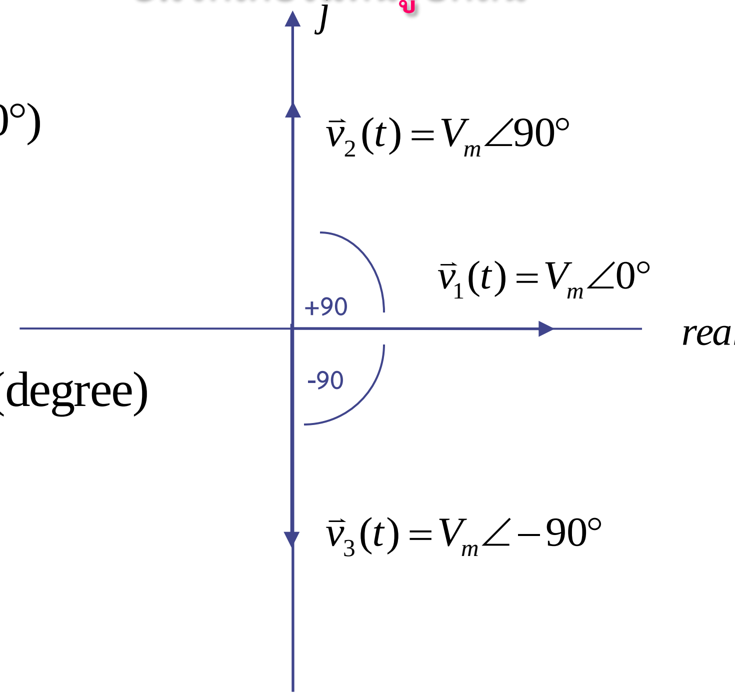
1.5 การแทนสัญญาณไฟฟ้าด้วยเวคเตอร์

สัญญาณไฟฟ้าเอซีมีทั้งขนาดและมุมของสัญญาณที่เลื่อนไป(Shift) ดังนั้นจึงสามารถแทนได้ด้วยเวคเตอร์ ถ้าเลื่อนไปข้างหน้าจะเป็นมุมบวก ถ้าเลื่อนไปข้างหลังจะเป็นมุมลบ

1.รูปคลื่นไฟฟ้า



3.เวคเตอร์แทนรูปคลื่น



2.สมการคลื่นไฟฟ้าเอซี

$$\vec{v}_1(t) = V_m \sin \omega t = V_m\angle 0°$$

ขนาด

มุมที่เลื่อนไป

$$\vec{v}_2(t) = V_m \cos \omega t = V_m \sin(\omega t + 90°)$$

ดังนั้น $\vec{v}_2(t) = V_m\angle 90°$ ← Polar form

$$\vec{v}_3(t) = V_m \sin(\omega t - 90°) = -V_m \cos \omega t$$

ดังนั้น $\vec{v}_3(t) = V_m\angle -90°$ ← Polar form

การใช้เวคเตอร์แทนรูปคลื่นสัญญาณไฟฟ้าสามารถแทนได้เฉพาะขนาดและมุมที่เลื่อนไปเท่านั้น ไม่สามารถแทนหรือบ่งบอกถึงความถี่ของสัญญาณไฟฟ้าได้ แสดงว่ามุมของเวคเตอร์ที่พิจารณาจะต้องคิดที่ความถี่เท่ากันหมดจึงจะนำมาเปรียบเทียบกันได้

การคิดการคำนวณ ถ้าคิดคำนวณสัญญาณเป็นฟังชั่น sine ก็จะต้องคิดฟังชั่น sine ทั้งหมด ถ้าเป็นฟังชั่น cosine จะต้องเปลี่ยนเป็นฟังชั่น sine เพื่อนำมุมหรือจุดเริ่มต้นของสัญญาณมาเปรียบเทียบกันได้

ถ้าคิดคำนวณสัญญาณเป็นฟังชั่น cosine ก็จะต้องคิดฟังชั่น cosine ทั้งหมด ถ้าเป็นฟังชั่น sine จะต้องเปลี่ยนเป็นฟังชั่น cosine เพื่อนำมุมหรือจุดเริ่มต้นของสัญญาณมาเปรียบเทียบกันได้

ในหนังสือบางเล่มจะคิดคำนวณเป็นฟังชั่น sine หนังสือบางเล่มจะคิดคำนวณเป็นฟังชั่น cosine

ตัวอย่างข้างต้นเป็นการคิดคำนวณสัญญาณไฟฟ้าเป็นฟังชั่น sine

$\vec{v}_1(t) = V_m \sin \omega t$ ดังนั้น $\vec{v}_1(t) = V_m \angle 0^\circ$

$\vec{v}_2(t) = V_m \cos \omega t = V_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ ดังนั้น $\vec{v}_2(t) = V_m \angle 90^\circ$

$\vec{v}_3(t) = V_m \sin(\omega t - 90^\circ) = -V_m \cos \omega t$ ดังนั้น $\vec{v}_3(t) = V_m \angle -90^\circ$

1.6 การคำนวณหาค่า V_{rms} (หมายถึงค่าเฉลี่ยไฟฟ้าเอซี)

rms ย่อมาจากคำว่า root mean square

หรือบางครั้งเรียกว่าค่าเฉลี่ย (effective)

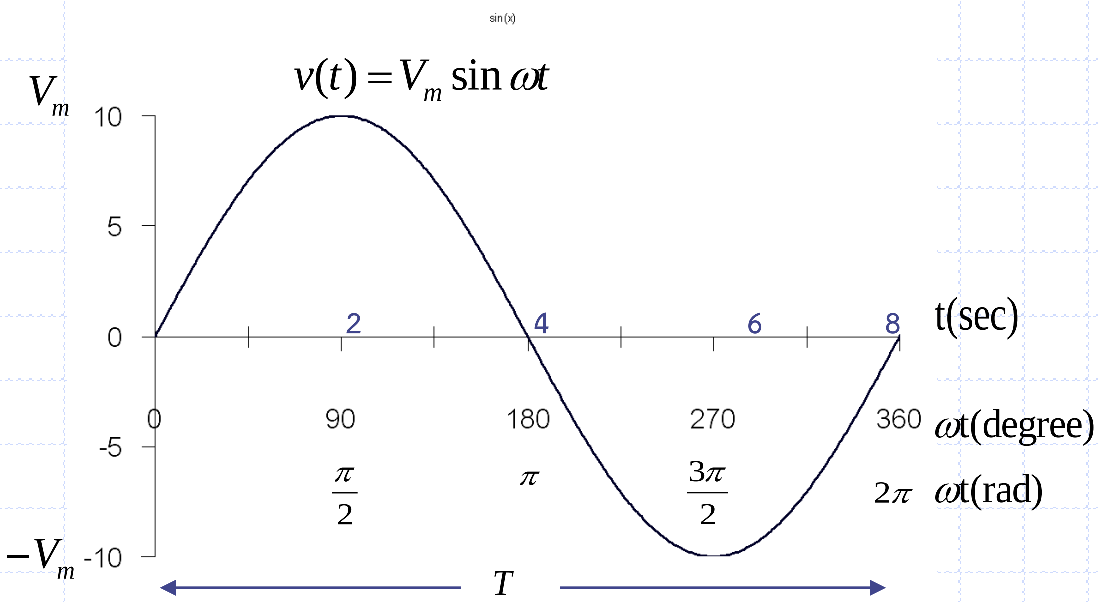
สูตร

$$V_{rms} = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}}_{\text{Square root}} \qquad (1)$$

Square (ยกกำลังสอง)

Square root

Mean(เฉลี่ย)



จากรูปคลื่น $v(t) = V_m \sin \omega t$

เพื่อง่ายต่อการคำนวณควรจะคำนวณในรูปของมุม $\omega t(rad)$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v^2(t)\,d\omega t}$$

แทนค่า

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (V_m \sin \omega t)^2\,d\omega t}$$

จะได้ (พิสูจน์เอง)

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

จากสมการ $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$

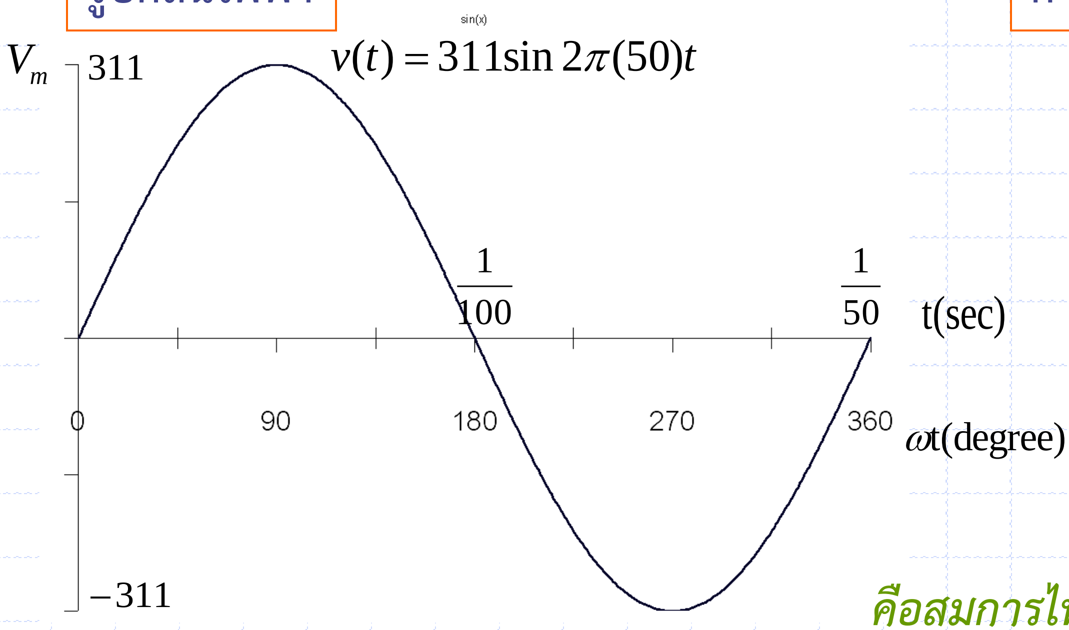
เมื่อ $V_m = V_{peak}$ และ $V_{p-p} = 2V_p = 2V_m$

สูตร $V_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_{p-p}}{2\sqrt{2}}$

หมายเหตุ สูตรนี้ใช้ได้เฉพาะลูกคลื่นไฟฟ้าเอซีที่มีรูปร่างเป็น sine หรือ cosine เท่านั้นไม่สามารถใช้กับรูปคลื่นสามเหลี่ยมหรือรูปคลื่นสี่เหลี่ยมหรือรูปอื่นๆได้

การวิเคราะห์ไฟฟ้าที่บ้านเราที่บอกว่าเป็นไฟฟ้าเอซีมีขนาดแรงดัน 220 V_{rms} 50 Hz

รูปคลื่นไฟฟ้า



การคำนวณ

$$V_p = V_m = \sqrt{2}V_{rms}$$

$$V_m = \sqrt{2} \times 220V_{rms} = 311V$$

$$f = 50Hz$$

เพราะฉะนั้นสมการเขียนได้ดังนี้

$$v(t) = V_m \sin \omega t$$

$$\boxed{v(t) = 311\sin 2\pi(50)t}$$

คือสมการไฟฟ้าที่บ้านเรา 220 V_{rms} 50 Hz

ทำไมต้อง rms ?

ค่า rms(root mean square) หมายถึงค่าเฉลี่ยไฟฟ้าที่จะนำไปคำนวณหาค่า power เฉลี่ย

ดังนั้นการคำนวณเรื่องของ power ของอุปกรณ์ไฟฟ้าใดๆที่ให้พลังงาน

จะต้องนำค่า rms มาคำนวณ เช่น V_{rms} I_{rms}

$$P_{eff} = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R$$

$$v(t) = 10\sin(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

พิสูจน์ ค่าเฉลี่ยกำลังไฟฟ้า

$$P_{eff} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

เพราะ

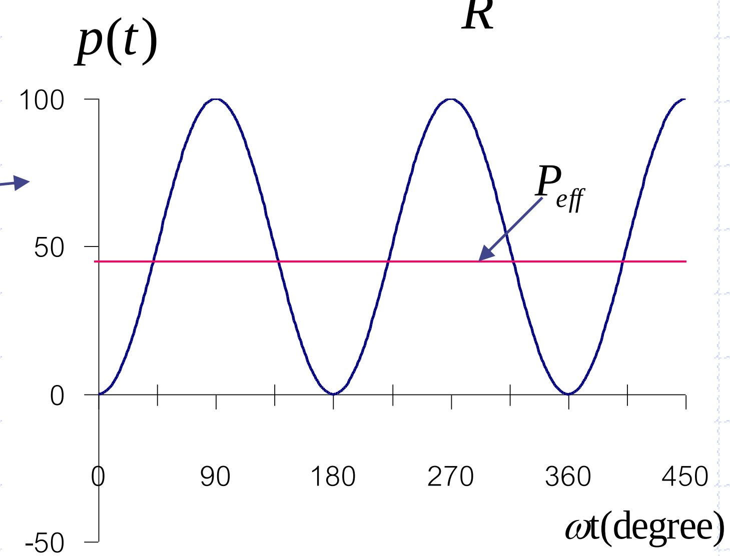
$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

แทนค่า

$$P_{eff} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v^2(t)}{R}dt = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

เพราะฉนั้น

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt}}$$



รูปแสดงค่า p(t) ที่เปลี่ยนตามเวลา t

และ P_{eff}(ค่าเฉลี่ย)

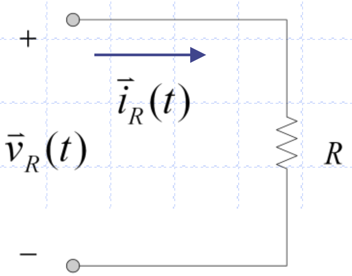
2. คุณสมบัติอุปกรณ์ไฟฟ้าเอซี

การคำนวณหาค่ากระแส(I) แรงดัน(V) ค่าความต้านทาน(Z) ในวงจรไฟฟ้าเอซีของอุปกรณ์ไฟฟ้า R L C

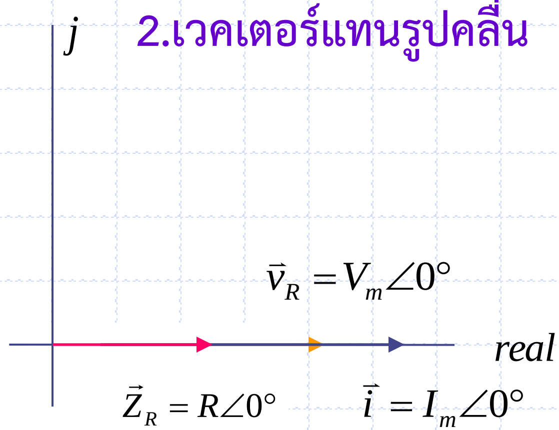
Sinusoidal wave คือรูปคลื่นไฟฟ้าเอซีที่มีรูปร่างเป็น sine หรือ cosine

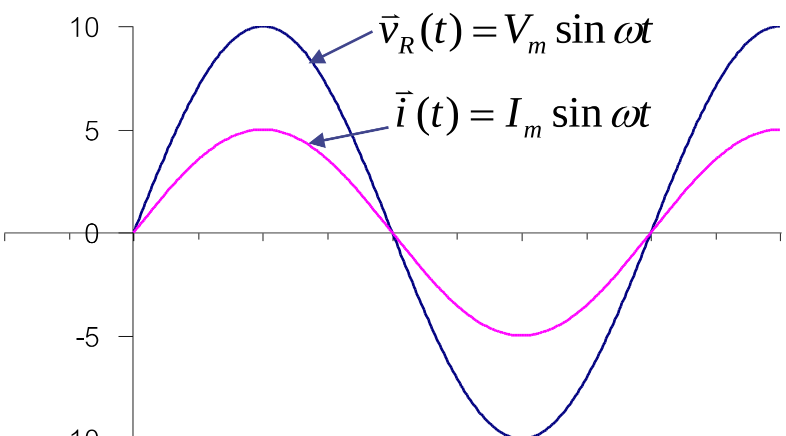
Resistor (R)

1.วงจรไฟฟ้า



2.เวคเตอร์แทนรูปคลื่น





3.รูปคลื่นไฟฟ้า

ωt(degree)

สูตร $v_R(t) = i(t)R$ *Ohm's Law*

ถ้าป้อนกระแส

$$\vec{i}(t) = I_m \sin\omega t \longrightarrow \vec{i} = I_m\angle 0°$$

$$\vec{v}_R(t) = RI_m \sin\omega t \longrightarrow \vec{v}_R = V_m\angle 0°$$

$$\vec{Z}_R = \frac{\vec{v}_R(t)}{\vec{i}(t)} = \frac{RI_m\angle 0°}{I_m\angle 0°} = R\angle 0°$$

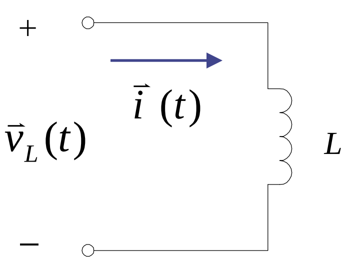
$\vec{Z}_R$ *= Impedance ของ R ในแง่ไฟเอซี*

หน่วยเป็นโอห์ม

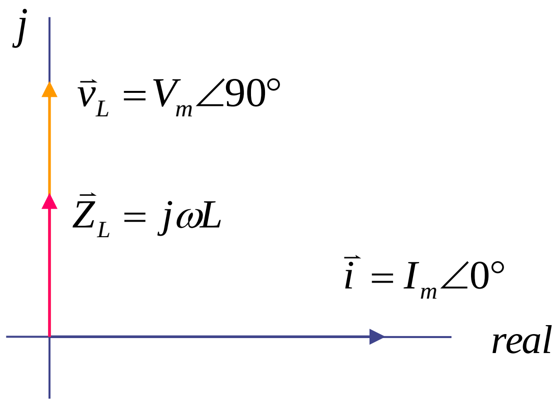
ค่าทุกอย่างเป็นเวคเตอร์

Inductor(L)

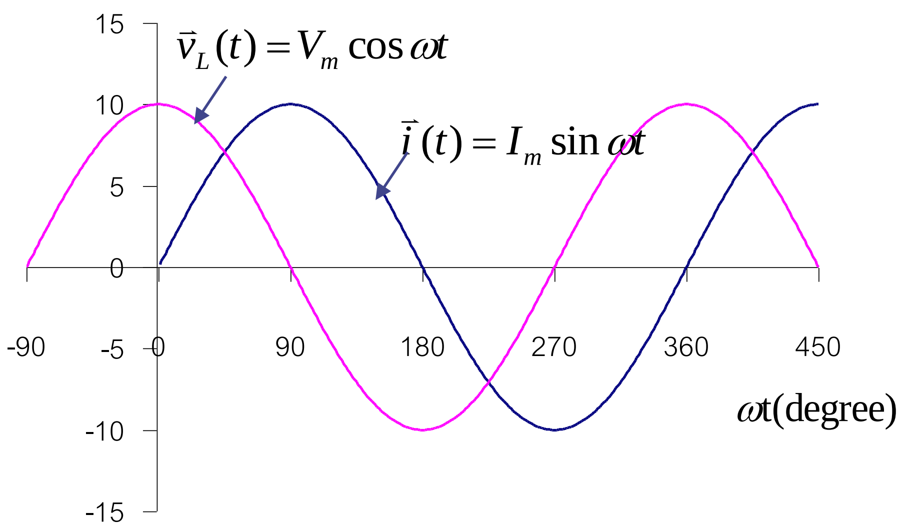
1.วงจรไฟฟ้า



2.เวคเตอร์แทนรูปคลื่น



3.รูปคลื่นไฟฟ้า



สูตร $$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

ถ้าป้อนกระแส

$$\vec{i}\,(t) = I_m\sin\omega t \longrightarrow \vec{i} = I_m\angle 0°$$

ดังนั้นแทนค่ากระแส

$$\vec{v}_L(t) = L\frac{dI_m\sin\omega t}{dt}$$

$$\vec{v}_L(t) = \omega L I_m\cos\omega t$$

เปลี่ยนเป็นฟังชั่น sine

$$\vec{v}_L(t) = \omega L I_m\sin(\omega t + 90°)$$

$$\vec{v}_L = V_m\angle 90° \longleftarrow$$ Polar Form

ค่า Impedance

$$\vec{Z}_L = \frac{\vec{v}_L(t)}{\vec{i}\,(t)} = \frac{\omega L I_m\angle 90°}{I_m\angle 0°}$$

$$\vec{Z}_L = \omega L\angle 90° = j\omega L$$

กำหนดให้ $X_L = \omega L$ *เรียกว่าค่า reactance*

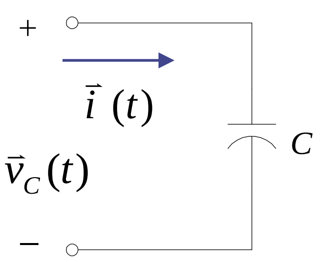
ดังนั้น $$\boxed{\vec{Z}_L = jX_L = j\omega L}$$

X_L = ค่า reactance ของ L ในแงไฟเอซีหน่วยเป็นโอห์ม

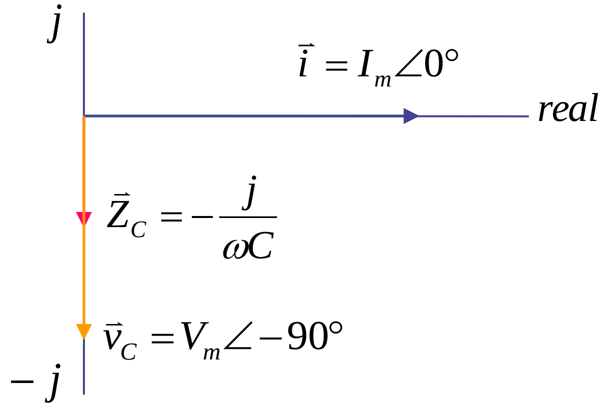
$\vec{Z}_L$ = Impedance ของ L ในแงไฟเอซีหน่วยเป็นโอห์ม

Capacitor(C)

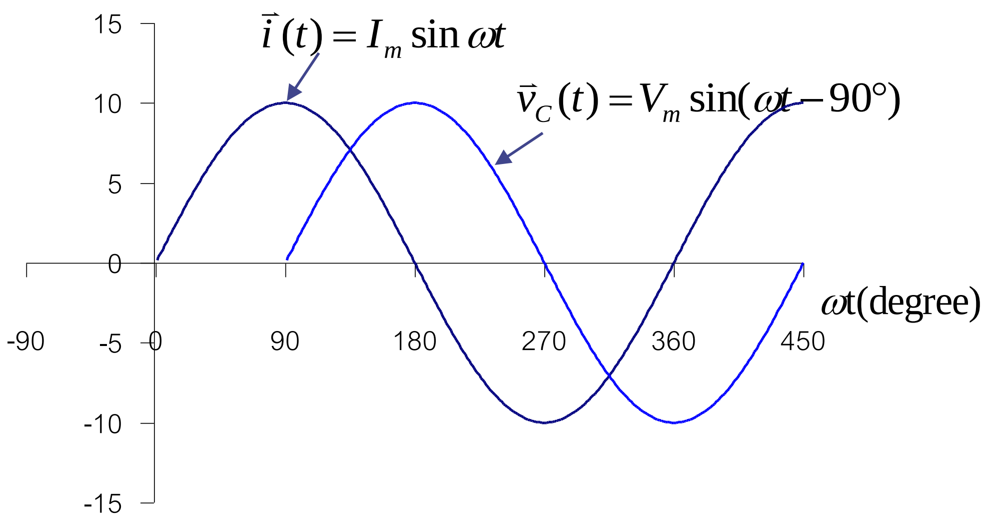
1.วงจรไฟฟ้า



2.เวคเตอร์แทนรูปคลื่น



3.รูปคลื่นไฟฟ้า



สูตร $\quad v_C(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i(t)dt$

ถ้าป้อนกระแส

$$\vec{i}\,(t) = I_m \sin \omega t \longrightarrow \vec{i} = I_m\angle 0^\circ$$

ดังนั้นแทนค่ากระแส

$$\vec{v}_C(t) = \frac{1}{C}\int_{\infty}^{t} I_m \sin \omega t dt$$

$$\vec{v}_C(t) = \frac{I_m}{\omega C}(-\cos \omega t)$$

$\cos\infty = 0$

เปลี่ยนเป็นฟังชั่น sin

$\sin(90-\theta) = \cos\theta$

$$\vec{v}_C(t) = \frac{I_m}{\omega C}\sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$\vec{v}_C = V_m\angle -90^\circ \longleftarrow \text{Polar Form}$$

ค่า Impedance

$$\vec{Z}_C = \frac{\vec{v}_C(t)}{\vec{i}\,(t)} = \frac{I_m\angle -90^\circ}{\omega C I_m\angle 0^\circ}$$

$$\vec{Z}_C = \frac{1}{\omega C}\angle -90^\circ = -\frac{j}{\omega C}$$

กำหนดให้ $\quad X_C = \dfrac{1}{\omega C} \quad$ เรียกว่าค่า reactance

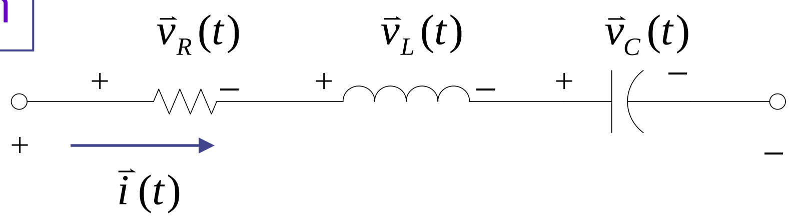
ดังนั้น $\quad \boxed{\vec{Z}_C = -jX_C = -j\dfrac{1}{\omega C}}$

X_C = ค่า reactance ของ C ในแง่ไฟเอซีหน่วยเป็นโอห์ม

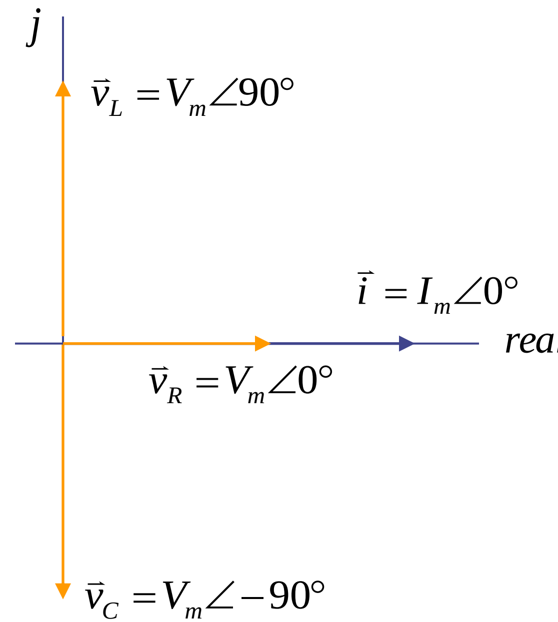
$\vec{Z}_C$ = Impedance ของ C ในแง่ไฟเอซีหน่วยเป็นโอห์ม

สรุป Phosor Diagram ,Wave Form และ Impedance ของอุปกรณ์ไฟฟ้า R L C

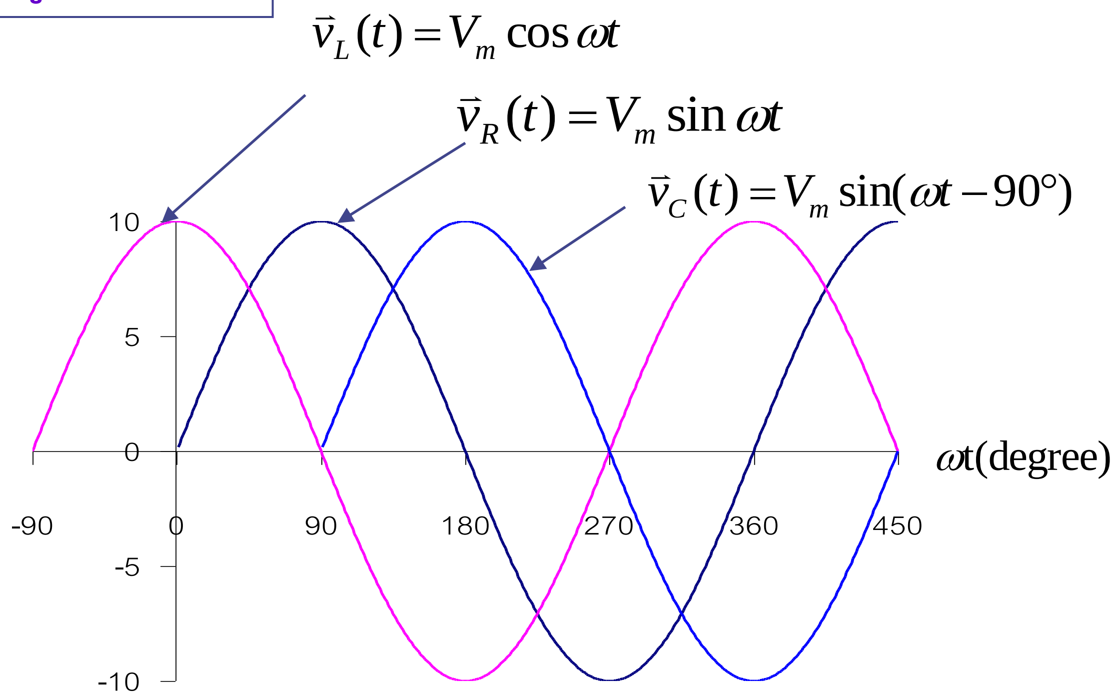
1.วงจรไฟฟ้า



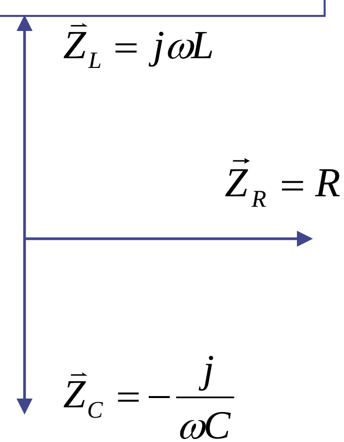
2.เวคเตอร์แทนรูปคลื่น(Vector)



3.รูปคลื่นไฟฟ้า

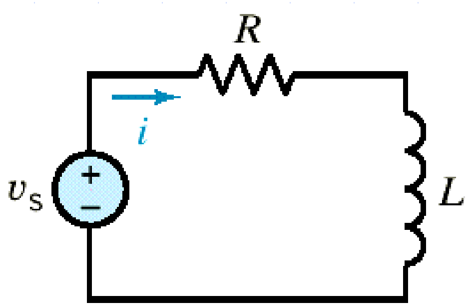


4. ค่า Impedance(Z)



ตัวอย่างการคำนวณหาค่า Impedance(Z)

ในหนังสือ



จากวงจรเขียนสมการ $L\dfrac{di}{dt} + Ri = v_s$ ....(1)

ถ้าอินพุทคือ $v_s = V_m \cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\left\{V_m e^{j(\omega t+\phi)}\right\}$

Euler's Equation $e^{\pm j\omega t} = \cos\omega t \pm j\sin\omega t$

$\cos\omega t = Re\left\{e^{j\omega t}\right\}$

$\sin\omega t = Im\left\{e^{j\omega t}\right\}$

***

Force Response $i = I_m \cos(\omega t + \beta) = \mathrm{Re}\left\{I_m e^{j(\omega t+\beta)}\right\}$

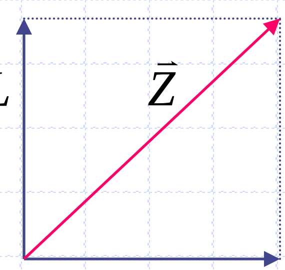
แทนค่าในสมการ (1) $(j\omega L I_m + R I_m)e^{j(\omega t+\beta)} = V_m e^{j(\omega t+\phi)}$

ตัดเทอม $e^{j\omega t}$ $(j\omega L + R)\underbrace{I_m e^{j\beta}}_{\mathbf{I}} = \underbrace{V_m e^{j\phi}}_{\mathbf{V}}$

$$\therefore \quad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{(j\omega L + R)}$$

$$Z = \frac{V}{I} = R + j\omega L$$

$\vec{Z}_L = j\omega L$



$\vec{Z}$

$\vec{Z}_R = R$

3. การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเอซี

ตัวอย่างที่ 9.1 แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบหนึ่งมีค่า $V = 3\cos 3t$ และกระแสผ่านองค์ประกอบนี้คือ $i = 2\cos(3t + 10^\circ)$ จงหาความสัมพันธ์ของมุมระหว่างกระแสและแรงดัน

วิธีทำ *เมื่อเทียบกระแสกับแรงดันจะได้ว่า กระแสนำแรงดัน (หรือแรงดันตามกระแส) อยู่ 10°*

ตัวอย่างที่ 9.2 ถ้ากระแสมีสมการเป็น $i = 6\sin(2t - 30)$ และแรงดันมีสมการเป็น $v = 10\cos(2t + 10)$ จงหาความสัมพันธ์ของมุมระหว่างกระแสและแรงดัน

วิธีทำ *แปลงสมการกระแสให้อยู่ในรูปของ cosine โดย*

$$\begin{aligned} 6\sin(2t - 30) &= 6\cos(90 - (2t - 30)) \\ &= 6\cos(-2t + 120) \\ &= 6\cos(2t - 120) \end{aligned}$$

จะได้สมการของกระแสเป็น

$$i = 6\cos(2t - 120)$$

จะได้ว่า กระแสตามแรงดัน (หรือแรงดันนำกระแส) อยู่ 130°

หรือเปลี่ยนแรงดันให้อยู่ในรูปของsine

$$\begin{aligned} 10\cos(2t + 10) &= 10\sin(90 - (2t + 10)) \\ &= 10\sin(-2t + 80) \\ &= -10\sin(2t - 80) \\ &= 10\sin(2t + 100) \end{aligned}$$

จะได้ค่าแรงดันเป็น

$$v = 10\sin(2t + 100)$$

จะได้ว่า กระแสตามแรงดัน (หรือแรงดันนำกระแส) อยู่ 130° เช่นกัน

ตัวอย่างที่ 9.3 จงหาความสัมพันธ์ของ

$$v = 3\cos 3t$$

$$i = 2\sin(3t + 10^\circ)$$

วิธีทำ เปลี่ยนฟังชั่นของ i จาก sin เป็น cos

$$-\sin(\omega t) = \sin(\omega t + 180^\circ)$$

$$i = -2\sin(3t + 180^\circ + 10^\circ)$$

แต่ $$-\sin(\theta) = \cos(\theta - 90^\circ)$$

$$i = 2\cos(3t + 180^\circ + 10^\circ - 90^\circ)$$

$$i = 2\cos(3t + 100^\circ)$$

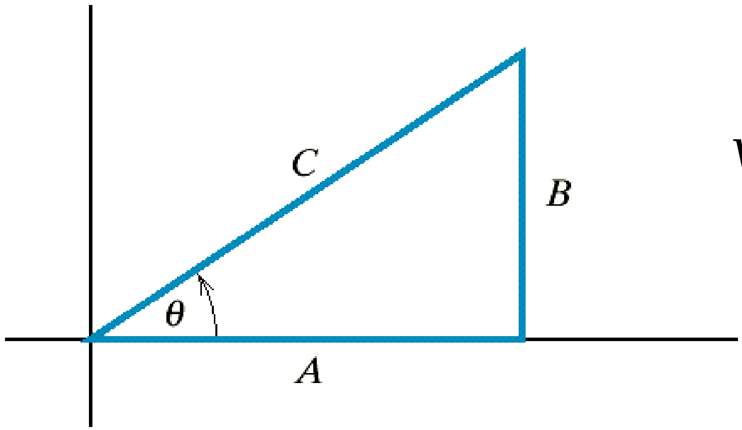
ดังนั้น กระแส (i) leads แรงดัน (v) 100°

การหาคำตอบและรูปคลื่นของ Force Response ที่ประกอบด้วยเทอม Sine และ Cosine

เช่นกรณีที่ทำการป้อน input $v_s = V_0 \cos \omega t$

คำตอบ Force Response $v_f = \boxed{A\cos\omega t + B\sin\omega t}$ ....(1)

เขียนคำตอบ Force Response ใหม่เป็น $v_f = \boxed{C\cos(\omega t - \theta)}$ ....(2)



$$v_f = C(\cos\omega t.\cos\theta + \sin\omega t.\sin\theta)$$

$$v_f = (C\cos\theta)\cos\omega t + (C.\sin\theta)\sin\omega t$$

เทียบกับสมการ (1) $A = C\cos\theta$

$B = C\sin\theta$

ยกกำลังสอง $A^2 + B^2 = C^2\sin^2\theta + C^2\cos^2\theta \longrightarrow$

หาร $\dfrac{B}{A} = \dfrac{C\sin\theta}{C\cos\theta} \longrightarrow \dfrac{B}{A} = \tan\theta \longrightarrow$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

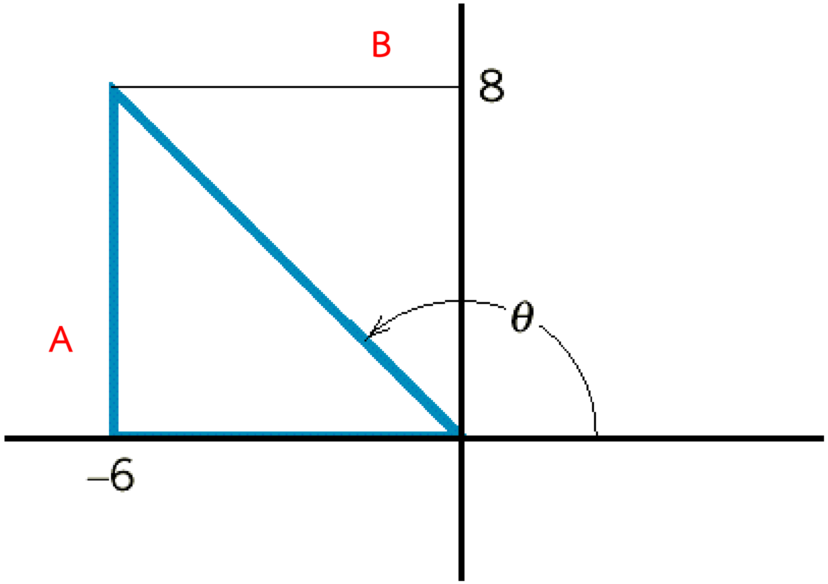
$$\theta = \tan^{-1}\frac{B}{A} \quad ; A > 0$$

$$\theta = 180 + \tan^{-1}\frac{B}{A} \quad ; A < 0$$

ตัวอย่างที่ 9.4

$$i = -6\cos 2t + 8\sin 2t$$

A B



$$\because \quad A = -6 < 0$$

$$\therefore \quad \theta = 180^\circ + \tan^{-1}\frac{B}{A}$$

$$= 180^\circ + \tan^{-1}\frac{8}{-6}$$

$$= 180^\circ - 53.1^\circ$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$$

$$i = 10\cos(2t - 126.9^\circ) \qquad Ans$$

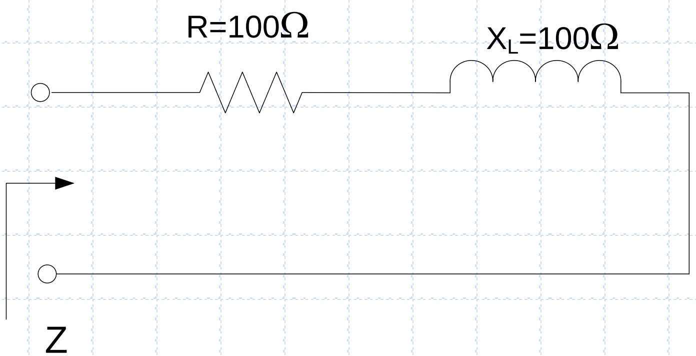
ตัวอย่างที่ 9.5 *ถ้า L = 1 H และ C = 100uF ความถี่ 50 Hz จงคำนวณหาค่า Impedance L - C*

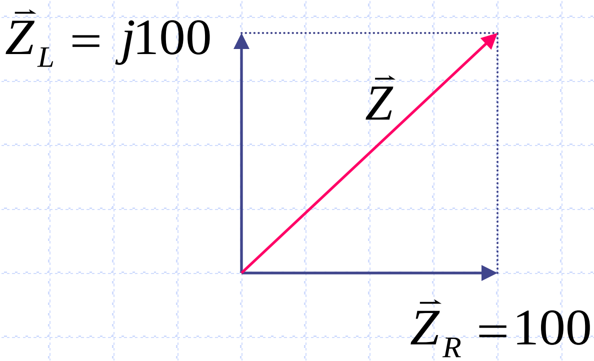
วิธีทำ

$$Z_L = j\omega L = j2\pi \times 50 \times 1 = j314.16\ \Omega$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{2\pi \times 50 \times 100\mu F} = -j31.8\ \Omega$$

ตัวอย่างที่ 9.6 *จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรอนุกรม R-L*

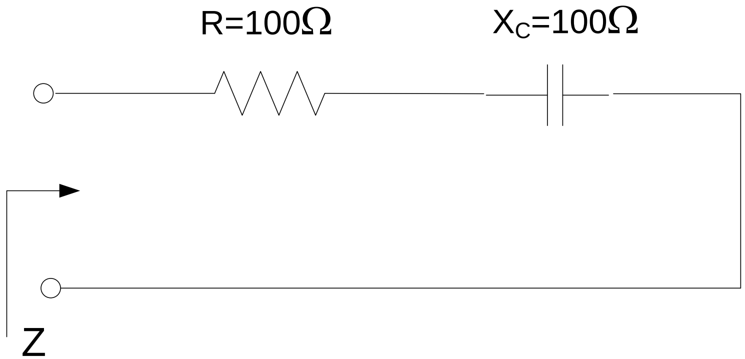


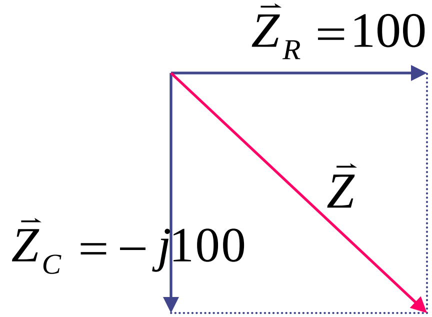


วิธีทำ

$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L$$
$$= 100 + j100$$
$$= 100\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \Omega$$

ตัวอย่างที่ 9.7 จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรอนุกรม R-C

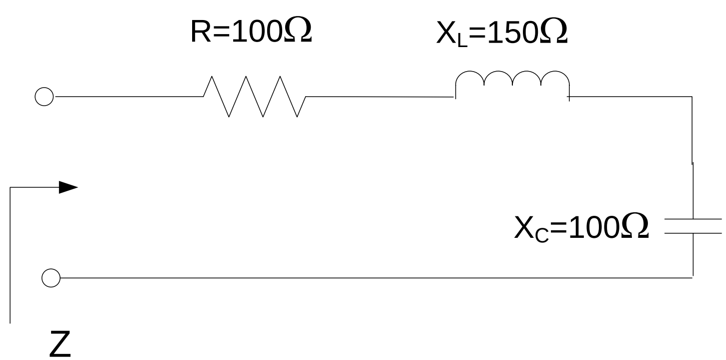


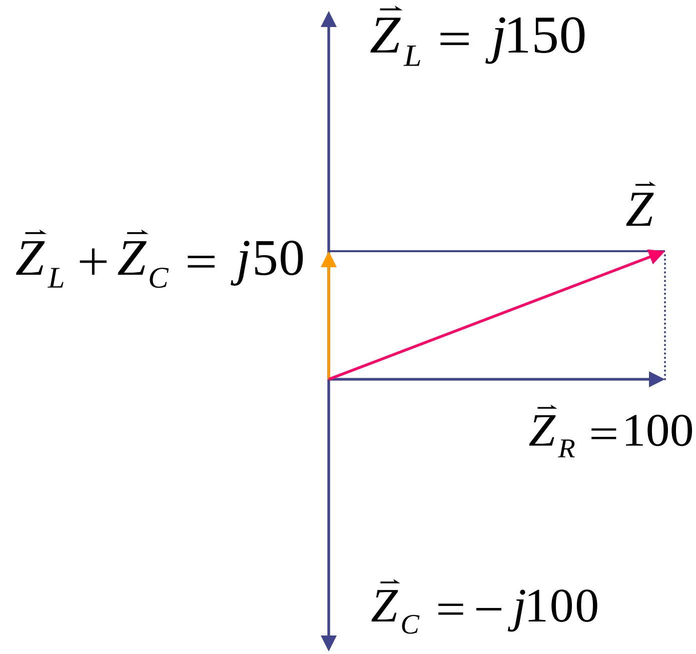


วิธีทำ

$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_C$$
$$= 100 - j100$$
$$= 100\sqrt{2}\angle -45^\circ\ \Omega$$

ตัวอย่างที่ 9.8 จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรอนุกรม R-L-C

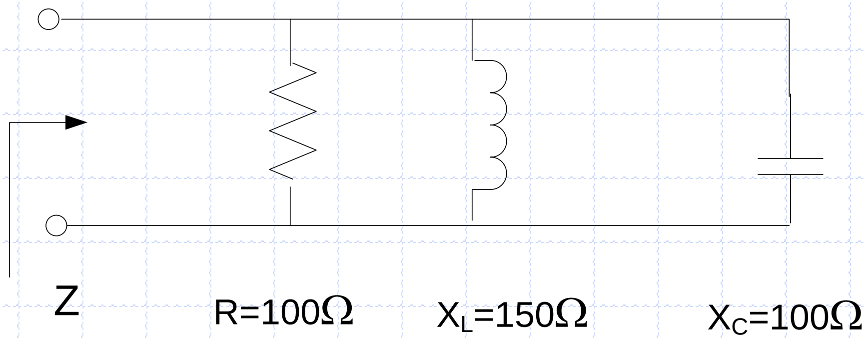




วิธีทำ

$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L + \vec{Z}_C$$
$$= 100 + j150 - j100$$
$$= 100 + j50$$
$$= \sqrt{100^2 + 50^2} = 111.8\angle 26.56^\circ\ \Omega$$

ตัวอย่างที่ 9.8 จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรขนาน R-L-C



วิธีทำ

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Y = Y_R + Y_L + Y_C$$

$$Y_R = \frac{1}{R} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$Y_L = \frac{1}{j150} = -j0.0066667$$

$$Y_C = \frac{1}{-j100} = j0.01$$

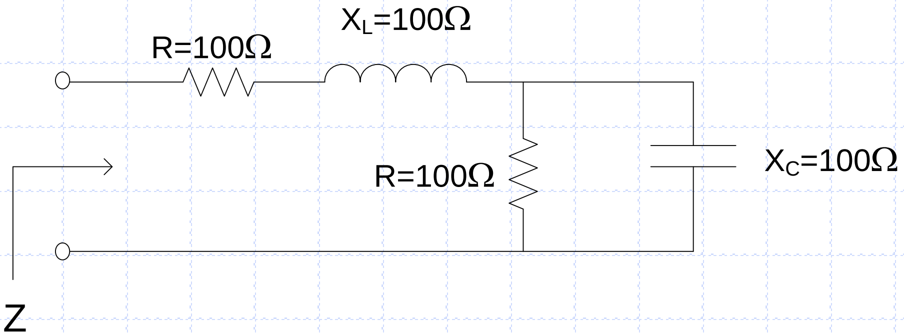
$$Y = 0.01 - j0.66667 + j0.01$$

$$Y = 0.01 + j0.0033334 = 0.0105409\angle 18.435°$$

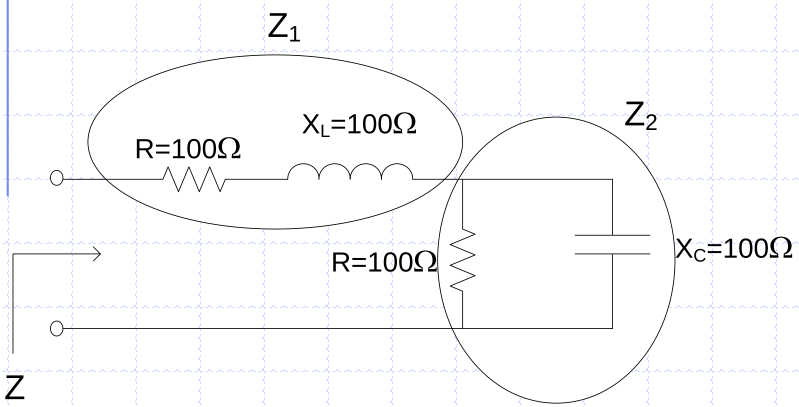
$$\vec{Z} = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0.0105409\angle 18.435°} = 94.86\angle -18.435°$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.9 จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรแบบผสม



วิธีทำ *เราต้องพิจารณาอิมพีแดนซ์ของแต่ละส่วนดังรูป*



$$\vec{Z} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2$$

จากรูป $\vec{Z}_1 = 100 + j100$

$$\vec{Z}_2 = \frac{1}{Y_2}$$

จากรูป

$$Y_2 = \frac{1}{100} + \frac{1}{(-j100)} = 0.01 + j0.01 = 0.0141\angle 45^\circ$$

$$\vec{Z}_2 = \frac{1}{0.0141\angle 45^\circ} = 70.72\angle -45^\circ$$

$$\vec{Z}_2 = 53.77 - j53.77$$

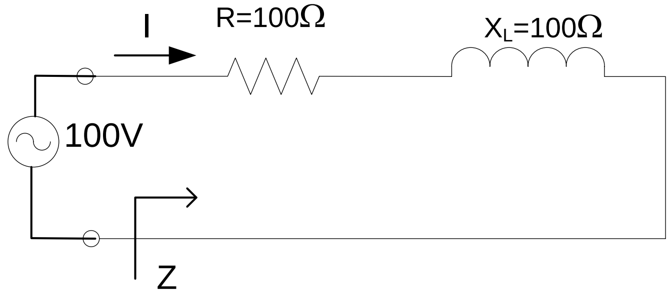
$$\vec{Z} = 100 + j100 + 53.77 - j53.77$$

$$\vec{Z} = 153.77 + j46.22$$

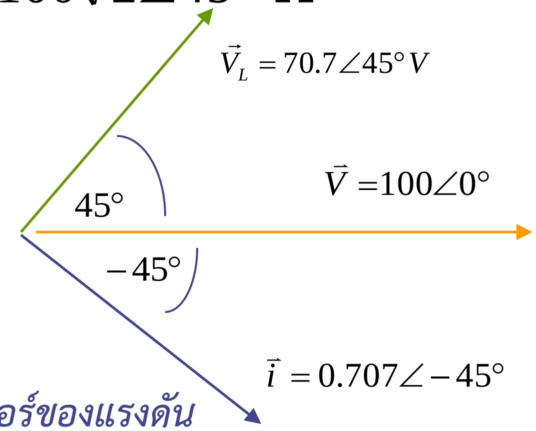
$$\vec{Z} = 160.57\angle 18.58^\circ$$ *ตอบ*

ตัวอย่างที่ 9.10 *จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรเมื่อแหล่งจ่ายเป็นไซนูซอยด์ขนาด 100V$_{RMS}$*

$$\vec{V} = 100\angle 0^\circ$$



$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L$$
$$= 100 + j100$$
$$= 100\sqrt{2}\angle 45^\circ \ \Omega$$

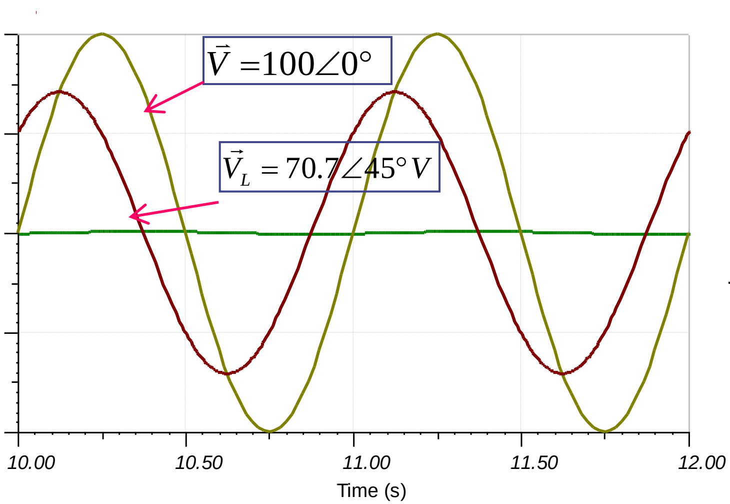


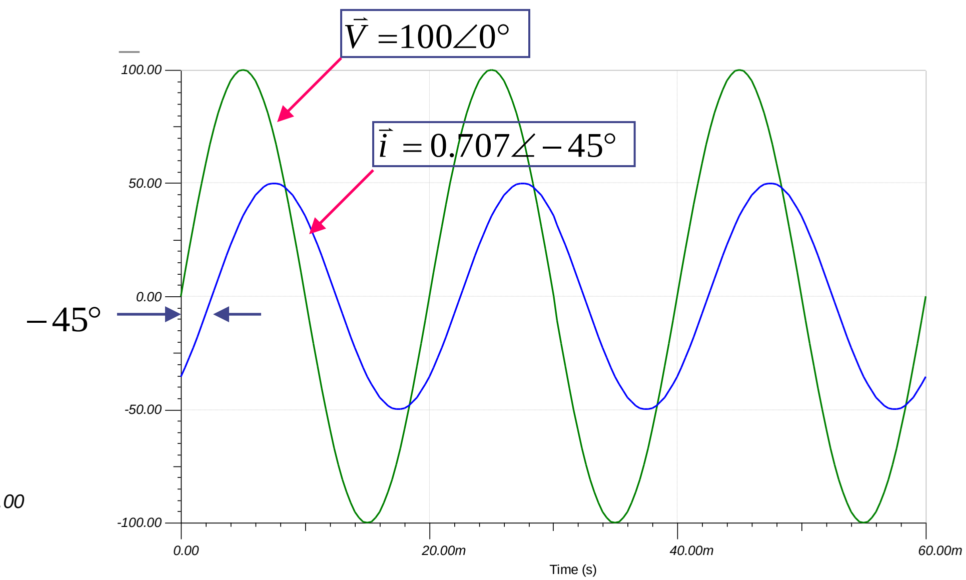
วิธีทำ *จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลใน L จะได้กระแสเป็น*

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100\angle 0}{100\sqrt{2}\angle 45} = 0.707\angle -45$$

$$V_L = I.Z_L = (0.707\angle -45^\circ)(100\angle 90^\circ)\,V = 70.7\angle 45^\circ\,V$$

ดังนั้นกระแสที่ไหลในวงจรจะล้าหลัง(lag) แรงดันอยู่ 45 องศา เราสามารถเขียนเฟเซอร์ของแรงดันและกระแสได้ดังรูป





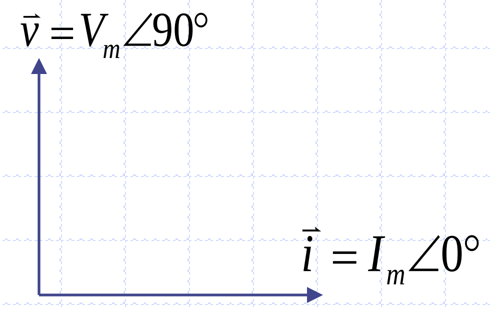
คำว่า leading และ lagging ในวงจรไฟฟ้า

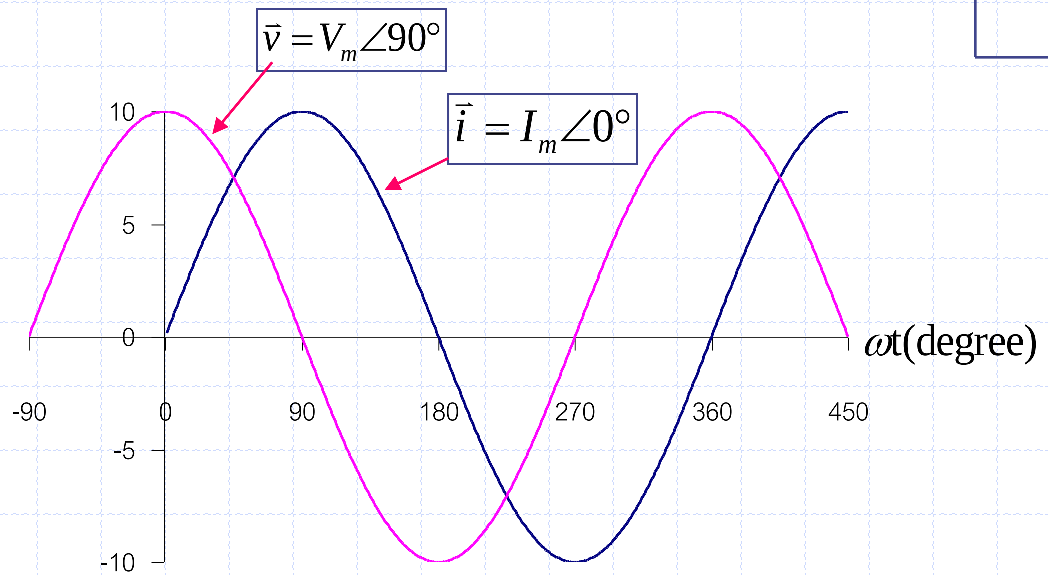
ถ้าสัญญาณ V และ I อะไรมาก่อนจะเรียกว่านำหน้า (leading)

ถ้าสัญญาณ V และ I อะไรมาทีหลังจะเรียกว่าตามหลัง (lagging)

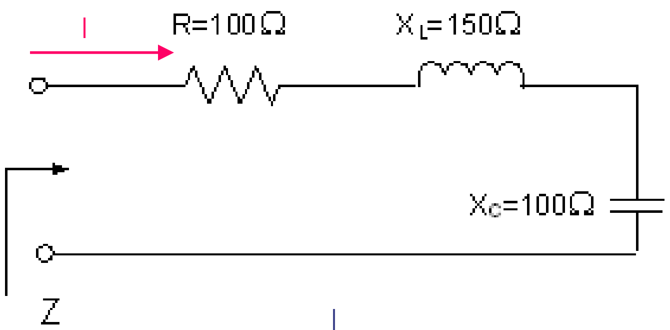
จากรูปแสดงว่า V lead I อยู่ 90 องศา

หรือ I lag V อยู่ 90 องศา





ตัวอย่างที่ 9.11 จงหาอิมพีแดนซ์ของวงจรอนุกรม R-L-Cจงหาค่าแรงดันที่อุปกรณ์ทุกตัว เมื่อ V= 50 V



หาอิมพีแดนซ์

$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L + \vec{Z}_C$$
$$= 100 + j150 - j100$$
$$= 100 + j50$$
$$= \sqrt{100^2 + 50^2} = 111.8\angle 26.56^\circ \ \Omega$$

$$V = I.Z$$

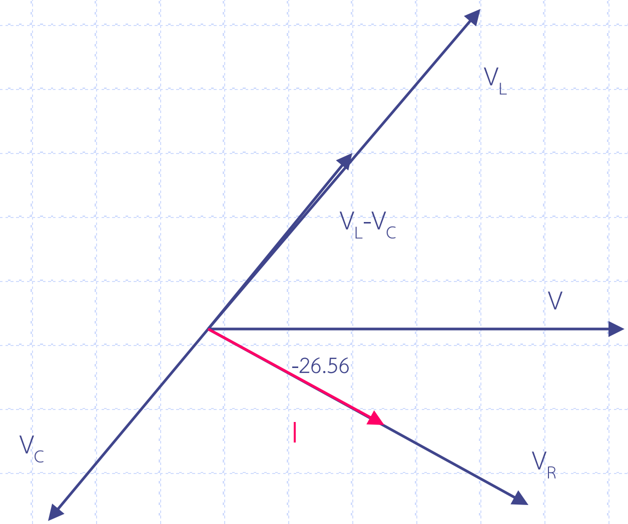
ถ้า $V = 50\ V_{rms}$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{50\angle 0^\circ}{111.8\angle 26.56^\circ} = 447\angle -26.56^\circ mA$$

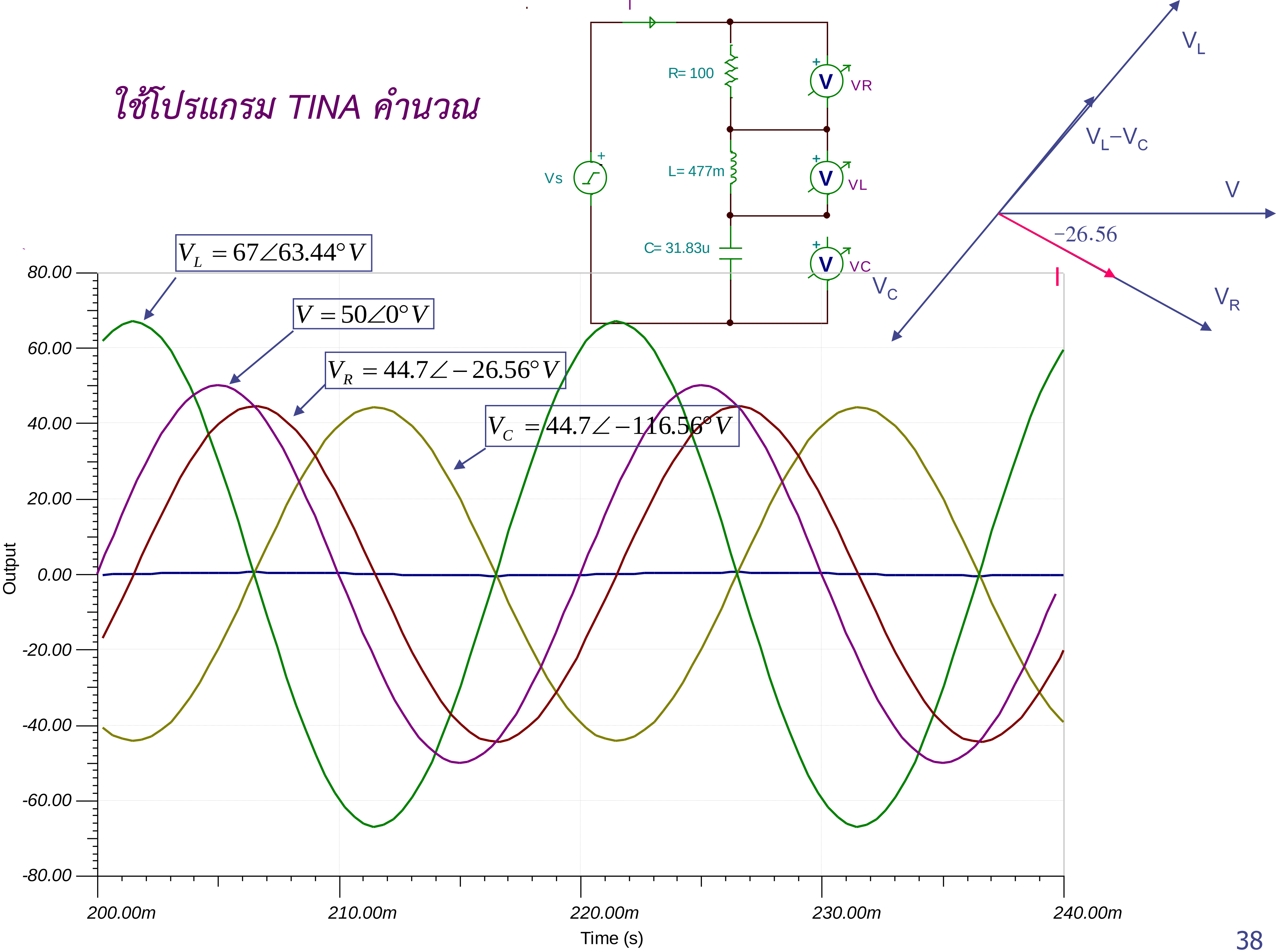
$$V_R = I.R = (447\angle -26.56^\circ)100\, mV = 44.7\angle -26.56^\circ\, V$$

$$V_L = I.Z_L = (447\angle -26.56^\circ)(150\angle 90^\circ)\, mV = 67\angle 63.44^\circ\, V$$

$$V_C = I.Z_C = (447\angle -26.56^\circ)(100\angle -90^\circ)\, mV = 44.7\angle -116.56^\circ\, V$$



ใช้โปรแกรม TINA คำนวณ



ทฤษฎีวงจรไฟฟ้าต่างที่ใช้ในการวิเคราะห์วงจรก่อนหน้าสามารถใช้ได้เหมือนเดิม

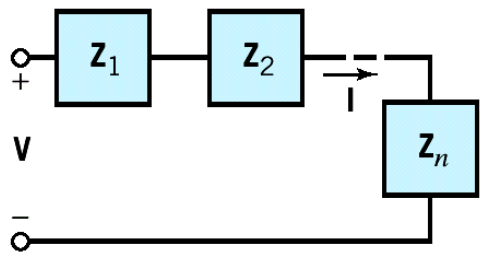
KVL $V_1 + V_2 + V_3 + \dots\dots\dots + V_n = 0$

KCL $I_1 + I_2 + I_3 + \dots\dots\dots + I_n = 0$

เป็นแบบ frequency domain.

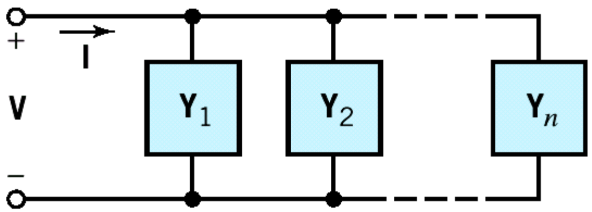
การคำนวณเป็น impedance Z

Impedances in series



$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots\dots\dots + Z_n$$

Admittances in parallel

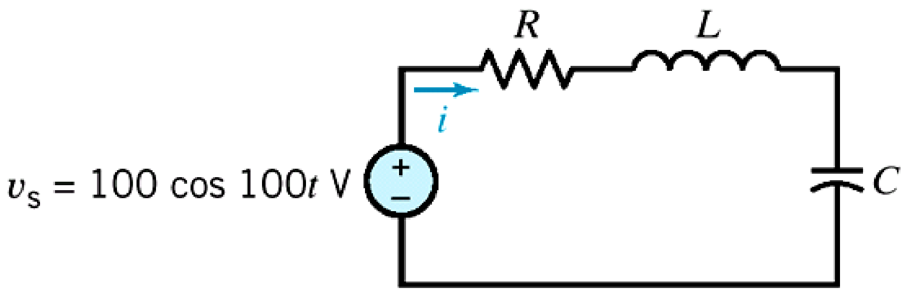


$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots\dots\dots + Y_n$$

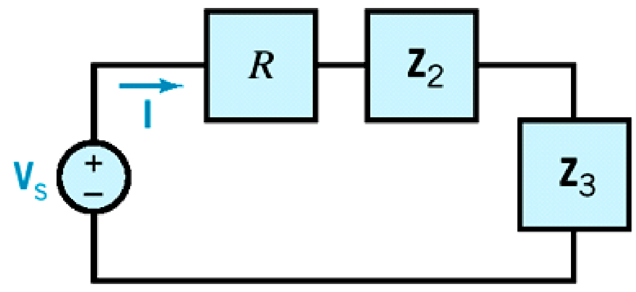
และกรณีทฤษฎีต่างๆเช่น

- *Superposition*
- *Thevenin &Norton Equivalent Circuits*
- *Source Transformation*
- *Node & Mesh Analysis*
- *etc.*

ตัวอย่างที่ 9.12 จงหาค่า i เมื่อ R = 9 Ohms, L = 10 mH, C = 1 mF



(a)



(b)

KVL

$$R\mathbf{I} + \mathbf{Z}_2\mathbf{I} + \mathbf{Z}_3\mathbf{I} = \mathbf{V}_s$$

$$\mathbf{Z}_2 = j\omega L = j1$$

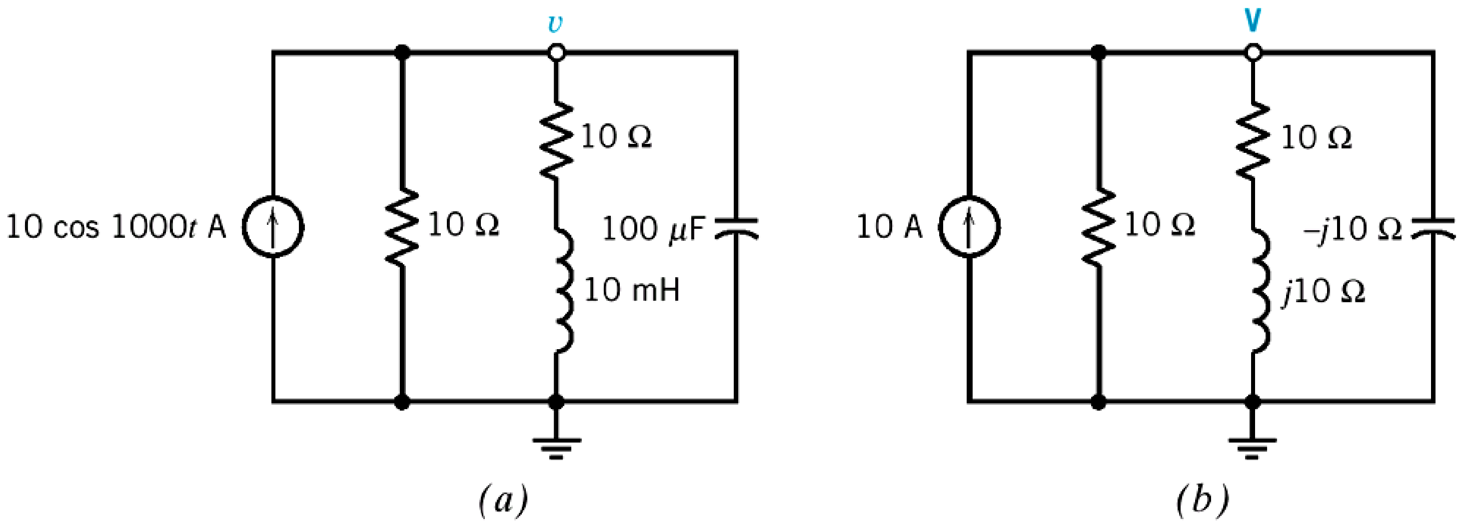
$$\mathbf{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C} = -j10$$

$$(9 + j1 - j10)\mathbf{I} = \mathbf{V}_s$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{(9 - j9)} = \frac{100\angle 0^\circ}{9\sqrt{2}\angle -45^\circ} = 7.86\angle 45^\circ$$

or $\quad i = 7.86\cos(100t + 45^\circ) \quad \mathrm{A}$ $\qquad$ *Ans*

ตัวอย่างที่ 9.13 จากวงจรจงหา ค่า v



KCL $$\frac{\mathbf{V}}{10}+\frac{\mathbf{V}}{10+j10}+\frac{\mathbf{V}}{-j10}=10\angle 0^{\circ}$$

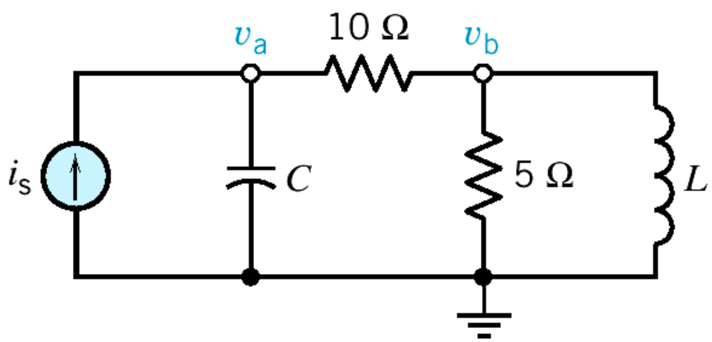
$$0.1\mathbf{V}+(0.05-j0.05)\mathbf{V}+j0.1\mathbf{V}=10$$

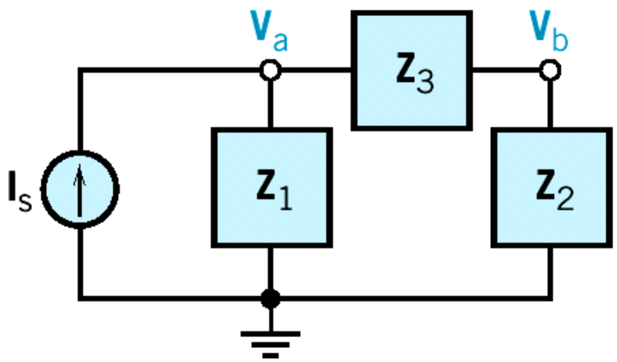
$$\mathbf{V}=\frac{10}{0.158\angle 18.4^{\circ}}=63.3\angle -18.4^{\circ}$$

or $$v=63.3\cos(1000t-18.4^{\circ})\quad \mathrm{V}$$ *Ans*

ตัวอย่างที่ 9.14 จากวงจรจงหา ค่า v_a , v_b เมื่อ

$$i_s = I_m \cos\omega t$$
$$\mathrm{C} = 100\ \mu\mathrm{F},\ \mathrm{L} = 5\ \mathrm{mH}$$
$$\omega = 1000\ \mathrm{rad/s}$$





$$\mathbf{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C} = -j10$$

$$\mathbf{Y}_2 = \frac{1}{5} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{5}(1-j)$$

$$\mathbf{Z}_3 = 10$$

KCL at node a $\quad \dfrac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_1} + \dfrac{\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b}{\mathbf{Z}_3} = \mathbf{I}_s$

KCL at node b $\quad \dfrac{\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_3} + \dfrac{\mathbf{V}_b}{\mathbf{Z}_2} = 0$

จัดสมการใหม่

$$(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_a + (-\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_b = \mathbf{I}_s$$
$$(-\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_a + (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_b = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3) & -\mathbf{Y}_3 \\ -\mathbf{Y}_3 & \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}\text{ matrix}} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

ถ้า I_m = 10 A และ $I_s = I_m \angle 0°$

ใช้หลักการ Cramer's rule หาค่า V_a

$$\mathbf{V}_a = \frac{100(3-2j)}{4+j}$$

$$= \frac{100(3-2j)(4-j)}{17}$$

$$= \frac{100}{17}(10-11j)$$

$$= 87.5\angle -47.7°$$

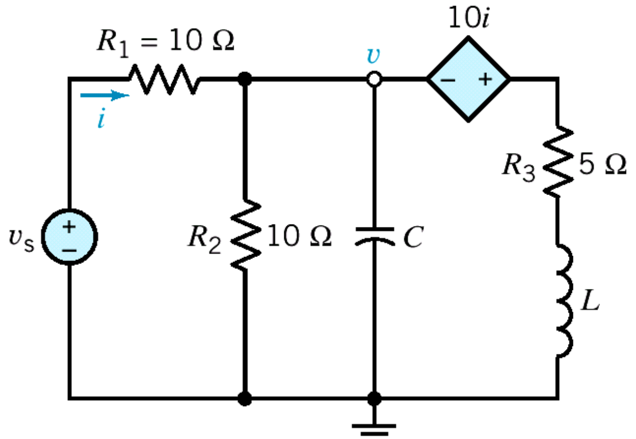
$$v_a = 87.5\cos(1000t - 47.7°) \quad \text{V} \qquad Ans$$

ตัวอย่างที่ 9.15 จากวงจรจงหาค่า v เมื่อ

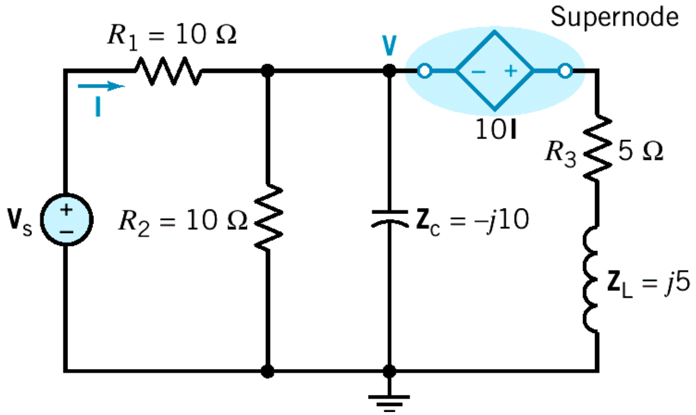
$$v_s = 10\cos\omega t$$

$$C = 10\ mF,\ L = 0.5\ H$$

$$\omega = 10\ \text{rad/s}$$



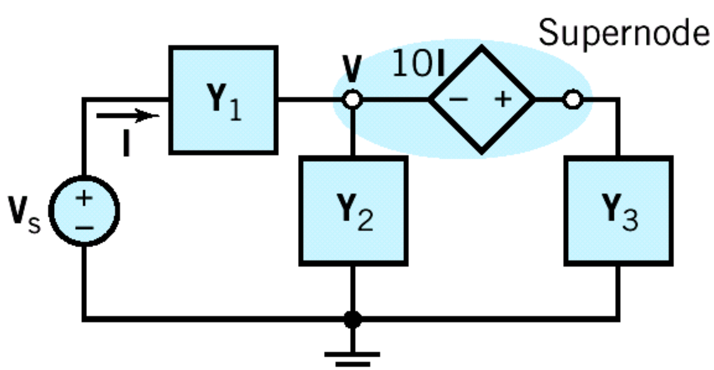
วิธีทำ



$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j5$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j10$$

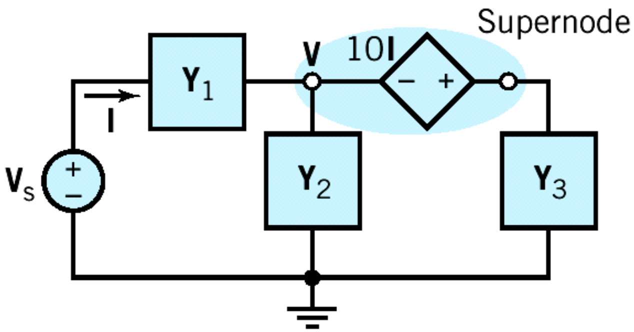
$$\mathbf{Z}_3 = R_3 + \mathbf{Z}_L = 5 + j5$$



$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10}$$

$$\mathbf{Y}_2 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_C} = \frac{1}{10}(1+j)$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{50}(5-j5)$$



$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10}$$

$$\mathbf{Y}_2 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_C} = \frac{1}{10}(1+j)$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{50}(5-j5)$$

KCL ที่ supernode

$$\mathbf{Y}_1(\mathbf{V}-\mathbf{V}_s) + \mathbf{Y}_2\mathbf{V} + \mathbf{Y}_3\left[\mathbf{V} + 10\mathbf{Y}_1(\mathbf{V}_s - \mathbf{V})\right] = 0$$

จัดสมการใหม่

$$(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)\mathbf{V} = (\mathbf{Y}_1 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_s$$

$$\therefore \mathbf{V} = \frac{(\mathbf{Y}_1 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_s}{(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)}$$

$$\mathbf{V} = \frac{(\mathbf{Y}_1 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)10\angle 0^\circ}{(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 - 10\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)}$$

$$= \frac{10j}{2+j} = \frac{10}{\sqrt{5}}\angle 63.4^\circ$$

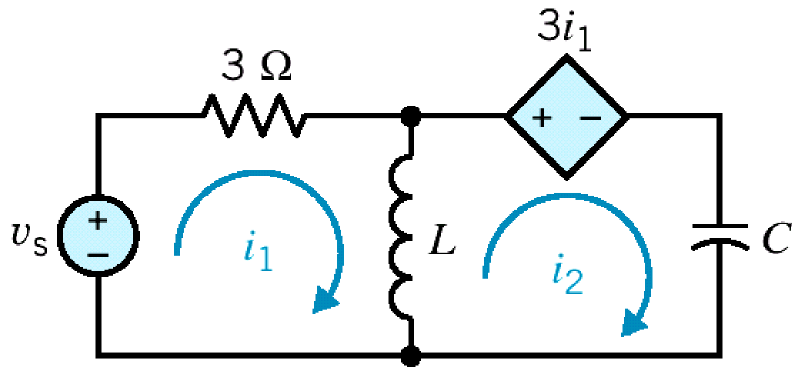
ดังนั้น steady state voltage v คือ

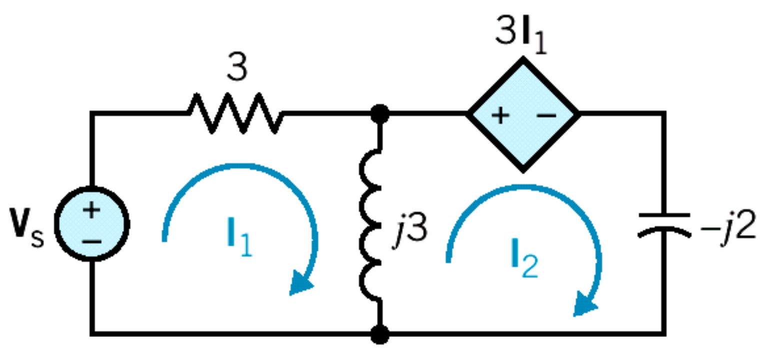
$$v = \frac{10}{\sqrt{5}}\cos(10t + 63.4^\circ) \quad \text{V} \qquad Ans$$

ตัวอย่างที่ 9.16 จากวงจรจงหาค่า i_1 เมื่อ $v_s = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 45°)$

$C = 5\text{ mF}, L = 30\text{ mH}$

$\omega = 100\text{ rad/s}$





วิธีทำ

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j3$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j2$$

$$\mathbf{V}_s = 10\sqrt{2}\angle 45° = 10 + j10$$

เขียนสมการ loop 1 , 2

$$(3 + j3)\mathbf{I}_1 - j3\mathbf{I}_2 = \mathbf{V}_s$$

$$(3 - j3)\mathbf{I}_1 + (j3 - j2)\mathbf{I}_2 = 0$$

ใช้หลักการ Cramer's Rule หาค่า

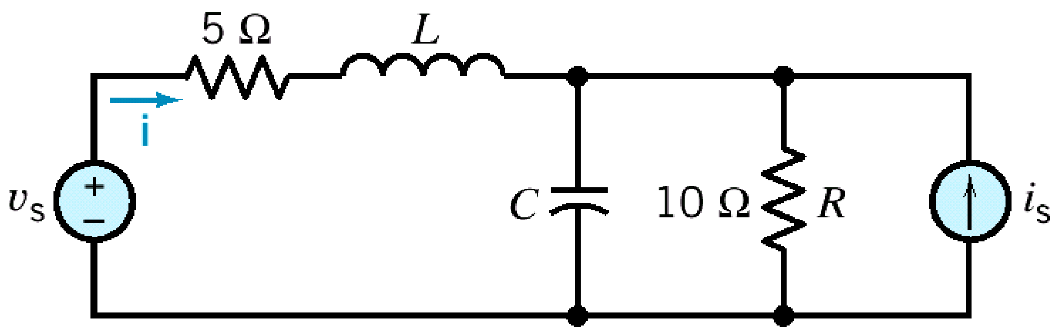
$$\mathbf{I}_1 = \frac{(10 + j10)\,j}{\Delta}$$

where Δ is the determinant

$$\Delta = (3 + j3)(j) + j3(3 - j3) = 6 + 12j$$

$$\therefore \mathbf{I}_1 = \frac{(10 + j10)\,j}{6 + 12j} = 1.05\angle 71.6° \qquad \mathit{Ans}$$

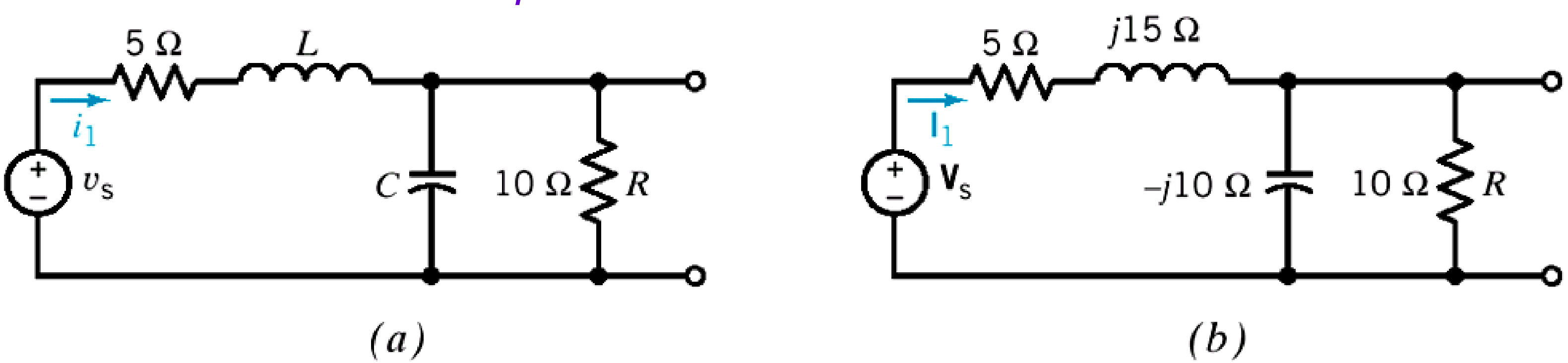
ตัวอย่างที่ 9.17 จากวงจรจงหาค่า i เมื่อ



$$v_s = 10\cos 10t \text{ V}$$
$$i_s = 3 \text{ A}$$
$$\text{C} = 10 \text{ mF, L} = 1.5 \text{ H}$$

$$\mathbf{V}_s = 10\angle 0^\circ$$
$$\mathbf{I}_s = 3\angle 0^\circ$$

วิธีทำ *ใช้หลักการ Super Position*



หาค่า i_1 ที่เกิดจาก v_s

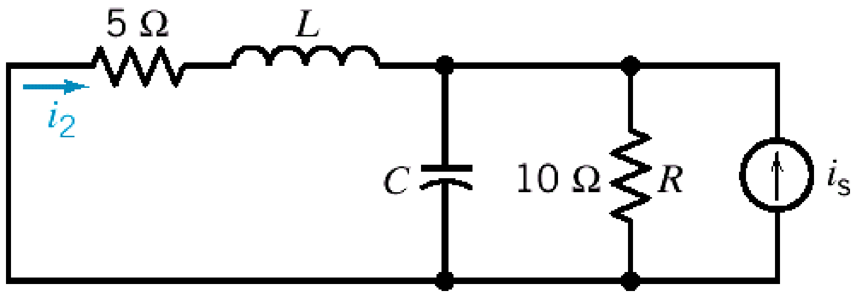
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_s}{5 + j\omega L + \mathbf{Z}_p}$$ *เมื่อ* $$\mathbf{Z}_p = \frac{\mathbf{Z}_C R}{R + \mathbf{Z}_C} = 5(1 - j) \text{ and } \omega \text{L} = 15$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{10\angle 0^\circ}{5 + j15 + (5 - j5)}$$

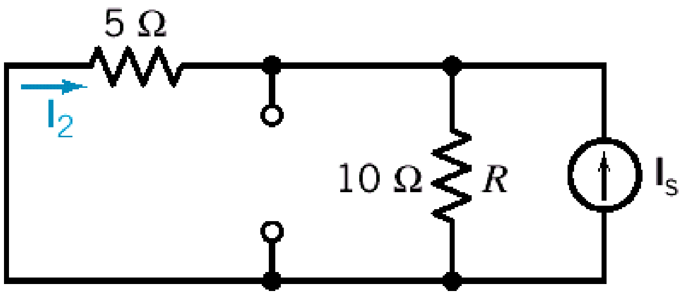
$$= \frac{10}{10 + j10} = \frac{10}{\sqrt{200}}\angle -45^\circ$$

หาค่า i_2 ที่เกิดจาก i_s

C เสมือน Open circuit เพราะเป็นไฟดีซี



(a)



(b) $\omega = 0$

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{10}{15}(3) = -2 \quad \mathrm{A}$$

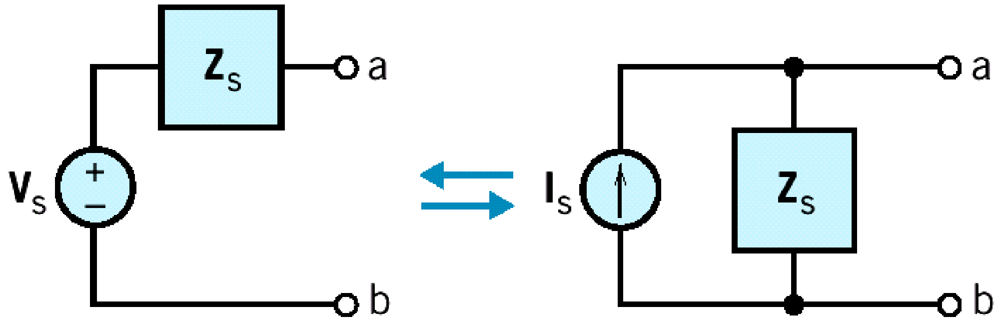
ใช้หลักการ Super Position

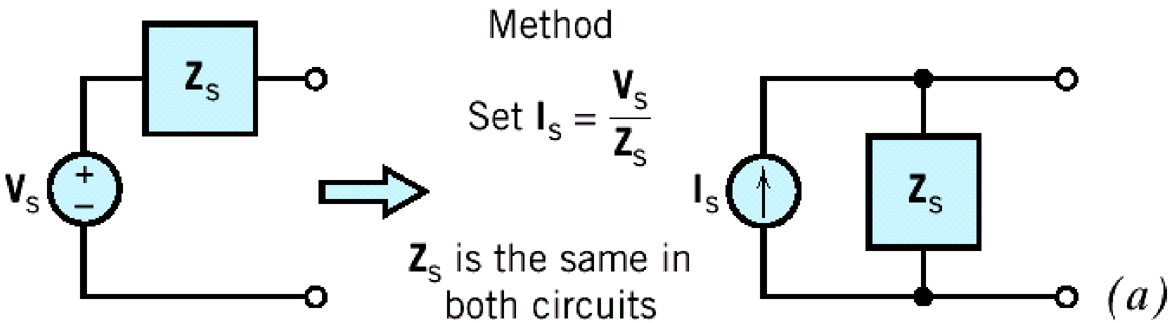
$$i = i_1 + i_2$$

$$i = 0.71\cos(10t - 45°) - 2 \quad \mathrm{A} \qquad Ans$$

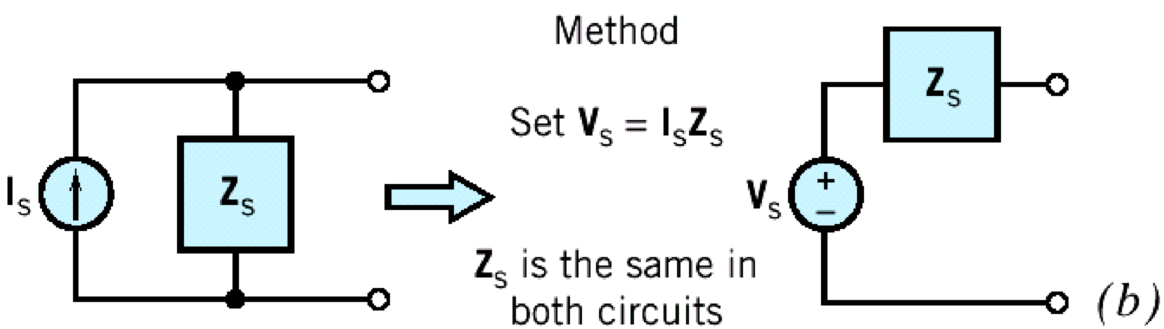
Source Transformations

วงจรไฟฟ้าเอซีสามารถใช้หลักการ Source transformations เหมือนกับวงจรดีซี



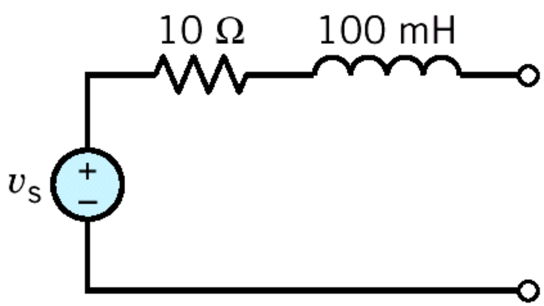


V ⇒ I



I ⇒ V

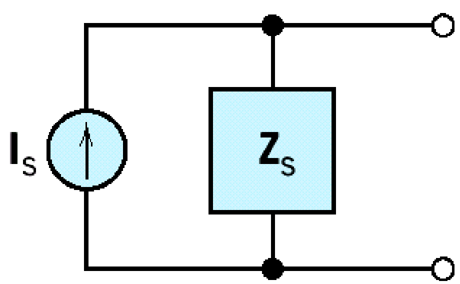
ตัวอย่างที่ 9.18 จากวงจรจงหาค่า I_S



เมื่อกำหนดให้

$$v_s = 10\cos(\omega t + 45°)\ \mathrm{V}$$

$$\omega = 100\ \mathrm{rad/s}$$



หาค่า Z_S

$$\mathbf{Z}_s = 10 + j10$$

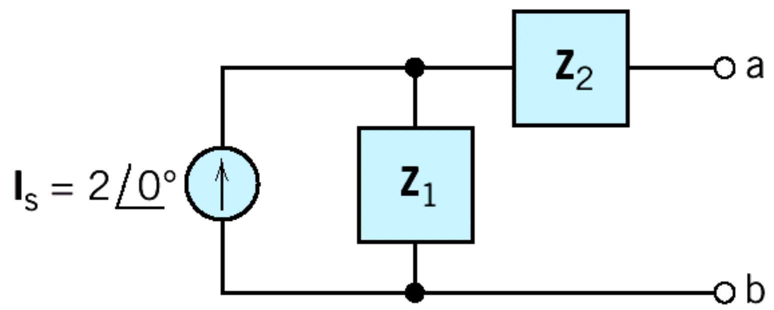
$$\mathbf{V}_s = 10\angle 45°$$

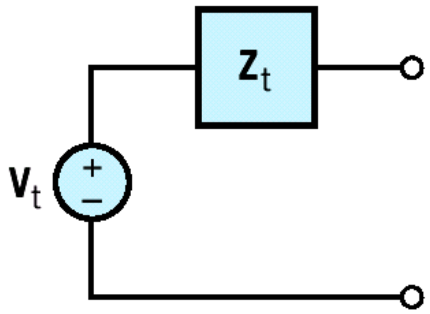
หาค่า I_S

$$\mathbf{I}_s = \frac{10\angle 45°}{\sqrt{200}\angle 45°}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{200}}\angle 0°$$

ตัวอย่างที่ 9.19 จากวงจรจงหาวงจร Thevenin's Equivalent cct





?

เมื่อกำหนดให้

$$\mathbf{Z}_1 = 1 + j$$

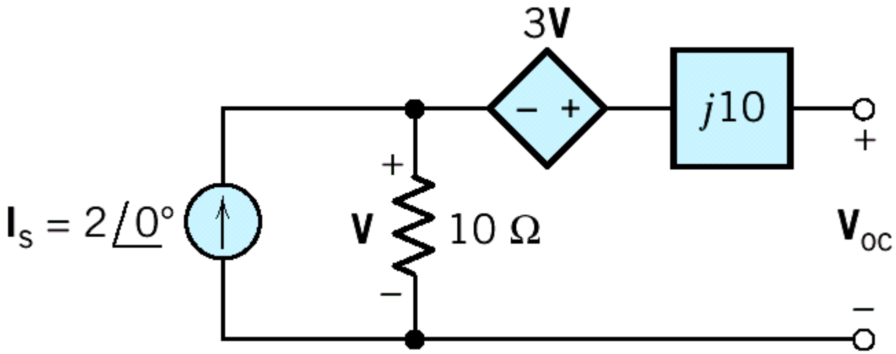
$$\mathbf{Z}_2 = -j$$

หาค่า V_{th} *และ* Z_t

$$\mathbf{V}_{OC} = \mathbf{I}_s\mathbf{Z}_1 = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 1\,\Omega$$

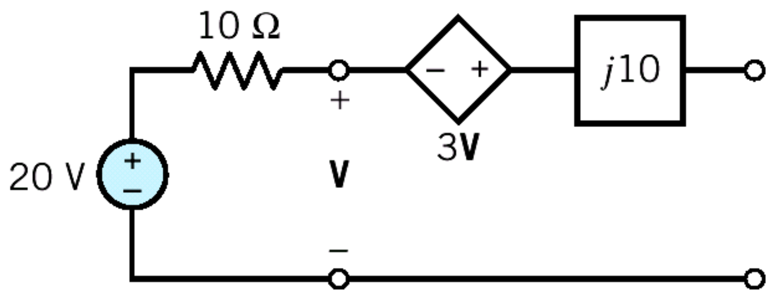
ตัวอย่างที่ 9.20 จากวงจรจงหาวงจร Thevenin's equivalent circuit



หาค่า $V_t = V_{OC}$

$$\mathbf{V} = 10\mathbf{I}_s = 20\angle 0°$$

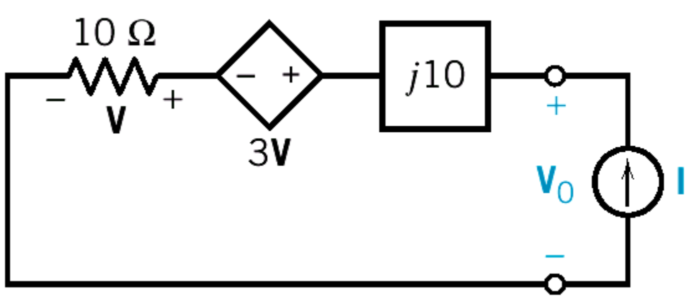
$$\therefore \mathbf{V}_{OC} = 3\mathbf{V} + \mathbf{V} = 80\angle 0°$$



(a)

หาค่า Z_t

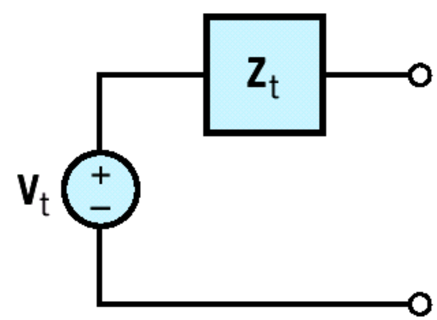
$$Z_t = \frac{V_o}{I}$$



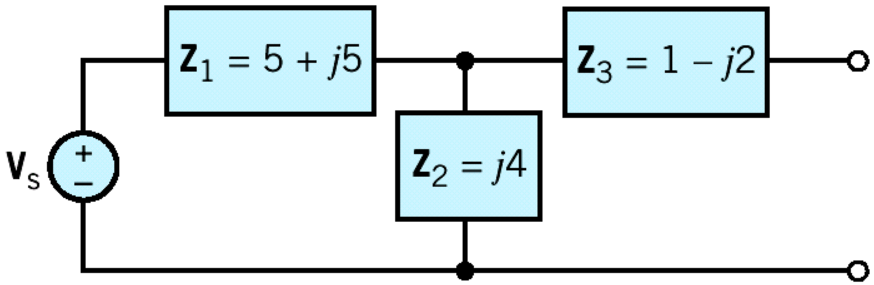
(b)

$$\mathbf{V}_O = j10\mathbf{I} + 4\mathbf{V} = (j10 + 40)\mathbf{I}$$

$$\therefore \mathbf{Z}_t = 40 + j10\,\Omega$$

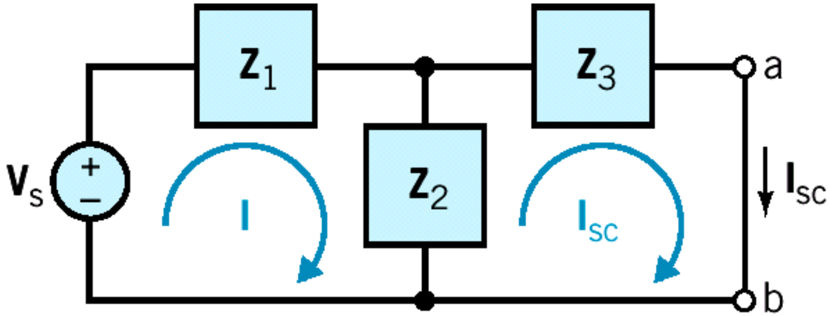


ตัวอย่างที่ 9.21 จากวงจรจงหาวงจร Norton's equivalent circuit



หาค่า Z_t

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{Z}_3 + \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}$$

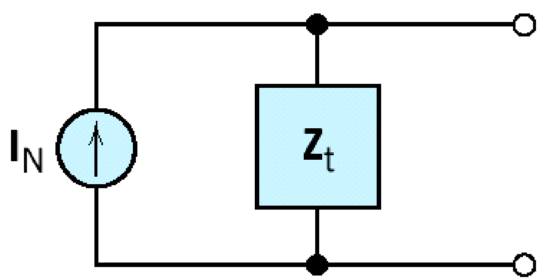


Mesh Current เขียนสมการ

$$(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{I} + (-\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_{SC} = \mathbf{V}_s$$

$$(-\mathbf{Z}_2)\mathbf{I} + (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_{SC} = 0$$

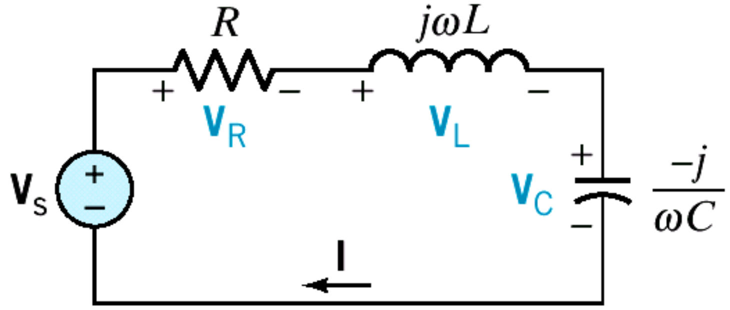
หาค่า I_{SC}

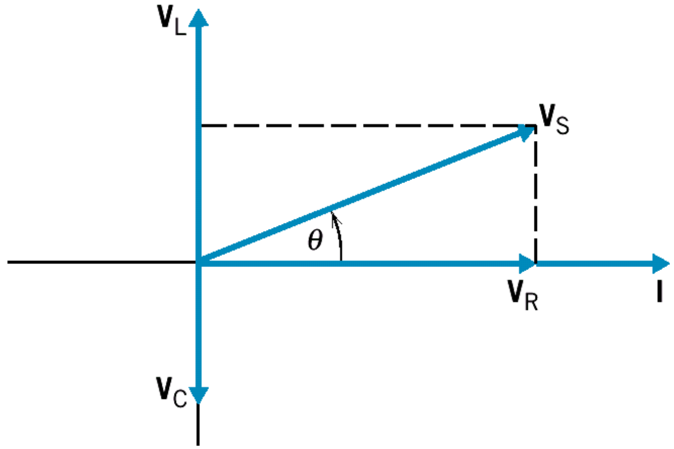


$$I_N = I_{SC}$$

Phasor Diagrams ***

การเขียน Phasor Diagrams วงจร RLC Series





ถ้ากำหนดให้ $\mathbf{I} = I\angle 0°$

voltage phasors

$$\mathbf{V}_R = R\mathbf{I} = RI\angle 0°$$

$$\mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I} = \omega LI\angle 90°$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{-j}{\omega C}\mathbf{I} = \frac{I}{\omega C}\angle -90°$$

KVL $\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C$

$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L + \vec{Z}_C$$

$$|\mathbf{V}_L| = |\mathbf{V}_C|$$

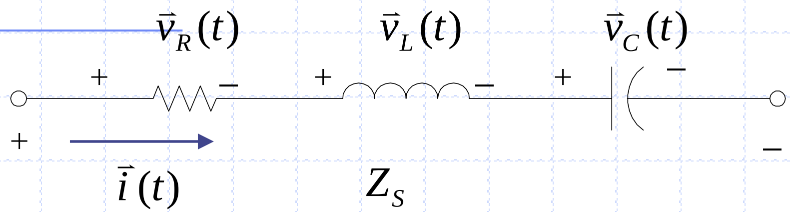
$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\text{or} \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_R$$

วงจรีโซแนนซ์ (Resonance Circuit) ***

1. Series Resonance

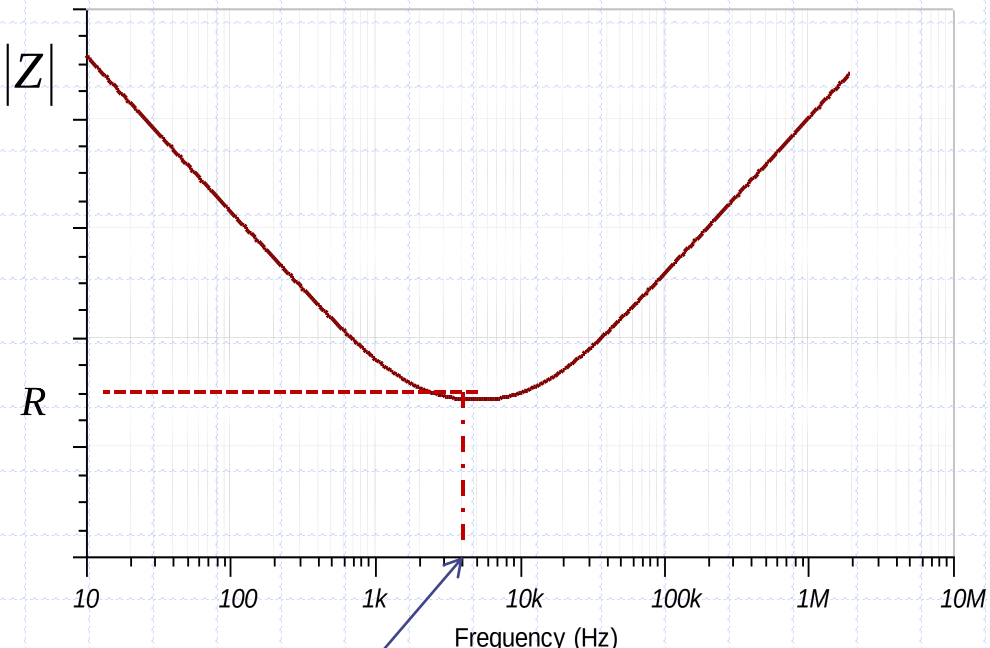


$$\vec{Z} = \vec{Z}_R + \vec{Z}_L + \vec{Z}_C$$

$$\vec{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

$$\vec{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\vec{Z}_S = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

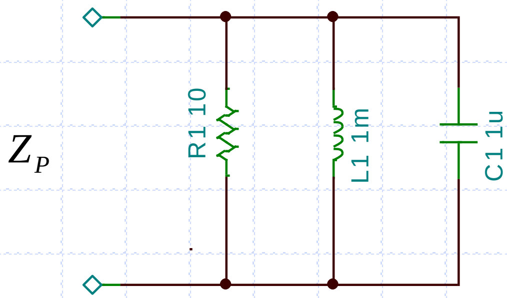
กรณี Resonance

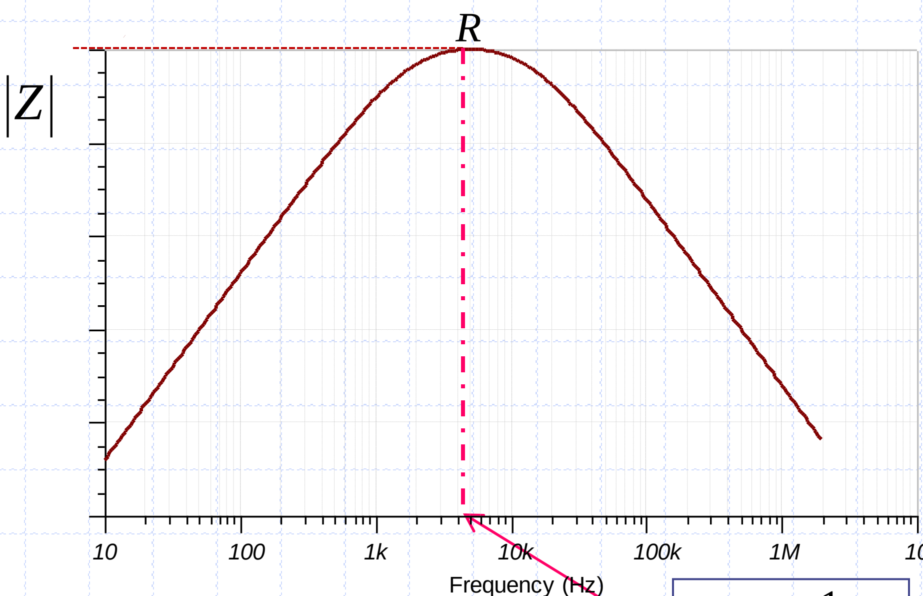
$$X_L = X_C$$

$$j\omega L = j\frac{1}{\omega C}$$

Frequency Resonance $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

2. Parallel Resonance





$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\bar{Y} = \bar{Y}_R + \bar{Y}_L + \bar{Y}_C$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

$$Z = \frac{1}{Y}$$

$$\vec{Z}_P = 1 \Big/ \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$$

กรณี Resonance

$$X_L = X_C$$

$$j\omega L = j\frac{1}{\omega C}$$

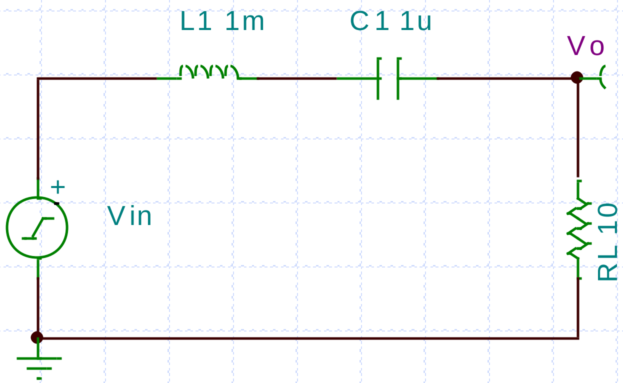
Frequency Resonance

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

ประโยชน์วงจรีโซแนนซ์ (Resonance Circuit)

วงจร Resonance มีประโยชน์ในการเลือกความถี่ที่ส่งผ่านไปยังเอาท์พุทมากที่สุด ความถี่เดียวคือความถี่ Resonance (f_o) เช่นวงจรเลือกสถานีวิทยุ , วงจรผลิตสัญญาณ Sine

1. Series Resonance



ความถี่ Resonance

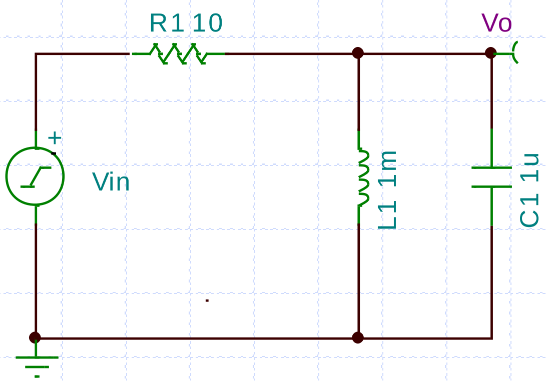
$$X_L = X_C$$

$$j\omega L = j\frac{1}{\omega C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

2. Parallel Resonance

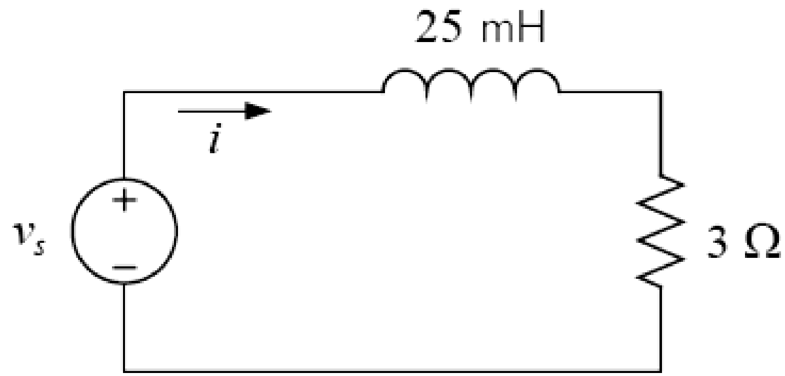


สรุป

- *Sinusoidal Sources*
- *Steady-State Response of an RL Circuit for Sinusoidal Forcing Function*
- *Complex Exponential Forcing Function*
- *The Phasor Concept*
- *Impedance and Admittance*
- *Electrical Circuit Laws using Phasors*

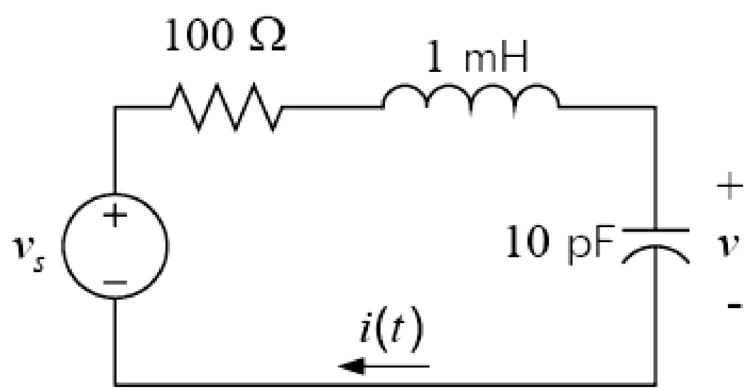
แบบฝึกหัด

1. จงหาผลตอบสนองกระตุ้น i สำหรับวงจร RL ในรูป P9.1 เมื่อ $v_s(t) = 10\cos 300t$ V



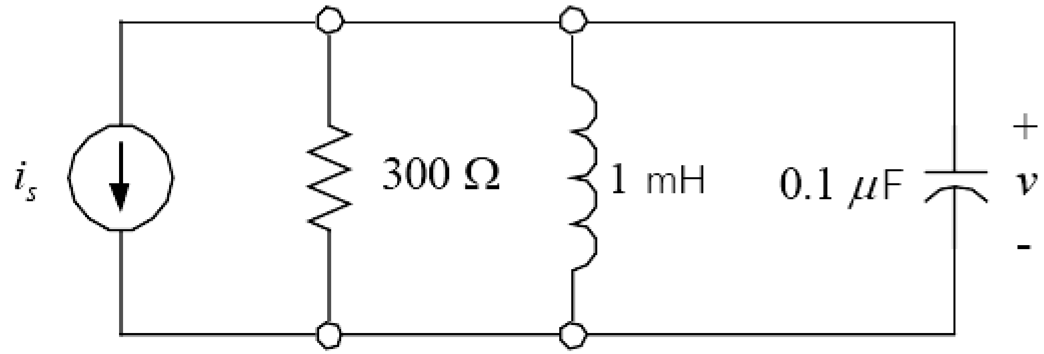
รูปที่ P 9.1

2. จงหาค่ากระแส $i(t)$ สำหรับวงจร RLC ในรูป P9.2 เมื่อ $v_s(t) = 0.1\cos(10^7 t + 90°)$ V



รูปที่ P 9.2

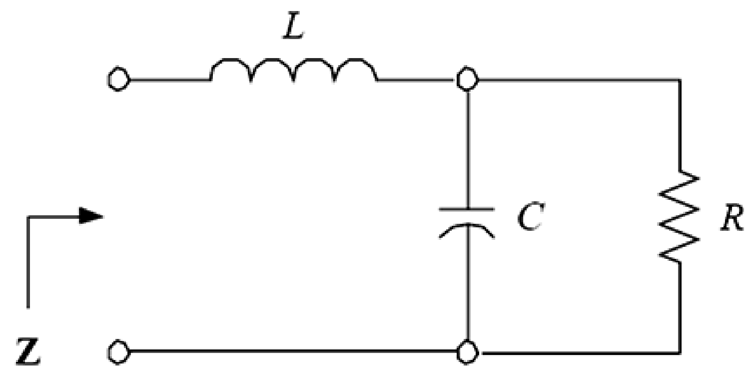
3. จงหาค่าแรงดัน $v(t)$ สำหรับวงจร RLC ในรูป P9.3 เมื่อ $i_s(t) = 5\cos(10^5 t - 120°)$ V



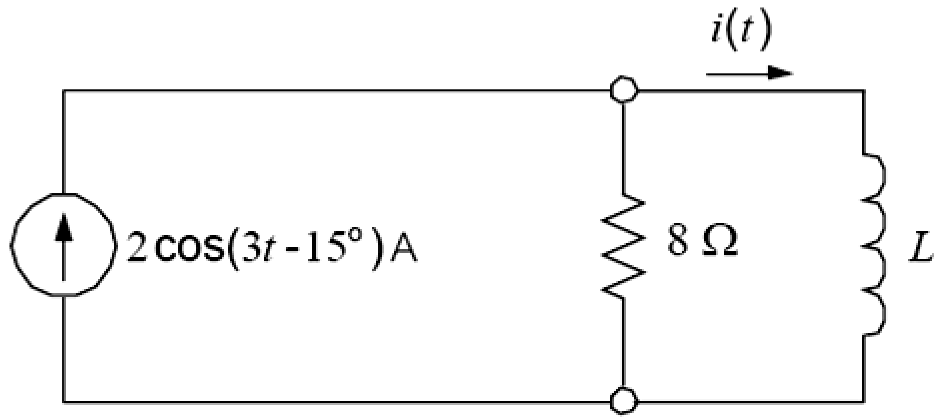
รูปที่ P 9.3

4. แรงดันรวม v เกิดจากการต่ออนุกรมของแรงดัน v_1 และ v_2 นั่นคือ $v = v_1 + v_2$ ถ้า $v_1 = 150\cos(377t - \pi/6)$ V และ $\mathbf{V}_2 = 200\angle 60°$ V จงหาค่าแรงดันรวม v

5. พิจารณาวงจร RLC ในรูป P9.5 เมื่อ $R = 10\text{ k}\Omega$ และความถี่ $f = 10$ kHz จงหาค่าความเหนี่ยวนำ L และค่าความจุ C ที่จะทำให้ค่าอิมพีแดนซ์ $\mathbf{Z} = 100 + j0\ \Omega$

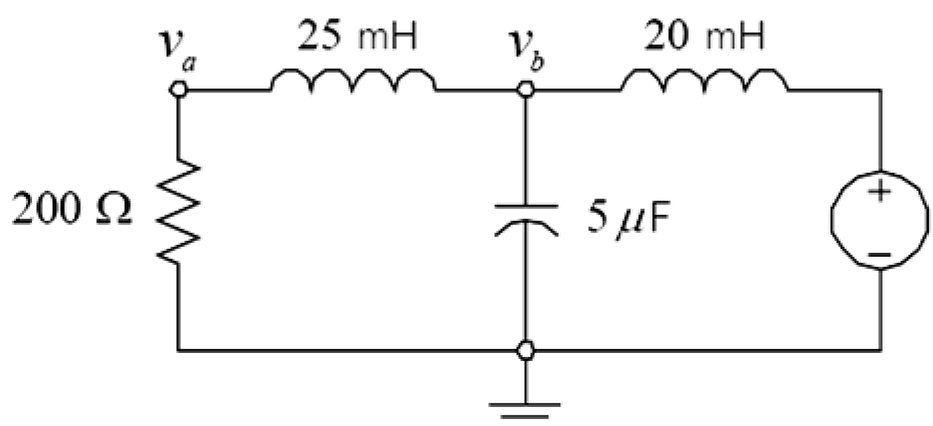


6. จากวงจร RLC ในรูป P9.6 จงหาค่าคงที่ B และค่าความเหนี่ยวนำ L เมื่อ $i(t) = B\cos(3t - 51.87°)$ A



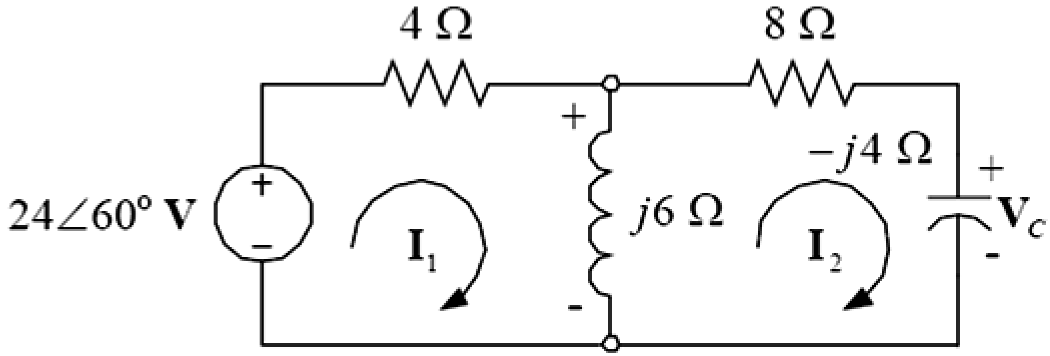
รูปที่ P 9.6

7. จากวงจร RLC ในรูป P9.7 จงหาค่าแรงดันโนดทั้งสองคือ $v_a(t)$ และ $v_b(t)$ เมื่อ $v_s(t) = 1.2\cos 4000t$ V

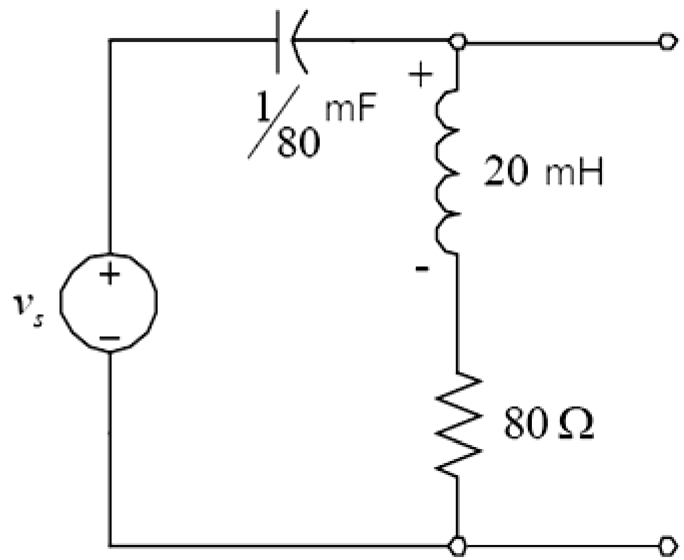


รูปที่ P 9.7

8. จากวงจร RLC ในรูป P9.8 จงหาค่าเฟสเซอร์ของกระแสเมช $\mathbf{I}_1$ $\mathbf{I}_2$ แรงดัน $\mathbf{V}_L$ และ $\mathbf{V}_C$ โดยใช้ KVL และการวิเคราะห์เมช

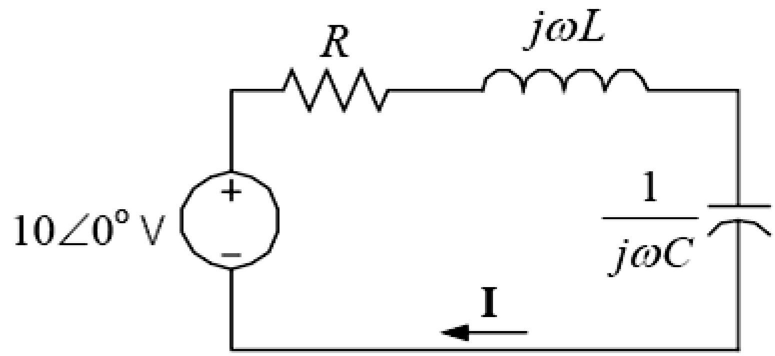


9. จงหาวงจรสมมูลเทวินินของวงจรในรูป P9.9 เมื่อ $v_s(t) = 5\cos(4000t - 30°)$ V



รูปที่ P 9.9

10. พิจารณาวงจร RLC ในรูป P9.10 เมื่อ $R = 10\,\Omega$ $C = 100\,\mu F$ $L = 1$ mH และ $\omega = 10^3$ rad/s จง หาค่าเฟสเซอร์ของกระแส $\mathbf{I}$ และเขียนกราฟผังเฟสเซอร์ของกระแสและแรงดันต่างๆ



รูปที่ P 9.10